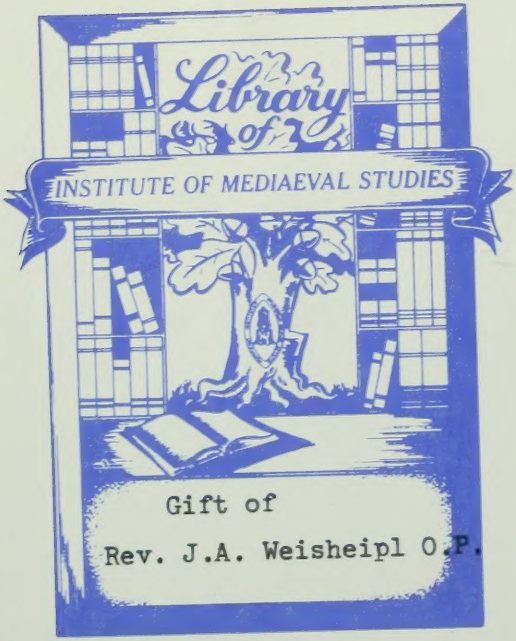


Gift of
Rev. J.A. Weisheipl O.P.

The Institute of Mediaeval Studies
LIBRARY
Toronto, Ontario

Digitized by the Internet Archive
in 2011 with funding from
University of Toronto

http://www.archive.org/details/sciencesexactesa00tann

MÉMOIRES SCIENTIFIQUES

DE

PAUL TANNERY

PAUL TANNERY

MÉMOIRES SCIENTIFIQUES

PUBLIÉS

PAR

J.-L. HEIBERG

V

SCIENCES EXACTES AU MOYEN AGE

1887-1921

TOULOUSE
ÉDOUARD PRIVAT
LIBRAIRE-ÉDITEUR
14, RUE DES ARTS

PARIS
GAUTHIER-VILLARS
LIBRAIRE-ÉDITEUR
55, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS

1922

The Institute of Mediaeval Studies
LIBRARY
JAN 21 1982
Toronto, Ontario

L'impression de ce tome V qui devait recevoir une collaboration plus effective du Professeur H. G. Zeuthen commençait à peine lorsque M. Heiberg m'écrivit :

7 janvier 1920, Copenhague.

« Aujourd'hui j'ai la triste communication à vous faire, que M. Zeuthen est mort avant-hier, soudainement et sans maladie précédente. Vous le regretterez avec moi, et non seulement pour notre œuvre commune... »

C'est ainsi que M. Heiberg m'annonçait la mort du grand savant qui fut pour mon mari et pour moi un si parfait ami.

La lecture de l'étude particulière [1] *que H. G. Zeuthen a consacrée à l'œuvre de Paul Tannery indique quelle communauté scientifique unissait leurs travaux. Il y avait aussi entre eux, avec une grande affinité d'esprit et de sentiment, une commune et invincible espérance dans la destinée de nos pays aux heures même les plus douloureuses.*

Je songe à ces choses dans un immense regret. Je n'oublierai jamais cet ami si bon qui m'indiquait si fermement et si religieusement le chemin du devoir.

..... Quelques jours plus tard, M. Heiberg m'informait que l'illustre Professeur Gino Loria s'offrait spontanément pour remplacer H. G. Zeuthen.

Je ne trouve aucun mot pour exprimer la reconnaissance que j'éprouve envers les savants qui poursuivent cette publication en s'inspirant d'un sentiment scientifique si puissant et d'une si noble amitié.

M. T.

[1. L'œuvre de Paul Tannery comme historien des mathématiques. *Bibliotheca mathematica*, III. Tolge, VI. Band, pp. 260-292. Teubner, Leipzig.]

La lettre suivante est la dernière que M. Zeuthen m'ait adressée; elle exprime magnifiquement ses sentiments envers notre pays. J'ai prié M. Heiberg de me permettre de la publier ici.

M. T.

Copenhague V Bulowsvej 24-6, 27-12-9.

Chère Madame Tannery,

Dans le cours de l'année j'ai eu le plaisir d'avoir de vos nouvelles par M. Heiberg, et j'ai été heureux aussi d'apprendre que chez vous on a rappelé la part que lui et moi prenons à l'édition des travaux de votre mari, ce qui nous est un plaisir et honneur.

Ma part est, du reste, devenue de plus en plus modeste à mesure qu'il s'agit de la mention de travaux dont l'intérêt est plus littéraire que mathématique, malgré l'importance qu'ils ont pour la connaissance du développement historique de la mathématique. Mais, à cet égard, M. Heiberg me console en me rappelant que la Renaissance dont il va bientôt s'occuper demandera une collaboration plus effective du mathématicien. Cette collaboration, je la donnerai avec d'autant plus de plaisir qu'il s'agira essentiellement pour moi de relire des considérations aussi profondes que riches de nouvelles observations de Tannery.

En vous souhaitant une bonne année, je pense aussi au

progrès de cette grande tâche que vous avez courageusement entreprise. Puisse la paix faciliter cette œuvre et en cela vous apporter un peu de consolation. Je souhaite encore que la paix donne du bonheur à votre patrie qui a tant souffert pour gagner la victoire.

C'est en 1864 que les mêmes puissances nous ont attaqués ; nous étions seuls alors.

Pour ma part, après la défense héroïque de Dübbel, je quittai Paris pour prendre ici ma place dans les rangs. L'issue devint funeste pour nous ; elle nous sépara de compatriotes qui furent dans cette dernière guerre, malgré eux, inscrits aux rangs de nos ennemis.

Nous devons d'autant plus de reconnaissance à ceux qui ont mis une fin, nous espérons définitive, à ces guerres. Et surtout à vous, Français, qui avez pensé non seulement à remédier à vos plaies de 1871 mais aussi à celles de 1864 !...

En vous écrivant en un moment où nous en espérons la réalisation proche, malgré tous les retards imprévus, je saisis volontiers l'occasion pour adresser à vous l'expression des remerciements sincères qu'avec mes compatriotes j'éprouve envers votre noble patrie.

Votre tout dévoué,

H. G. Zeuthen.

H. G. ZEUTHEN

Depuis la publication du tome IV des *Mémoires scientifiques de Paul Tannery*, la mort a frappé un de ceux qui collaboraient à la publication des travaux du grand historien. Mme Paul Tannery vient de dire la douleur que lui a causée la disparition de H. G. Zeuthen, que tant de liens rattachaient à son mari et au dévouement duquel elle devait d'avoir pu rassembler ses œuvres. Elle a tenu en outre à ce que quelques pages fussent consacrées au début de ce tome V à la mémoire de l'illustre géomètre danois, que l'Académie des Sciences de Paris comptait depuis longtemps parmi ses correspondants.

Zeuthen était venu dans sa jeunesse compléter son instruction scientifique à Paris, où il suivit les cours du Collège de France et de la Sorbonne. Accueilli avec une cordialité dont il aimait à rappeler le souvenir, il reçut de Chasles des conseils et des encouragements qui l'ont porté à se diriger dans les voies de la géométrie moderne. Ses premiers travaux, dont plusieurs ont été publiés dans les Comptes Rendus de notre Académie, n'ont pas tardé à le mettre hors de pair, et à le faire regarder par tous comme le meilleur et le plus fidèle élève de celui qui était alors

le prince de la géométrie. Zeuthen n'ignorait rien d'ailleurs des relations étroites qui lient la géométrie à l'analyse, et il eut toujours un sens très net des directions dans lesquelles doivent s'engager les recherches des géomètres.

Les premières publications de Zeuthen remontent à l'époque où Chasles énonçait le célèbre principe de correspondance et jetait les fondements de cette théorie des caractéristiques des systèmes de coniques, qui a provoqué tant de recherches importantes et fécondes. A la suite des publications de Chasles, d'éminents mathématiciens, comme Cayley, Clebsch, Cremona, revenaient sur les principes fondamentaux de la théorie pour les appliquer ou les étendre. Zeuthen prit une part importante à ce travail difficile, que Halphen devait pousser jusqu'à son dernier terme; il étendit aussi les idées de Chasles aux courbes du quatrième degré. En même temps, il appliquait le principe de correspondance à la démonstration des relations célèbres que Plücker a fait connaître entre les singularités d'une courbe plane, puis il reprenait et complétait les théories de Cayley relatives aux singularités des courbes gauches et des surfaces algébriques, se préparant ainsi à l'étude géométrique des propriétés des courbes et des surfaces dont les points se correspondent un à un. Dans ces questions difficiles, des nombres invariants jouent un rôle capital; tel le genre riemannien dans la théorie des courbes algébriques. Un invariant relatif rencontré pour la première fois par Zeuthen dans l'étude des courbes situées sur une surface porte justement son nom; il a été rencontré depuis dans des questions d'un tout autre ordre, relatives aux périodes des intégrales doubles. Ces recherches délicates, comme le savent tous ceux qui se sont occupés de la théorie des surfaces algébriques, ont été exposées par Zeuthen dans plusieurs notes et mémoires publiés de 1864 à 1873.

D'autres recherches du géomètre danois se rapportent à des sujets tout différents. On sait que Newton, dans son énumération des lignes du troisième ordre, s'est attaché à la détermination complète des formes de celles-ci, et a démontré que toutes ces formes s'obtiennent en faisant la perspective de cinq types fondamentaux. Depuis Newton, ce genre d'études, connu sous le nom de topologie, n'a jamais été abandonné par les géomètres. Zeuthen lui a apporté une contribution importante, en déterminant d'une manière approfondie les différentes formes des courbes du quatrième ordre et faisant connaître de nombreuses propriétés de situation relatives aux surfaces cubiques. Ces belles recherches ont été l'origine de nombreux travaux.

Pendant longtemps Zeuthen n'avait pas paru suivre son maître Chasles dans la voie des recherches historiques. Mais vers 1880, il tourne principalement son activité de ce côté, et en 1884 paraît son grand ouvrage *sur l'histoire des coniques dans l'antiquité*, où il fait preuve d'une connaissance profonde de la géométrie antique. C'est une œuvre à laquelle tous les géomètres ont rendu pleine justice, et qui mérite de prendre place à côté de l'*Aperçu historique* de Chasles. Nous avons plaisir à rappeler ici le jugement que portait sur elle Paul Tannery, quand il écrivait : « Le travail de M. Zeuthen fera époque ; jusqu'à lui l'histoire des coniques dans l'antiquité était incomprise. M. Zeuthen non seulement en donne la clef, mais nous guide de façon à ne plus nous laisser égarer ». On peut dire que nul ne s'assimila mieux que l'éminent géomètre danois la façon de penser et de raisonner des Anciens en mathématiques.

A partir de 1885, les publications historiques de Zeuthen se succèdent avec une admirable régularité. Dans ses notes *sur l'histoire des mathématiques*, il aborde les questions les plus variées, en particulier l'étude des premiers progrès du calcul infi-

nitésimal et les origines de la théorie de ces nombres irrationnels qui avaient été un grand scandale dans les écoles pythagoriciennes. Sans doute l'histoire est une science parfois conjecturale, et l'absence de documents peut autoriser des opinions variées ; c'est ainsi que des historiens des sciences mathématiques ont pu être d'avis différents sur l'aptitude aux recherches arithmétiques des Grecs, que tous s'accordent à regarder comme merveilleusement doués pour la géométrie. Il est souvent difficile de soulever le voile, sous lequel les Anciens cachaient leurs méthodes de recherches, et on reste saisi d'admiration devant la subtilité d'esprit d'historiens habiles, comme Zeuthen, à suggérer des hypothèses vraisemblables.

L'histoire des sciences peut être envisagée sous des points de vue divers. Les uns s'intéressent aux savants eux-mêmes, et se préoccupent de rendre à chacun la justice qui lui est due, s'efforçant de rattacher à un nom les découvertes ou les doctrines importantes. C'est une manière assurément très légitime d'entendre l'histoire, et nous serions heureux d'avoir quelques précisions sur la vie de Thalès et celle de Pythagore, et de connaître exactement leur œuvre. D'autres s'attachent davantage à l'histoire des méthodes et des résultats, se souciant moins des hommes. C'est à ces derniers que se rattache Zeuthen. Quoiqu'on lui doive d'avoir mis en pleine lumière le rôle joué par Apollonius de Perge dans l'étude des sections coniques, il se préoccupa surtout de tracer un tableau fidèle de l'évolution historique de la science mathématique.

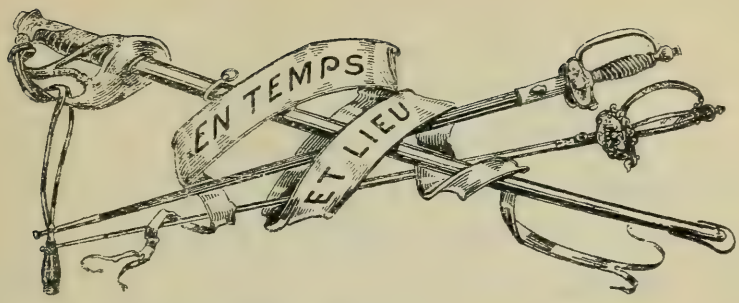
Zeuthen eut l'heureuse fortune d'avoir pour collègue à l'Université de Copenhague l'illustre philologue Heiberg, avec lequel il collabora dans plusieurs circonstances. On se rappelle notamment avec quel intérêt fut accueillie la découverte faite par M. Heiberg à Constantinople dans le *Metochion* du cloître du

Saint-Tombeau de Jérusalem, d'un manuscrit dont l'écriture, qui date du *treizième* siècle, recouvrait plusieurs manuscrits d'Archimède en belles minuscules du *dixième* siècle. La traduction de M. Heiberg fut suivie d'un remarquable commentaire, dans lequel Zeuthen fait une analyse pénétrante de la façon de travailler du grand géomètre de Syracuse, avec ses méthodes, essentiellement distinctes, d'invention et de démonstration. Et comment ne rappellerions-nous pas ici avec reconnaissance la collaboration entre Zeuthen et M. Heiberg, d'où est sortie la magistrale édition des Œuvres de Paul Tannery, sur laquelle veille une pieuse sollicitude.

H. G. Zeuthen était né à Grimstrup (Jütland) le 15 février 1839; il s'est éteint doucement à Copenhague le 5 janvier 1920. Chez lui le caractère fut à la hauteur de l'intelligence, et tous ceux qui l'ont approché garderont le souvenir de l'homme bon et simple, dont la longue vie fut consacrée à la science et à sa nombreuse famille. La France perd en lui un ami fidèle, dont les chaudes sympathies pour notre pays remontaient aux temps lointains de sa studieuse jeunesse.

Émile Picard,
Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences.

SCIENCES EXACTES AU MOYEN AGE



MÉMOIRES

CONTENUS DANS LE TOME V

N° 1. — **1887** (p. 1-7).

L'extraction des racines carrées d'après Nicolas Chuquet.

N° 2. — **1892** (p. 8-21).

Les prétendues notations Pythagoriciennes sur l'origine de nos chiffres.

N° 3. — **1894** (p. 22-28).

Sur l'étymologie du mot « Chiffre ».

N° 4. — **1896** (p. 29-78).

Un nouveau texte des Traités d'arpentage et de géométrie d'Epaphroditus et Vitruvius Rufus.

I. *Introduction.*
II. *Texte du manuscrit.*

N° 5. — **1897** (p. 79-102).

La Géométrie au XIe siècle.

I. *Sur l'invention de la Géométrie.*
II. *Sur l'enseignement au onzième siècle.*
III. *Francon, de Liège.*

IV. *Raimbaud, de Cologne, et Raoul, de Liège.*
V. *Gerbert et les Agrimenseurs romains.*
VI. *La Géométrie dite de Boèce.*
VII. *La Géométrie dite de Gerbert.*

N° 6. — **1897** (p. 103-111).

Une correspondance d'Ecolâtres du XIe siècle.

N° 7. — **1897** (p. 112-117).

Magister Robertus Anglicus in Montepessulano.

N° 8. — **1897** (p. 118-197).

Le Traité du Quadrant de Maître Robert Anglès (Montpellier, XIIIe siècle). Texte latin et ancienne traduction grecque.

Prolégomènes.
[*Tractatus qvadrantis Magistri Roberti Anglici in Montepessulano*].
Appendice sur le traité de l'astrolabe universel ou Saphea d'Arzachel, par Guillaume l'Anglais.

N° 8*bis*. — **1899** (p. 198-203).

Le Traité du Quadrant de Maître Robert Anglès.

N° 8*ter*. — **1899** (p. 204-210).

Practica Geometriae.

N° 9. — **1900** (p. 211-228).

Notes sur la Pseudo-Géométrie de Boèce.

N° 10. — **1901** (p. 229-303).

Une correspondance d'Ecolâtres du XIe siècle.

Introduction.
I. *Les manuscrits.*
II. *Ragimbold de Cologne.*
III. *Radolf de Liège.*
IV. *Les questions débattues.*
V. *Le* Geometricum *de Boèce.*
VI. *Sur la date et la composition de la* Geometria Gerberti.
VII. *Francon de Liège.*
VIII. *Quadrature de cercle.*

Avertissement.

I. *Ragimboldo Coloniensi presbitero Radolfus Leodicensis M(agister).*
II. *Ragimboldus Coloniensis Radolfo Leodicensi.*
III. *Radolfus Ragimboldo.*
IV. *Ragimboldus Coloniensis Magister Radolfo Leodicensi Magistro.*
V. *Radolfus Ragimboldo.*
VI. *(Ragimboldus Rodolfo).*
VII. *Radolfus Ragimboldo.*
VIII. *(Ragimboldus Radolfo).*
IX. *Domno R(agimboldo).*
X. *De quadratura circuli.*

Appendice sur le recueil « Geometricales Diversitates ».

Post-scriptum.

N° 11. — **1901** (p. 304-307).

Sur le « Liber augmenti et diminutionis » compilé par Abraham.

N° 12. — **1901** (p. 308-313).

Sur la « Practica Geometriae Hugonis ».

N° 13. — **1903** (p. 314-321).

Préface (à l'histoire de l'abbaye royale et de l'ordre des chanoines réguliers de Saint-Victor de Paris).

N° 14. — **1904** (p. 322-342).

Maximilian Curtze, historien des mathématiques.

N° 15. — **1904** (p. 343-345).

Réponse à la question 119 sur l'auteur d'un texte algorithmique du XIIe siècle publié par Curtze.

N° 16. — **1905** (p. 346-347).

Sur la division du temps en instants au Moyen âge.

N° 17. — **Articles de la Grande Encyclopédie** (p. 348-350).

Les écrits mathématiques de Boèce au Moyen âge.
Ragimbold de Cologne.

N° 18. — **L'intermédiaire des mathématiciens** (p. 351-353).

Réponses à la question 1482 de G. Eneström, 1900, t. VII.
à la question 2794 de A.-P. Ericsson, 1904, t. XI.

Additions (p. 355-358).

Sur un opuscule latin, écrit à Montpellier au treizième siècle.
La Géomancie (Hugo Sanctelliensis).
Ouvrage mathématique de Dominicus de Clavasio.
Practica Geometriae.

Appendice.

Practica Geometriae (p. 361-368).

Index (p. 371-378).

Errata (p. 381-382).

Nouvel errata du t. IV (p. 383).

PLANCHES

I. Manuscrit latin 13084 de la Bibliothèque de Munich.
F° 59vo, v. ci-dessous p. 50. *Reproduction du folio.*

II. Même manuscrit.
F° 64vo, v. ci-dessous p. 73. *Reproduction du folio.*

III. Manuscrit latin 6401 de la Bibliothèque Nationale de Paris.
F° 13vo, v. p. 211. *Portrait de Boèce.*

IV. Manuscrit latin 413 du Collège Gonville et Caius de Cambridge.
F° 1vo, v. ci-dessous p. 362. *Diagramme astronomique avec miniature.*

L'EXTRACTION DES RACINES CARRÉES

D'APRÈS NICOLAS CHUQUET

Dans son *Triparty*[1], daté de 1484, et copié par Estienne de la Roche dans son *Arithmétique* imprimée en 1520, Nicolas Chuquet a donné, pour le calcul des valeurs approchées en général, pour celui des racines carrées incommensurables en particulier, un procédé que l'on peut expliquer comme suit :

Soient $\frac{p_0}{q_0}$, $\frac{p_1}{q_1}$, deux valeurs approchées, l'une par excès, l'autre par défaut, on forme

$$p' = p_0 + p_1, \qquad q' = q_0 + q_1,$$

et par l'élévation au carré, s'il s'agit de l'extraction d'une racine, ou par une substitution, dans le cas général, on vérifie si la nouvelle approximation $\frac{p'}{q'}$, qui est intermédiaire entre les deux précédentes, se trouve par excès ou par défaut. En la combinant ensuite par le même procédé avec celle des deux valeurs précédentes qui se trouve approchée en sens contraire, on forme de même une nouvelle valeur $\frac{p''}{q''}$, et ainsi de suite.

1. *Le triparty en la science des nombres par maistre Nicolas Chuquet parisien* [*publié par* A. Marre]. Bullett. di bibliogr. d. sc. matem., **13**, 1880, p. 696-699.

Supposons maintenant que $\frac{p_0}{q_0}$ et $\frac{p_1}{q_1}$ soient deux réduites successives de la fraction continue qui représente le nombre incommensurable à calculer. Soit d'ailleurs $\frac{p_2}{q_2} = \frac{p_0 + zp_1}{q_0 + zq_1}$, la réduite suivante; il est aisé de voir que le procédé donnera successivement les *fractions convergentes intermédiaires* entre $\frac{p_1}{q_1}$ et $\frac{p_2}{q_2}$, fractions qui seront toutes approchées en sens contraire de $\frac{p_1}{q_1}$ et dans le même sens que $\frac{p_0}{q_0}$, jusqu'à ce que l'on arrive à $\frac{p_2}{q_2}$. Toutes ces fractions, y compris la réduite $\frac{p_2}{q_2}$, seront donc successivement combinées avec $\frac{p_1}{q_1}$ et l'on arrivera ainsi, à la fin de ces combinaisons, à la valeur

$$\frac{p_0 + (z+1)p_1}{q_0 + (z+1)q_1} = \frac{p_1 + p_2}{q_1 + q_2},$$

c'est-à-dire à la première des fractions convergentes intermédiaires entre $\frac{p_2}{q_3}$ et $\frac{p_3}{q_3}$. Cette première devra être combinée avec $\frac{p_2}{q_2}$, et dès lors on aura de même toutes les convergentes suivantes, et ainsi de suite indéfiniment.

Or l'hypothèse que nous avons introduite, que l'on parte de deux réduites successives, s'applique au procédé de Nicolas Chuquet, celui-ci partant systématiquement des deux nombres entiers qui comprennent le nombre incommensurable à calculer. Ce procédé donne donc régulièrement *la suite complète des fractions convergentes intermédiaires et les réduites du développement de ce nombre en fraction continue.*

Si, en particulier, il s'agit de poursuivre l'approximation de la

racine carrée d'un nombre entier A, jusqu'à l'obtention d'une solution de l'équation de Pelt :

$$p^2 - Aq^2 = 1,$$

le procédé de Nicolas Chuquet conduira nécessairement à cette solution.

Il est clair que l'arithméticien qui nous a enseigné ce procédé devait être incapable de démontrer la propriété que nous venons d'énoncer; mais il n'en est pas moins certain que le problème était posé pour lui, car, dans les exemples assez nombreux qu'il donne d'extractions de racines carrées, il s'arrête toujours à un reste ayant pour numérateur l'unité ; d'un autre côté, comme il calculait effectivement tous les restes, il lui était facile de reconnaître empiriquement la périodicité des numérateurs.

Le procédé de Nicolas Chuquet a donc théoriquement une importance considérable, comme l'ont déjà reconnu M. Siegmund Günther[1] et M. Léon Rodet[2]. Toutefois, en pratique, il est tellement fastidieux que, malgré sa publication par Estienne de la Roche, il était permis de croire qu'il n'a jamais exercé une influence réelle*.

1. Günther, Analyse de l'ouvrage de Treutlein, Die deutsche Rechenkunst im XVI Jahrhundert. Zeitschr. f. d. Realschulwesen **2**, 1877, p. 430.

2. Rodet, *Sur les méthodes d'approximation chez les Arabes*, Bullet. de la Soc. mathém. de France, **7**, 1879, p. 162.

* Il convient de signaler que la méthode de Chuquet a été mentionnée aussi par le géomètre français Butéon, dans l'ouvrage : *Logistica quæ et Arithmetica vulgo dicitur, in libros quinque digesta.* Lugduni, apud Gulielmum Rovillium M.D.L.IX, p. 76-77. Butéon applique la méthode à l'invention de $\sqrt{13}$; il trouve successivement

$$3\tfrac{1}{2} < \sqrt{13} < 3\tfrac{2}{3}$$
$$3\tfrac{3}{5} < \sqrt{13} < 3\tfrac{2}{3}$$
$$3\tfrac{3}{5} < \sqrt{13} < 3\tfrac{5}{8}. \qquad \text{(G. E[nestroem]).}$$

J'ai cependant trouvé un indice qui semble prouver le contraire et qui me conduit dès lors à modifier assez profondément certaines conclusions de mon essai : *Questions héroniennes*, inséré dans le *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*. **8**, 1884, p. 329-344, 359-376.

J'y ai montré (pages 364-365), sur douze solutions d'équations de Pell signalées par M. Perott[1] dans l'édition de 1534 du *Tratado subtilissimo de Arismetica y de Geometria* du dominicain Juan de Ortega, qu'elles pouvaient avoir été obtenues par l'application du procédé proposé par M. Radicke[2]. J'en ai conclu que l'existence de pareilles approximations ne pouvait suffire pour faire admettre l'emploi, par leurs auteurs, d'un autre procédé que celui-là, qui se déduit si simplement de la méthode que l'on est conduit à supposer comme connue des anciens, d'après les approximations héroniennes.

En dehors des douze approximations en question, j'ai fait quelques remarques sur une valeur fautive de $\sqrt{2000}$, indiquée par M. Perott comme se trouvant dans le même Traité d'Ortega.

Comme je le disais, la correction de cette valeur fautive, $44\frac{2079}{2582}$, ne pouvait être qu'aventureuse. En dehors de la valeur que je supposais pouvoir être la véritable, il en était une autre, $44\frac{2079}{2882}$, qui m'apparaissait comme étant *a priori* certainement plus probable.

Au moment où je communiquais cette seconde hypothèse

1. Perott, *Sur une arithmétique espagnole du XVIe siècle*. Bullett. di bibliogr. d. sc. matem., **15**, 1882, p. 163-170.

2. Voir Günther, *Die quadratischen Irrationalitäten der Alten und deren Entwickelungsmethoden*. Abhandl. zur Geschichte der Mathematik, **4**. Leipzig, 1882, in-8°.

à M. Perott, il constatait que c'était bien effectivement la valeur imprimée dans l'édition de 1534, tandis qu'il avait emprunté la fautive à l'édition de 1542.

Or cette valeur, $44\frac{2079}{2882}$, comme approximation de $\sqrt{2000}$, est en fait très satisfaisante, sans qu'elle puisse être obtenue par le procédé Radicke, pas plus que par aucun autre que je connaisse.

Sous sa forme ci-dessus, elle ne paraît susceptible d'être obtenue directement que par des combinaisons assez improbables, qui supposent en tous cas la connaissance du procédé de Nicolas Chuquet*; mais ce même procédé permet de l'obtenir régulièrement sous la forme équivalente $44\frac{189}{262}$.

Il y a donc là un indice plus ou moins grave de l'emploi par Ortega du procédé de Nicolas Chuquet; et cet indice se trouve, d'autre part, corroboré par ce fait que, d'après son essence, le même procédé a pu servir au calcul des douze racines formant solution d'équations de Pell; qu'il donne enfin également les deux autres racines qui se rencontrent dans le même chapitre d'Ortega, et semblent, à première vue, calculées par la formule :

$$\sqrt{a^2+r} \backsim a+\frac{r}{2a}.$$

Ces deux racines sont :

$$\sqrt{9600} \backsim 97\frac{191}{194}, \qquad \text{et} \qquad \sqrt{4100} \backsim 64\frac{1}{32}.$$

* En appliquant ce procédé à l'extraction de $\sqrt{242000}$, on arrive à $484\frac{2079}{262}$, et en divisant par 11, on retrouve la valeur d'Ortega.

La recherche de documents analogues, postérieurs à 1563 (date de la dernière édition d'Ortega), me paraît donc offrir un certain intérêt pour déterminer dans quelle mesure le procédé de Nicolas Chuquet aura pu continuer à être appliqué et dès lors servir à l'invention des fractions continues, invention à laquelle conduit immédiatement sa simplification.

Quant à l'origine de ce procédé, on peut aussi se demander si Nicolas Chuquet en est bien l'inventeur, comme il le dit. L'arithméticien du quinzième siècle a certainement eu assez d'originalité pour réduire au moins en règles systématiques une pratique d'essence en réalité très simple. Mais nous ne possédons, pour ainsi dire, aucune trace antérieure de l'emploi de telles pratiques. Si le procédé de Nicolas Chuquet permet d'obtenir, sauf trois **, toutes les racines héroniennes à faire entrer en ligne de compte, si l'on pourrait l'appliquer aussi aux approximations d'Archimède, il ne m'en semble pas moins trop primitif d'une part, et de l'autre, trop opposé au principe de l'expression des fractions par des suites de quantièmes, pour que l'on doive croire qu'il ait été couramment pratiqué par les Grecs.

Comme fractions convergentes intermédiaires qui ne peuvent être fournies par des méthodes plus probables, on ne connaît guère que les approximations suivantes indiquées par M. Siegmund Günther[1].

$\sqrt{2} \backsim \frac{10}{7}$, supposée par M. Cantor chez les Hindous, d'après

** $$\sqrt{43\frac{1}{2}\frac{1}{4}} \backsim 6\frac{1}{2}\frac{1}{13}\frac{1}{26}, \qquad \sqrt{356\frac{1}{18}} \backsim 18\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{9},$$

$$\sqrt{886 - \frac{1}{16}} \backsim 29\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{68}.$$

1. Günther, *Die quadratischen Irrationalitäten der Alten*, p. 50.

une relation donnée dans les *Çulvasûtras* (la déduction de cette valeur reste passablement douteuse).

$\sqrt{3} \backsim \frac{12}{7}$, chez Gerbert.

Enfin la réduite $\sqrt{3} \backsim \frac{7}{4}$, chez les Rabbins, d'ailleurs très rare, peut être assimilée aux approximations précédentes.

Ces indices sont insuffisants pour établir l'existence effective, avant Nicolas Chuquet, de pratiques ayant pu donner naissance à son procédé.

(Extrait de la *Bibliotheca Mathematica*, 1887, 2e s., t. I, p. 17-21.)

LES

PRÉTENDUES NOTATIONS PYTHAGORIENNES

SUR L'ORIGINE DE NOS CHIFFRES

I

Il semble de tradition, même chez les érudits les plus consciencieux, que s'ils ont l'occasion de parler des Pythagoriens, il leur soit permis d'oublier qu'il y a une méthode en archéologie, des règles de critique en fait d'histoire.

Nulle part, sans doute, la condescendance pour des légendes sans fondement réel ne s'est mieux accusée que dans les débats relatifs à l'origine de nos chiffres modernes, mais nulle part aussi le préjugé qui semble autoriser l'attribution de l'invention de ces chiffres aux disciples plus ou moins directs du Maître de Samos, n'a été exprimé avec plus de netteté que par Vincent, dans un article publié il y a déjà près d'un demi-siècle[1].

Tant que ce préjugé subsiste et qu'il contribue à obscurcir une question déjà suffisamment complexe par elle-même, il est indispensable de le combattre tout d'abord, d'autant plus que, jusqu'à présent, il a été plus ou moins respecté par ceux-là même qui se sont catégoriquement prononcés pour l'origine indo-arabe de nos chiffres.

Je remonte donc à cette thèse soutenue par Vincent et d'après

1. *Des notations scientifiques à l'École d'Alexandrie* (*Revue archéol.*, 1846).

laquelle les Pythagoriens auraient possédé un symbolisme hiéroglyphique très développé au moyen duquel ils auraient exprimé les notions les plus diverses et dont il nous serait parvenu deux débris, le système de nos chiffres d'une part, et de l'autre, celui de la notation musicale grecque que leur attribue Aristide Quintilien.

A l'appui de cette thèse, Vincent a cité, comme principal argument, un passage de Modératus de Gades dans Porphyre (*De vita Pythagorae*, 48). On ne peut que s'étonner, en se reportant à ce passage, d'y voir exposé un ordre d'idées tout à fait différent; mais il ne sera pas inutile de donner la traduction, puisque c'est là, en somme, l'unique texte ancien qui ait pu être invoqué dans l'objet :

« Quant à la science des nombres, voici pourquoi ils s'y appliquèrent, comme l'a dit, entre autres, Modératus de Gades qui a formé, avec une grande intelligence, un recueil de leurs opinions en onze livres. Comme ils ne pouvaient, dit-il, exprimer clairement par le langage les premières idées et les premiers principes, à cause de la difficulté qu'il y a à les concevoir et à les expliquer, ils eurent recours aux nombres, pour avoir un procédé d'enseignement avec des signes commodes, imitant en cela les géomètres et les grammairiens. Car lorsque ceux-ci veulent enseigner les lettres et leurs propriétés, ils ont recours aux caractères et, pour commencer, disent que ces caractères sont les lettres elles-mêmes; mais plus tard ils enseignent qu'en fait les caractères ne sont pas les lettres[1] elles-mêmes, mais qu'ils procurent la notion des lettres véritables. De même les géomètres, ne pouvant exprimer par le langage des formes incorpo-

1. Le mot grec στοιχεῖον, que je traduis par *lettre*, signifie, comme on sait, *élément*. Modératus entend donc par là l'élément idéal du langage, à distinguer de la lettre-caractère.

relles, ont recours à des tracés de figures et disent par exemple que ceci : Δ est un triangle; ils n'entendent pas par là que le triangle est l'objet qui tombe sous le sens de la vue, mais qu'il lui est pareil et que cet objet procure la notion du triangle. De même pour les premières raisons et les premières idées, les Pythagoriens, ne pouvant exprimer par le langage des principes incorporels, eurent recours aux nombres pour les rendre manifestes... »

On reconnaît clairement dans ce passage une tradition authentique, en ce sens du moins qu'elle est d'accord au fond avec ce qu'Aristote nous rapporte sur l'usage ontologique que les Pythagoriens ont fait des notions des différents nombres; mais Modératus n'indique nullement qu'ils aient joint à leurs spéculations un symbolisme secret; au contraire son langage doit faire exclure cette idée.

Que les Pythagoriens, anciens ou nouveaux, se soient complu à des allégories, les unes profondes, les autres passablement puériles, nous le savons de reste; qu'ils aient eu des symboles secrets, nous pouvons l'admettre sur la foi de Lucien[1]. Mais si leur pentagramme voulait dire « santé » pour les initiés, ce n'était pas en tout cas un caractère conventionnel, mais bien une figure géométrique possédant par elle-même une signification propre.

C'est précisément sur ce point que doit porter le débat, par cette raison surtout que l'emploi en écriture de caractères purement conventionnels autres que les lettres semble avoir été absolument étranger, non seulement aux Pythagoriens, mais aux Grecs en général, avant une période très éloignée de l'âge classique.

1. *Pro lapsu in salut.*, 5.

Les signes, dits hiéroglyphiques, qui sont assez fréquents dans les manuscrits grecs, doivent, en effet, se diviser en trois classes, en mettant d'ailleurs à part, bien entendu, ceux qui ne sont proprement que tachygraphiques :

1° L'*idéogramme* proprement dit, où l'objet désigné se trouve représenté plus ou moins exactement, mais sous une forme nettement reconnaissable. Ainsi, au lieu d'écrire le mot τετράγωνον (carré), on dessinera un carré. Des signes de ce genre ont sans doute été employés comme abréviations de très bonne heure; j'ai à peine besoin de rappeler qu'en général les véritables hiéroglyphes égyptiens sont primitivement des idéogrammes purs. Quelques-uns, par exemple celui qui signifie *eau* (deux lignes sinueuses superposées), peuvent avoir été empruntés par les scribes grecs, mais ceux-ci ont pu, tout aussi bien, les adopter d'eux-mêmes.

2° D'autres signes représentent également, d'après leur figure, un objet plus ou moins aisé à reconnaître, mais la convention leur attache, par allégorie, un sens différent; j'appellerai ces signes des *allogrammes*. Je me contenterai, pour le moment, de faire remarquer qu'originairement les caractères de l'écriture, s'ils dérivent des signes phonétiques de l'ancienne Égypte, étaient de véritables *allogrammes*, puisqu'ils désignaient par convention non pas l'objet figuré, mais le son principal dans le nom de cet objet.

3° Tout système régulier d'allogrammes doit pouvoir être déchiffré; la convention qui lui sert de base ne peut en effet être arbitraire et, avec des éléments suffisants, on arrive à la déterminer. Mais il est une troisième classe de signes qui par eux-mêmes n'éveillent au contraire aucune idée spéciale, qui paraissent imaginés par la pure fantaisie et ne peuvent être compris que par les initiés auxquels ils ont été enseignés; je les dési-

gnerai par l'expression de *mystogrammes*. Tels nous apparaissent, en réalité, nos chiffres modernes, si on les considère sans parti pris.

Nombre de signes, primitivement *allogrammes*, mais ne faisant pas partie d'un système, se sont successivement déformés, et il est souvent difficile de les distinguer des vrais *mystogrammes*. On peut à cet égard faire usage de la remarque que ces derniers signes, ne figurant pas des objets réels, ont naturellement des tracés qui rappellent les *ductus* de l'écriture, sans pouvoir toutefois être confondus avec les lettres.

On rencontre dans les manuscrits grecs de véritables *mystogrammes;* en examinant la table des abréviations dans la *Griechische Paläographie* de Gardthausen, on peut d'ailleurs se convaincre qu'ils ne sont pas exclusivement employés pour des expressions de langages techniques spéciaux; mais ces signes sont très rares; ils sont isolés et ne font nullement partie de systèmes même particuliers; enfin, on n'a jusqu'à présent aucun indice dénotant leur antiquité.

Les papyrus non encore déchiffrés peuvent sans doute, à cet égard, nous apporter des révélations inattendues; mais on doit s'abstenir de toute conjecture qui n'est point fondée sur un document positif. Il est au contraire un fait bien constant, c'est qu'en dehors des idéogrammes proprement dits, les Grecs ont, de très bonne heure, employé les allogrammes; mais ce que je voudrais faire particulièrement ressortir, c'est qu'ils ont eu à cet égard une propension toute spéciale à se servir des lettres mêmes de leur alphabet.

Je citerai tout d'abord leur notation musicale, prétendument pythagorienne; je reviendrai sur cette notation dans un article postérieur; pour le moment, je me contenterai de dire qu'elle est, sans conteste, composée avec des lettres; toutefois, comme

les vingt-quatre caractères de l'alphabet grec étaient insuffisants, on a eu recours à des accentuations, à des retournements, à des renversements, et pour la notation instrumentale, c'est un alphabet ancien qui domine[1].

En second lieu, je signalerai le système de numération écrite des Grecs, constitué, comme l'on sait, avec les lettres de leur alphabet, complété par trois caractères obsolètes. C'est encore là un système d'allogrammes, puisque les lettres, au lieu d'avoir leur signification vocale ordinaire, désignent des nombres différents d'après leur rang. On sait également que ce système a remplacé un mode de numération écrite antérieur, beaucoup plus imparfait, où l'unité[2] était représentée par l'I et les nombres *cinq, dix, cent,* etc., par les initiales de leurs noms grecs (*allogrammes*). Mais il est à remarquer que la date du système perfectionné est beaucoup plus récente qu'on ne l'admet d'ordinaire; il apparaît en effet, pour la première fois, sur des monnaies de Ptolémée Philadelphe, vers 266 avant J.-C., et l'ancien mode a continué à être exclusivement employé dans les inscriptions pendant près d'un siècle.

Le système classique de numération écrite des Grecs doit donc avoir été imaginé seulement à Alexandrie, précisément vers l'époque où l'on voudrait placer l'invention de nos chiffres par les Pythagoriens, car on n'ose plus guère, et pour cause, remonter plus haut.

Mais, à cette époque, il n'y avait plus de Pythagoriens; il n'y

1. Si Vincent a voulu rapprocher des figures de certaines notes les mystogrammes cabalistiques des planètes, il n'a pas, pour cela, mis en doute l'origine alphabétique de ces figures. Les rapprochements en question ne serviraient donc qu'à expliquer les dits mystogrammes; mais ils sont loin d'être décisifs à cet égard.

2. Cette représentation est si naturelle et si commune qu'on peut l'assimiler à un idéogramme.

avait que les faussaires alexandrins qui se sont complu à forger tant de documents relatifs à la vieille école italique. Lettrés au reste assez adroits à tous égards et tout à fait dans le mouvement, s'ils trouvaient avantageux de faire courir leurs fantaisies sous le couvert de noms légendaires, ils n'étaient pas gens à tenir sous le boisseau une invention plus ou moins commode; celle qu'on leur suppose se rapporterait (vu le défaut du zéro) à des calculs sur l'abaque; improbable dans sa forme de mystogrammes, elle l'est aussi dans son principe, à une époque où la logistique vulgaire n'était nullement en honneur; ils auraient plutôt fait gloire à Pythagore de l'invention du mode savant de numération par les lettres; mais ils ont préféré la faire remonter jusqu'à Palamède[1].

Comme dernier exemple de la tendance des Grecs instruits à employer comme *allogrammes* les lettres de leur alphabet, je mentionnerai leurs symboles correspondant à nos signes algébriques.

Ces symboles sont purement et simplement des initiales, sauf deux, l'un pour le mot ἀριθμός (nombre, en particulier la première puissance de l'inconnue), l'autre pour λείψει, qui a la signification de notre *moins*.

On a beaucoup discuté sur l'origine de ces deux signes, mais je pense qu'il faut n'y voir que des formes de lettres obsolètes. Je ferai remarquer tout d'abord que l'usage de lettres de ce genre était familier aux géomètres pour désigner des points de figures quand l'alphabet ordinaire ne suffisait pas[2].

1. Voir ma *Notice sur les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas* (extrait des *Notices et Extraits des manuscrits*, t. XXXII, 1886). [Plus haut, t. IV, n° 4, p. 61.]

2. On peut en voir divers exemples dans les éditions critiques d'Archimède et d'Euclide par Heiberg.

Le signe de λείψει, qui, dans les meilleurs manuscrits de Diophante, est ⋀, figure très nettement une des formes archaïques du *sanpi*, qui a d'ailleurs peut-être été choisie parce qu'elle pouvait être également prise pour un monogramme du λ, du ψ et de l'ι.

Quant au signe d'ἀριθμός, il se rencontre dans les manuscrits grecs sous trois formes essentiellement distinctes : l'une ϟ est l'ordinaire, mais ne se trouve pas dans les manuscrits de Diophante; elle semble dérivée du *coppa* ϙ. Des deux autres, la première, ϛ, est exclusivement employée dans la première partie des manuscrits prototypes de Diophante et est probablement assez semblable à celle dont se servait cet arithméticien; la seconde, *ϥ*, est au contraire usitée dans la seconde partie des mêmes manuscrits et doit représenter une forme plus communément employée à l'époque où fut écrit l'archétype de nos textes actuels (vers le huitième siècle).

Il est à remarquer au reste que le copiste de cet archétype a généralement résolu l'abréviation dans la première partie du texte et qu'il en a assez souvent modifié la forme (en S) dans les endroits où il l'a laissée.

En présence de ces divergences, on doit, ce me semble, conclure que les anciens géomètres ont concurremment employé comme abréviation d'ἀριθμός, les *épisèmes* ς et ⸗, sous des formes obsolètes et différentes par là même de celles qu'ils donnaient à ces *épisèmes* en tant que signes numéraux; le troisième *épisème* leur servait, dans les mêmes conditions, pour remplacer le mot λείψει. Pour le reste, ils se contentaient des caractères ordinaires.

II

Ainsi aucun document authentique ne peut nous faire conjecturer que des *mystogrammes* analogues à nos chiffres aient été employés par les Grecs de l'antiquité; tous les témoignages concordent pour nous indiquer un tel emploi comme essentiellement contraire à leurs habitudes.

On peut à la vérité prétendre que nos chiffres sont de fait originairement des idéogrammes; qu'ils dérivent de l'assemblage de points en nombre déterminé, réunis par des traits de plume. C'est ce qu'a récemment essayé de faire M. G. Dumesnil dans la *Revue archéologique*[1]. Mais il n'a pas tenu compte d'une des principales conditions du problème; c'est qu'il n'y a pas à partir de la forme de nos chiffres, mais bien de celle des *apices* du Moyen âge, puisque leur dérivation de ces caractères est établie historiquement. En se posant ainsi la question, il eût dû, incontestablement, abandonner son idée.

Remontons donc à ces *apices* qui apparaissent pour la première fois dans des manuscrits d'une *Geometria* qui porte le nom de Boèce, mais qui est très certainement l'œuvre d'un faussaire postérieur à Gerbert[2]. C'est dans le texte de cette *Geometria* que se trouve le célèbre passage, seul fondement effectif de la légende de l'origine pythagorienne.

« Pythagorici vero, ne in multiplicationibus et participationibus et in podismis aliquando fallerentur, ut in omnibus erant inge-

1. *Note sur la forme des chiffres usuels* (*Revue archéol.*, 1890, p. 342 et s.).
2. Je crois absolument inutile de reprendre la démonstration, surabondamment faite par H. Weissenborn (*Die Boetiusfrage*, Halle, 1882), de la fausseté de l'attribution.

niosissimi et subtilissimi, descripserunt sibi quandam formulam, quam ob honorem sui præceptoris mensam Pythagoricam nominabant, quia hoc, quod depinxerant, magistro præmonstrante cognoverant : a posterioribus appellabatur abacus. »

L'illustre Michel Chasles, destiné, comme on sait, à se laisser aussi, plus gravement encore, tromper par un faussaire contemporain, fut le premier à relever ce passage et à en arguer contre l'origine indo-arabe de nos chiffres. Son opinion eut une fortune qui n'est d'ailleurs pas surprenante à une époque où la question avait à peine été discutée ; mais elle eut la chance de séduire en France Vincent, Th.-H. Martin, les seuls érudits qui aient eu chez nous quelque compétence ; elle est encore, en Allemagne, soutenue, sauf quelques modifications, dans le meilleur ouvrage sur l'histoire des mathématiques, celui de Moritz Cantor.

Dans l'opinion contraire, qui était la seule courante avant Michel Chasles, et à laquelle on est obligé de revenir, après un long cycle de discussions, l'invention pythagorienne est une pure chimère. Voici d'ailleurs les faits constants :

Les formes de nos chiffres ne sont fixées à peu près que depuis le développement de l'imprimerie ; auparavant elles ont singulièrement varié, mais (ce qu'on n'a pas assez remarqué) en se modelant toujours sur le caractère de l'écriture, pour chaque pays et pour chaque époque[1]. On remonte ainsi par des modifications successives jusqu'aux *apices* dits de Boèce. Ceux-ci ont une parenté incontestable avec les chiffres arabes occidentaux, dits *gobar*, déjà usités en Espagne au temps de Gerbert. Les différences, si frappantes qu'elles soient, s'expliquent suffisamment

1. Cette remarque ramène à leur juste valeur les observations de M. Ch. Henry qui ne voit dans nos chiffres que des sigles abréviatifs des unités de nombre : *Sur l'origine de quelques notations mathématiques* (*Revue archéol.*, juin et juillet 1879).

par la différence de l'écriture arabe et de celle des scribes du haut Moyen âge.

Les *apices* dérivent donc des chiffres *gobar* ou ceux-ci des *apices*. On est d'accord sur l'alternative, mais on se prononce dans un sens ou dans l'autre, suivant qu'on admet ou non le témoignage de la *Geometria* du Ps.-Boèce. D'autre part les chiffres *gobar* ont une parenté également incontestable, malgré quelques différences, avec les chiffres des Arabes de l'Orient et ceux-ci, de leur aveu appuyé sur des témoignages précis, ont emprunté ces chiffres aux Hindous. Quant à ces derniers, on n'a rien établi jusqu'à présent de bien précis ni sur la forme originaire de leurs chiffres, ni sur l'époque à laquelle ils en ont été en possession. Ils semblent bien toutefois ne les avoir employés qu'après l'époque où ils ont été mis en rapport avec les Grecs, à la suite des conquêtes d'Alexandre.

S'il y a une méthode en archéologie, la question se trouve tranchée d'après cet exposé; quand la filiation de nos chiffres est régulièrement constatée d'époque en époque et de nation en nation, on n'a pas à tenir compte de l'assertion d'un faussaire écrivant dans un milieu où l'on pouvait avoir quelque vague notion qu'en thèse générale, la science des Arabes leur venait des Grecs, mais où on les confondait encore sous la dénomination commune d'idolâtres.

Si, au contraire, on se laisse aller à la légende, on peut faire toutes les hypothèses que l'on voudra; on peut notamment supposer que nos chiffres sont une invention antique, communiquée aux Hindous par les Grecs et rapportée en Occident par l'intermédiaire des Arabes, qu'elle eût été d'ailleurs complètement perdue ou qu'elle ait, au contraire, été obscurément conservée dans l'ancien monde gréco-romain.

C'est pour cela que j'ai essayé de combattre la légende elle-

même et de montrer qu'elle est en désaccord complet avec la tradition authentique concernant les Pythagoriens, comme avec tout ce que nous savons sur les procédés d'abréviation des Grecs. Ajouterai-je que si l'on parle de néo-pythagoriens, on doit avant tout admettre, pour représenter les véritables, Nicomaque et Jamblique et qu'on trouverait à peine un nom à citer à côté de ceux-là? Or ce sont précisément des auteurs qui ont longuement et spécialement traité de l'arithmétique; s'ils avaient eu à signaler une invention singulière concernant la représentation des nombres, comment n'y auraient-ils pas fait au moins une allusion quelconque?

Quant à l'hypothèse de la conservation en Italie, jusqu'au neuvième siècle de notre ère, d'une invention grecque relative au calcul, mais abandonnée dans son pays d'origine, cette hypothèse est absolument hors de toute vraisemblance, et pour lui donner un fondement quelconque, il faudrait, sans nul doute, des documents dont l'authenticité ne serait pas suspecte d'autre part.

Si quelque jour un papyrus nous montre des chiffres analogues aux nôtres, sans qu'aucune fraude puisse être constatée, la question changera de face; pour le moment, elle doit rester décidée en faveur des Hindous.

III

J'ai cependant une remarque complémentaire à faire.

Je ne m'arrêterai pas aux noms mystérieux, *igin*, *andras*, *ormis*, etc., qui accompagnent d'ordinaire les *apices* dans les plus anciens manuscrits où ils se rencontrent, et pour lesquels Vincent a proposé des étymologies absolument fantaisistes. Ces mots

restent et resteront probablement longtemps inexpliqués; mais un point est évident à leur seul aspect; quelle que soit leur première origine, ils ont été transcrits d'une langue orientale, et probablement par l'intermédiaire de l'hébreu; ils constituent donc une preuve sérieuse que les *apices* ont été imités sur des chiffres arabes.

Mais je voudrais signaler une singulière inconséquence des partisans de la légende pythagorienne. Comme tout d'abord les *apices* n'ont été employés que sur l'abacus, sans le zéro, et qu'il est surabondamment prouvé que ce dernier signe, le plus important de tous par son rôle, a été enseigné à l'Occident latin par les Arabes, on est d'accord pour laisser aux Hindous la gloire de son invention, c'est-à-dire le seul point qui mériterait vraiment d'être disputé.

Or il est parfaitement établi que le zéro, sous sa forme circulaire caractéristique, a été employé par les Grecs dans leur numération sexagésimale, pour marquer une lacune dans la série degré, minute, seconde, etc. Cet emploi du zéro remonte d'ailleurs à l'époque où les Alexandrins adoptèrent la numération sexagésimale pour les calculs astronomiques; on le trouve, par suite, dans les manuscrits d'Hypsiclès[1] qui vivait avant Hipparque (deuxième siècle av. J.-C.). Or, le plus ancien ouvrage mathématique des Hindous, le *Sûrya-Siddhantâ*, est un traité d'astronomie, et il est plein d'emprunts évidemment faits à la science grecque[2]. Il est dès lors légitime de supposer que les premiers mathématiciens hindous ont connu le zéro grec et qu'ils l'ont

1. Le fait n'a pas été remarqué parce que Jacques Mentel, l'auteur de la version qui accompagne la seule édition du texte d'Hypsiclès (Bartholin, Paris, 1659), a pris ce zéro (o) pour la lettre numérale signifiant 70.

2. Les *Siddhantâs* sont composés en vers : les nombres y sont énoncés à l'aide d'artifices particuliers, mais n'y sont nullement écrits en chiffres.

adopté en étendant son emploi à la numération décimale, ce qui a été, au reste, un progrès décisif.

Le zéro des Grecs n'était d'ailleurs pour eux qu'un *allogramme*, c'est leur *omicron*, initiale de οὐδέν, rien[1]. Mais la numération sexagésimale ne leur appartient nullement; ils l'ont bien certainement empruntée aux Chaldéens. Ceux-ci devaient donc avoir un zéro, quoique les assyriologues n'aient pas encore eu, que je sache, l'occasion de le constater; c'est une découverte qu'ils nous doivent; toutefois, la forme circulaire étant étrangère à l'écriture cunéiforme, le zéro chaldéen devait affecter une autre figure, tandis que le nôtre est bien resté à peu près sous celle que les Grecs avaient adoptée.

La remarque que j'ai faite n'exclut donc nullement la possibilité que d'autres signes servant de zéro aient été employés dans l'Extrême-Orient, même pour la numération décimale, avant toute communication avec les Grecs; c'est un point sur lequel on a quelques indices qui mériteraient d'être éclaircis.

1. Ce qui n'empêchait pas qu'ils ne pussent le lire autrement. Comme le remarque Hultsch, ils devaient pour 0 Κριοῦ (0° du Bélier) énoncer ἀρχομένου Κριοῦ. On a, au reste, des exemples d'autres abréviations pouvant se lire de plusieurs façons différentes.

(Extrait de la *Revue archéologique*, 1892, 3e s., t. XX, p. 54-65).

SUR L'ÉTYMOLOGIE DU MOT « CHIFFRE »

Personne ne conteste aujourd'hui que le mot français *chiffre*, de même que ses similaires des autres langues européennes, ait commencé à prendre sa signification actuelle au plus tôt dans le courant du quinzième siècle. Antérieurement, il avait un sens essentiellement différent, pour lequel il a été remplacé par un doublet de forme italienne, *zéro* (zefiro). Son introduction ne remonte pas d'ailleurs au delà du douzième siècle, et elle est due à la traduction latine du traité arabe de Mohammed ibn Moussa Alkhovarizmi, grâce à laquelle furent révélés à l'Occident les procédés de l'*algorithme*, c'est-à-dire ceux dont nous nous servons aujourd'hui pour les calculs numériques.

Le mot latin médiéval *ciphra* est la transformation de l'arabe *ṣifr*, de même que *zephyrum* (zéro) est celle d'un doublet du même terme. Mais *ṣifr* n'a jamais eu techniquement le sens de *chiffre*; il a exclusivement signifié *zéro*. On doit donc écarter l'étymologie qui rattachait le mot chiffre au radical hébraïque *sepher* (livre, et aussi compte).

Sur tout ce qui précède, je le répète, l'accord est unanime aujourd'hui; mais est-il possible d'aller plus loin? Doit-on admettre, avec la plupart des orientalistes et des historiens les plus récents de la mathématique, que *ṣifr* soit à rattacher au radical *ṣafira* (être vide), en tant que traduction de *çounya*, qui,

chez les Hindous, signifie également vide et zéro? C'est dans l'Inde, en effet, que les Arabes ont historiquement trouvé les procédés de l'*algorithme*.

Cette étymologie du mot *ṣifr* vient d'être combattue par M. Karl Krumbacher dans un article (*Woher stammt das Wort Ziffer-Chiffre?*) inséré pages 346-356 du très intéressant volume d'*Études de philologie néo-grecque* récemment publié par M. Psichari (Paris, Bouillon, 1892). Ce travail dénote une rare ingéniosité; mais la trame de l'argumentation ne me paraît pas pouvoir résister à la critique.

Voici en quoi consiste cette argumentation :

1° Il n'est pas prouvé que le radical de *ṣafira* (être vide) soit authentiquement sémitique. Ce sens peut dès lors être dérivé de l'acception *ṣifr* = zéro, d'après la figuration du caractère numéral.

2° Avant la forme arabe *ṣifr*, il a dû y en avoir une autre représentée par le terme *sipos*, par lequel la figure circulaire a été désignée par les abacistes, qui s'en sont servis avant les algorithmistes, mais sans lui faire véritablement jouer le rôle de zéro.

3° *Sipos* doit venir du grec ψῆφος.

4° Ce mot ψῆφος doit être traduit par chiffre, dans deux passages de l'historien byzantin Théophane.

5° De ψῆφος est d'autre part dérivé le mot ψηφοφορία (calcul) qui, d'après les lois de la linguistique, s'est contracté en ψηφορία, d'où l'on peut facilement pousser à l'arabe *ṣifor*, *ṣifr*.

En résumé, *chiffre* serait en réalité dérivé de ψῆφος par l'intermédiaire de l'arabe.

1. Du moment où un radical est historiquement passé, vers le quinzième ou seizième siècle, de la signification exclusive de zéro à celle de chiffre, M. Krumbacher ne voit, en somme, aucune

difficulté à admettre qu'il ait, du huitième au onzième siècle, subi l'évolution précisément inverse. Si le fait était constant, il mériterait au moins de provoquer l'attention des philologues; malheureusement, la preuve que ψῆφος ait jamais signifié chiffre reste à faire, comme on le verra. Je ne pense pas, d'autre part, qu'aucun orientaliste puisse admettre en principe que, pour déclarer qu'un radical, de forme nettement arabe, est d'origine étrangère, il suffise de n'avoir pu constater historiquement son ancienneté. M. Krumbacher n'ose pas, au reste, aller jusque-là, et il concède qu'à côté du terme *ṣifr*, venu d'après lui du grec, il a pu exister en arabe un mot sonnant de même, et signifiant *vide*, ce qui aurait amené une confusion de deux racines essentiellement différentes. Nous nous trouvons donc en présence de simples hypothèses, d'autant plus incertaines que la langue arabe est reconnue comme étant d'une richesse singulière; j'ajouterai d'autant plus improbables, que chez les Arabes orientaux, la figure du zéro (réduit à un simple point) n'éveille nullement l'idée du vide; elle serait plutôt provoquée par la forme qu'ils donnent au chiffre 5.

2. Les abacistes opéraient avec des jetons marqués de chiffres, qu'ils disposaient sur des colonnes distinctes suivant l'ordre des unités; ils n'avaient donc pas besoin de zéro. S'ils employaient auxiliairement un jeton sans marque, qu'ils dénommaient *sipos*, il n'y a aucune preuve que ce terme vienne de l'arabe, ni que l'usage de ce jeton ait été emprunté à un peuple chez lequel on n'en a retrouvé aucune trace.

3. Il est très possible, comme plusieurs savants l'ont admis, que *sipos* vienne du grec ψῆφος qui signifie précisément jeton. C'est un point en réalité indifférent à la question qui nous occupe, puisque le *sipos* n'est ni un chiffre, ni un zéro, ainsi que le reconnaît M. Krumbacher. En fait, on ignore l'étymologie de ce

terme, qui apparaît dans les traités des abacistes à côté des noms barbares donnés aux neuf chiffres : *igin*, *andras*, *ormis*, *arbas*, *quimas*, *caltis*, *zenis*, *temenias*, *celentis*. Ces mots, dont on s'est en vain évertué à chercher l'explication, sont incontestablement passés aux Occidentaux par l'intermédiaire des juifs d'Espagne; les uns sont évidemment sémitiques, les autres ont une apparence grecque, ce qui n'offre rien de particulièrement extraordinaire si l'on réfléchit à la durée de la domination que l'Empire byzantin a exercée sur une partie de l'Espagne. Rien n'est plus facile que d'expliquer les uns et les autres par des radicaux grecs, en faisant usage de la riche synonymie de la mystique pythagorienne, conservée dans les *Theologumena* et dans l'extrait de Nicomaque par Photius. Mais aussi rien n'est plus illusoire; en tout cas, il faudrait au moins, pour soutenir une pareille dérivation, ne pas commencer par contredire les doctrines fondamentales en expliquant *igin* = 1 par la femme, *andras* = 2 par l'homme. Il est constant en effet que pour les Pythagoriens, l'unité était mâle, et le binaire, femelle.

Les tentatives de Vincent, que rappelle M. Krumbacher, n'ont donc apporté aucune lumière sur la question; des dix mots techniques des abacistes, *sipos* peut être le seul à venir du grec, s'il en vient véritablement; mais, dans ce cas, rien ne prouve qu'il représente une forme arabe, ainsi que nous l'avons déjà remarqué.

4. Ψῆφος, proprement caillou, jeton de suffrage ou de compte, correspond exactement au latin *calculus* et a pris, comme ce dernier mot, le sens figuré de calcul, avec lequel il apparaît constamment dans la littérature mathématique byzantine. Jamais, au contraire, il n'a signifié chiffre, ni davantage lettre numérale (στοιχεῖον, σημεῖον, χαρακτήρ). Les textes de Théophane, invoqués par M. Krumbacher, montrent tout au plus le passage du sens propre de jeton au sens figuré de calcul.

Cet auteur raconte en effet (éd. Bonn, I, 575 et 664) qu'en 707 le calife Walid défendit de tenir en langue grecque les registres publics des finances; ils durent être écrits en arabe, *sauf pour les calculs* (χωρίς τῶν ψήφων), « parce qu'il est impossible dans cette langue d'écrire un ou deux ou trois ou huit et demi ou un tiers[1]; aussi jusqu'à présent (vers 810) les Arabes ont avec eux des notaires[2] chrétiens ». Dans un passage subséquent, se rapportant à l'année 759, Théophane rapporte que les chrétiens furent exclus de la comptabilité publique des Arabes, mais que ceux-ci furent bientôt forcés de les reprendre, parce qu'ils ne pouvaient pas écrire les calculs (γράφειν τοὺς ψήφους).

Le sens de ces passages est assez clair; ce n'est que sous le calife abbasside Almansor que, vers 772, les Arabes commencèrent à connaître les chiffres hindous, en même temps que l'ouvrage astronomique le Siddhanta (Sindhind); sous les Ommiades, ils ne pouvaient se servir, comme notation numérique abrégée[3], que du système alphabétique des Grecs ou de celui qu'ils cal-

1. ἢ ὀκτὼ ἥμισυ ἢ τρία (lisez τρίτον). M. Krumbacher a remarqué que le texte édité est inadmissible; mais il n'a pas osé proposer de correction. Il suffit de remarquer que, dans les manuscrits arithmétiques grecs, il y a une confusion constante entre les nombres entiers et les fractions dénommées par ces nombres; c'est que les uns comme les autres pouvaient être représentés par les mêmes lettres numérales, différenciées seulement par des traits ou des accents souvent mal tracés. En résolvant ces lettres en mots, les copistes se sont continuellement trompés.

2. Νοτάριος en grec peut avoir le sens spécial de calculateur. Dans le ms. Suppl. gr. 387 de la Bibl. nat. se trouve, f°s 181 à 208, une série de problèmes numériques sous l'intitulé : Ἀρχὴ σὺν θεῷ ἁγίῳ τῆς νοταρικῆς ἐπιστήμης.

3. Évidemment, rien ne les empêchait d'écrire les nombres en toutes lettres dans leur langue; peut-être avaient-ils possédé une notation primitive rudimentaire analogue à celle des Romains, des anciens Phéniciens, etc., mais il n'en reste aucune trace, et si elle a jamais existé, elle avait disparu lors de l'introduction de l'écriture coufique.

quèrent dessus. Mais, pour être complet, l'alphabet numéral arabe doit employer des points diacritiques; il prête donc à confusion et est très incommode, à moins qu'on ne le limite à la numération sexagésimale, à laquelle il a longtemps servi en astronomie, concurremment avec les chiffres hindous. Les Arabes durent donc, pour la commodité de leur comptabilité, recourir à la numération écrite des Grecs, et par suite employer des chrétiens familiarisés dès l'enfance avec les lettres numérales.

Mais il n'est nullement à supposer que les comptables d'alors fissent comme les nôtres leurs calculs avec la plume, sans que leurs maîtres pussent exercer aucun contrôle. Il est bien clair que les calculs se faisaient en réalité avec des jetons, comme ils se sont faits en Occident pour la banque pendant tout le Moyen âge, et comme l'usage s'en est perpétué jusqu'au siècle dernier.

Aujourd'hui que tout le monde à peu près sait écrire, on n'apprend à calculer qu'avec la plume, et le boulier est resté un joujou d'école enfantine; au Moyen âge, on pouvait compter et faire avec des jetons des opérations passablement complexes, sans même savoir lire; c'est dans cette situation que se trouvaient de fait les Arabes devant leurs notaires chrétiens; mais en Occident ou même dans l'empire byzantin, les choses ne devaient pas se passer autrement; les comptes écrits étaient toujours vérifiés par un calcul avec des jetons[1].

Γράφειν τοὺς ψήφους ne signifie donc pas écrire les chiffres, mais écrire les comptes (de jetons). Un groupe de lettres numérales éveillait alors beaucoup moins l'idée d'un nombre abstrait que celle des jetons qu'elles représentaient. La notion de chiffre est sensiblement postérieure [2].

1. C'est ainsi que dans la première scène du *Malade imaginaire*, Argan refait, avec des jetons, le compte de son apothicaire.

[2. Cp. *Intermédiaire des mathématiciens*, 1900, t. VII, p. 31-32.]

5. A côté de ψῆφος, pour calcul, les Grecs ont dit ψηφοφορία; mais ce terme, emprunté à la langue antique, où il signifiait le dépôt du jeton de suffrage, a toujours été un mot savant; l'expression courante était λογισμός, ἐπιλογισμός, ou λογαριασμός. Il est dès lors très douteux que la contraction en ψηφορία se soit produite réellement dans l'usage; M. Krumbacher en cite un exemple unique, qui peut n'être qu'une simple faute d'écriture. Quant aux autres intermédiaires, ψήφορον en grec, *sifor* en arabe, qu'il a besoin de supposer, il s'est dispensé de fournir la moindre preuve de leur existence. Il n'y a donc là qu'une de ces tentatives étymologiques qu'il est plus facile d'émettre que d'appuyer.

Je ne crois pas, en résumé, que la thèse de M. Krumbacher puisse modifier l'opinion généralement admise aujourd'hui; il m'a semblé toutefois qu'elle méritait d'être discutée.

(Extrait de la *Revue archéologique*, 1894, 3e s., t. XXIII, p. 48-53.)

UN NOUVEAU TEXTE

DES

TRAITÉS D'ARPENTAGE ET DE GÉOMÉTRIE

D'EPAPHRODITUS ET DE VITRUVIUS RUFUS

I

INTRODUCTION

Le présent travail a exclusivement pour but de mettre au jour un nouveau document touchant une question très complexe et sur laquelle, pendant longtemps encore, on ne peut guère attendre, ce semble, que des éclaircissements partiels et successifs.

Il s'agit des sources qui ont été utilisées pour deux compilations dont le rôle a été considérable dans l'enseignement pendant une longue période du moyen âge, à savoir les deux *Géométries* attribuées, l'une à Boèce, l'autre à Gerbert.

Il est parfaitement établi que la plus importante de ces sources se trouve dans une série de textes qui figurent parmi ceux des agrimenseurs romains, soit anonymes, soit sous les noms de M. Junius Nipsus, d'Aprofoditus ou Aprofiditus (Epaphroditus) et de Betrubus (Vitruvius) Rufus architecton.

Mais si l'on se demande quels ont été en réalité les auteurs des *Géométries* attribuées à Boèce et à Gerbert, à quelles dates ces compilations ont été rédigées et sous quelle forme les rédacteurs avaient à leur disposition immédiate la série de textes pré-

citée, la controverse est loin d'être épuisée. D'autre part, il est encore plus malaisé de discerner ce qu'étaient en fait les ouvrages originaires d'où les textes en question ont été extraits à une époque voisine de la chute de l'empire romain.

Voici dans quels termes se pose actuellement cette seconde question, la seule que nous ayons l'intention d'aborder ici.

Le célèbre *Codex Arcerianus* de Wolfenbüttel (du sixième ou du septième siècle), le plus ancien et le plus important pour la collection des *Gromatici veteres*, débute (fol. 2ᵃ-6ᵃ) par le *M. Junii Nipsi liber*. Cette partie est mutilée, mais en dehors du *Podismus*, qui nous intéresse particulièrement. Au fol. 6ᵇ se trouve l'*Incipit Aprofiditi feliciter et Betrubi Rufi architectonis*, au fol. 8ᵇ, l'*Explicit liber Aprofoditi et Betrubi Rufi architectonis*. Ce *liber* a également subi une mutilation d'un feuillet. Suit (fol. 9ᵃ) le Frontinus *de agrorum qualitate*, qui n'a plus le même caractère géométrique.

La même suite de textes sur l'arpentage, mais sans indication des noms des auteurs, se trouve, par exemple, dans l'*Amplonianus* 362 d'Erfurt (onzième siècle) et dans le ms. IV, 111, 4 de Rostock (treizième siècle). Des manuscrits de ce genre ont servi pour la première impression (partielle) de ces textes, à la suite de l'édition in-folio des Œuvres de Boèce, publiées au seizième siècle à Bâle par Henricpetrus (sans date assurée). L'*Arcerianus* a été utilisé, en premier lieu, par Andreas Schott (*Geometrica et Gromatica vetusti scriptoris, ex antiquissimis nunc demum membranis eruta studio Andr. Schotti Antverpiani*, à la suite d'un recueil de *Tabulae rei nummariae*, etc., imprimé à Anvers en 1616), puis par Hase (*Epistolae Parisienses, in quibus de rebus variis quae ad studium antiquitatis pertinent agitur, editae a G. G. Bredow, Lipsiae*, M D CCCXII, pages 201-242). Mais ces publications restaient incomplètes. D'autre part, Lachmann, dans son édition des *Gromatici veteres* (Berlin, Reimer, 1848), tout en restituant, avec

l'aide des manuscrits secondaires indiqués plus haut, l'ensemble des fragments qui paraissent subsister de Nipsus, a complètement laissé de côté le *liber* suivant. Moritz Cantor a donc été le premier à donner le texte intégral de ce *liber* d'après l'*Arcerianus* dans son ouvrage *Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesskunst, eine historisch-mathematische Untersuchung*[1], Leipzig, Teubner, 1875, pages 208-215. Enfin, Maximilian Curtze a comblé à très peu près la lacune du feuillet manquant de l'*Arcerianus* en s'aidant du manuscrit anonyme de Munich, lat. 14836 (que nous désignerons désormais par B). Il a donné en même temps (*Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*, VII, Leipzig, Teubner, 1875, pages 75-142) une collation complète de ce manuscrit du onzième siècle avec les textes édités par Lachmann (*Gromatici veteres*), Cantor et Olleris (*Geometria Gerberti*)[2].

Avant cette publication de M. Curtze, M. V. Mortet, archiviste paléographe, bibliothécaire de l'Université à la Sorbonne, avait reconnu que le manuscrit B était moins ancien qu'un autre manuscrit de la même bibliothèque de Munich, lat. 13084, que nous désignerons par A[3]. Mais, tandis que dans B les textes qui nous intéressent (fol. 87 r°-92 r°, 106 r°-107 v°) sont beaucoup moins complets et encore plus en désordre que dans l'*Arcerianus*, le manuscrit A nous les offre réunis et rangés méthodiquement.

1. Ouvrage que nous désignerons désormais sous la rubrique *Cantor*. — L'indication de cette édition est la seule que donne la principale bibliographie classique, celle d'Engelmann Preuss (*Bibliotheca scriptorum classicorum*, 8e édition : *Scriptores latini*, p. 738). Les *Excerpta* de Schott et les extraits de Hase y ont été omis (M).

2. Nous désignerons cette publication sous la rubrique *Curtze* (ou l'abréviation *Cu*).

3. Voir plus loin la description de ce manuscrit par M. Mortet.

Comme ensemble, c'est évidemment un extrait du prétendu *liber* d'Epaphroditus et Vitruvius Rufus, de même que nous en avons un autre dans l'*Arcerianus;* car, en aucun cas, on ne peut songer à voir un livre tant soit peu complet dans le texte publié par M. Cantor.

L'extrait du manuscrit A correspond d'ailleurs à un autre ordre d'idées que celui de l'*Arcerianus;* plus complet sous certains rapports, il l'est moins au contraire sous d'autres. Il représente donc une source différente, mais à certains égards d'une importance au moins égale, surtout parce que l'ordre des matières est beaucoup plus rationnel et plus voisin, semble-t-il, de l'ordre originaire. D'autre part, le texte est souvent beaucoup plus correct.

M. Mortet, ayant obtenu communication des manuscrits A et B, publie ci-après le texte de A, avec l'indication de quelques leçons de B qui n'ont pas été données par M. Curtze. Il a paru inutile, en dehors des passages où l'incorrection du texte commandait une exception, d'indiquer les leçons de l'*Arcerianus* d'après M. Cantor, pas plus que celles données par Hase ou Schott. Il ne s'agit pas, en effet, d'établir pour le moment un texte définitif des fragments qui nous restent d'Epaphroditus ou de Vitruvius Rufus; il faudrait pour cela une étude de tous les autres manuscrits anonymes qui peuvent, comme ceux de Munich, être appelés à compléter les extraits de l'*Arcerianus*. Or, si ce travail est jugé utile par quelque érudit, il lui faudra recourir en tout cas à l'ouvrage de M. Cantor, ne fût-ce qu'à cause de l'importante discussion qu'il a consacrée aux textes dont il s'agit; il sera même intéressant de collationner à nouveau l'*Arcerianus*. Nous ne voulons, je le répète, apporter qu'un document nouveau; nous n'avons pas la prétention d'épuiser une question qui est loin d'être suffisamment mûrie.

Mais nous devons au moins insister sur l'intérêt de notre publication, et montrer les nouveaux éléments qu'elle apporte dans le problème.

Si nous nous référons au texte de l'*Arcerianus*, tel que l'a donné M. Cantor, nous voyons tout d'abord que les trois premiers paragraphes manquent dans le manuscrit A. Ici il ne s'agit pas d'une omission volontaire dans notre extrait. Remarquons, en effet, que l'extrait de Nipsus qui précède (voir *Gromatici veteres*, I, p. 301) s'arrête brusquement et que les trois paragraphes en question sont des problèmes de l'ordre d'idées ainsi interrompu, tandis qu'ils ne trouvent aucune place naturelle dans les problèmes qui suivent. Il s'ensuit que l'*Incipit* de l'*Arcerianus* est mal placé, sans doute parce que, dans le prototype, les paragraphes 1 à 3 avaient été, après coup, ajoutés en marge. Ils doivent donc être rattachés au *Podismus* de Nipsus, soit qu'ils lui appartiennent réellement, soit que, trouvés n'importe où, ils aient été mis là pour le compléter dans une certaine mesure, ce qu'ils font effectivement.

Observons maintenant que notre manuscrit A est divisé en trois parties bien distinctes comme caractère. Les titres particuliers qu'elles offrent peuvent être dus au copiste de A ; ils n'en correspondent pas moins évidemment à une division originaire. La première partie : I, *de conditionibus et mensuris agrorum*, après quelques indications métrologiques, donne une suite de problèmes concrets sur des champs ; elle est particulièrement remarquable par l'emploi d'une subdivision valant le quart du *jugerum*, la *tabula*, subdivision qui n'apparaît nulle part en dehors de cette série[1]. La seconde partie : II, *de figurarum diversis spe-*

1. Dans tous les autres textes connus, la *tabula* n'est point une mesure agraire d'une contenance déterminée.

ciebus et arearum mensuris, etc., donne au contraire des mesures de surfaces sous leur dénomination géométrique abstraite; la troisième partie enfin : III, *de geometria columnarum et mensuris aliis*, est beaucoup plus courte; les problèmes y sont de forme concrète, mais exclusivement stéréométriques.

Or le copiste de l'*Arcerianus*, qui a négligé cette dernière partie, semble avoir commencé par extraire de la partie II les deux formules les plus générales et les plus importantes (*Cantor*, § 4 et 5). Après une petite addition (§ 6), qui paraît venue de la marge et se rapporter au paragraphe 4, il a pris les derniers problèmes de la partie I (*Cantor*, § 7 à 9; *Curtze*, p. 124-125), puis est revenu à la partie II pour en tirer de plus longs extraits.

Mais les premiers problèmes de la partie I se retrouvent fol. 79-81 du *Gudianus* de Wolfenbüttel (dixième siècle) et ont été publiés d'après cette source (et d'après le manuscrit précité de Rostock) dans les *Gromatici veteres* de Lachmann (p. 354-356) sous le titre *De jugeribus metiundis*. Notre manuscrit A établit, sans conteste possible, que ce fragment doit être rattaché aux problèmes similaires de l'*Arcerianus* et qu'il constituait avec eux une des parties du *prétendu liber* d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus.

Je dis *prétendu*, car l'hypothèse d'une collaboration de deux auteurs est trop improbable pour avoir jamais été sérieusement mise en avant. Mais la distinction entre deux ouvrages, confondus par le compilateur sous une même rubrique, ne pouvait être faite jusqu'à présent; maintenant cette distinction apparaît avec clarté. Nous avons trois séries de problèmes formant trois parties bien séparées; la question de l'âge et de l'origine doit être posée et discutée à part pour chacune de ces trois parties.

Nous ne disposons, il est vrai, que de deux noms d'auteurs; mais ce n'est pas là que réside la véritable difficulté; il est clair

que la partie I est l'œuvre d'un arpenteur, que la partie II est au contraire celle d'un géomètre praticien, qui ne vise pas en particulier la mesure des champs. L'ordre dans lequel nous sont donnés les deux noms d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus, la qualité d'*architecton*[1] donnée à ce dernier, enfin la vraisemblance que cet architecte ait fait suivre ses problèmes abstraits de questions stéréométriques sur les colonnes, etc. (IIIe partie), sont des motifs suffisants pour mettre la partie I sous le nom d'Epaphroditus, les deux suivantes (avec réserves cependant en ce qui concerne la troisième) sous le nom de Vitruvius Rufus.

La difficulté consiste en ce que, au premier abord, la série de problèmes qui serait ainsi attribuée à Epaphroditus apparaît, au

1. Hase (*op. cit.*, p. 212) a mis en doute : 1° si le nom de Vitruvius est la véritable restitution de celui qui a été défiguré en Betrubus; 2° si l'épithète *architecton* n'a pas été ajoutée par un copiste pensant à Vitruvius Pollio. Mais quant au premier scrupule, il est aisé de se rendre compte, pour des raisons graphiques et phonétiques, qu'aucune des autres formes qu'il indique n'offre le même degré de probabilité; pour le second (qui suppose en tout cas le nom de Vitruvius) il suffira peut-être de rappeler que nous connaissons par Maffei (*Verona illustrata*, Milan, 1826, parte III^a, p. 86 et sq.), l'inscription : L. VITRVVIVS L. L. CERDO ARCHITECTUS, mise sur une des portes de Vérone. (Cf. *C. I. L. Inscr. Gall. Cisalp.*, édit. Mommsen : Verona, n° 3464.) Voilà au moins un autre architecte, certainement différent du célèbre Vitruve, mais portant le même nom et qui est d'ailleurs un affranchi [L(ucii) L(ibertus)]. La *gens Vitruvia* n'a laissé que peu de traces, comme l'a déjà remarqué Maffei, dans l'histoire et dans les inscriptions latines; mais ce nom illustre a pu être pris par des architectes n'appartenant pas en réalité à cette *gens*. On a des exemples similaires pour des médecins, par exemple. Au reste, nombre d'architectes de cette époque étaient des affranchis ou même des esclaves (voir H. Lemonnier, *Étude historique sur la condition privée des affranchis aux trois premiers siècles de l'Empire romain*, p. 282 et note *ibid.*); rien n'empêche que notre Vitruvius Rufus ait été lui aussi un affranchi. En tout cas, ce nom avec un surnom ne peut guère avoir été porté après le troisième siècle (M).

point de vue mathématique, comme appartenant à une époque de profonde décadence. M. Cantor, qui a soumis à un examen approfondi (p. 135-138) le fragment *De jugeribus metiundis*, serait disposé à le considérer comme composé au septième siècle seulement, ou peut-être même plus tard. Le nom d'Epaphroditus (esclave ou affranchi) nous reporterait au contraire au deuxième ou troisième siècle de notre ère. J'espère dans les notes que j'ai ajoutées au texte publié ci-après avoir levé cette difficulté. Si la langue de ce texte, en raison des corruptions qu'elle a subies de la part de copistes qui n'étaient nullement habitués à la respecter, ne permet pas de conclusions bien précises, rien n'empêche, à mon avis, de considérer la rédaction originaire comme relativement ancienne. Les singularités métrologiques qu'elle présente m'inclinent toutefois à croire que l'auteur écrivait pour une localité spéciale, dont la détermination ne semble pas malheureusement pouvoir être tentée dans l'état actuel de nos connaissances.

Pour la seconde partie, que je mettrais sous le nom de Vitruvius Rufus, il ne doit pas être mis en doute qu'elle remonte au moins au troisième siècle et plus probablement au deuxième, de même que le *liber* de Marcus Junius Nipsus. Il est également incontestable qu'elle représente une source grecque, qu'elle est empruntée à quelque *géodète* de la bonne époque. On pensait naturellement à Héron d'Alexandrie, lorsqu'on était d'accord pour le placer vers l'an 100 avant J.-C.; maintenant qu'on ne peut guère le considérer comme antérieur au deuxième siècle de notre ère, il faut plutôt penser que l'auteur suivi par Vitruvius Rufus est un de ceux que Héron a compilés de son côté, et si un nom peut être indiqué à titre de simple conjecture, je n'hésiterai pas à prononcer celui de Philon de Byzance, qui me paraît avoir été le guide principal de Héron pour la géométrie,

comme Ctésibios le fut pour la mécanique, et dont un architecte romain devait naturellement étudier les écrits.

La controverse la plus grave peut porter sur la question de savoir s'il faut mettre au compte de Vitruvius Rufus ou de ses compilateurs postérieurs la singulière classification des triangles que nous présente son texte, ainsi que le malencontreux emploi qui y est fait de formules arithmétiques relatives aux nombres polygones pour le calcul de l'aire des surfaces de polygones réguliers. Sans trancher la question, j'estime que les compilateurs du cinquième siècle prenaient malheureusement assez de libertés avec les textes de ce genre, quand ils croyaient les comprendre, pour que Vitruvius puisse bénéficier du doute possible.

Quant à la troisième partie du manuscrit A, M. V. Mortet a consacré une étude spéciale aux fragments les plus intéressants qu'elle contient, c'est-à-dire aux textes relatifs aux colonnes[1]. Je me bornerai à remarquer que le lien entre cette partie et la seconde n'est pas assez assuré par leur juxtaposition dans un manuscrit unique pour qu'on puisse affirmer avec certitude qu'elles sont dues au même auteur, à notre *Vitruvius Rufus architecton.* Il serait à souhaiter que la découverte de nouveaux fragments de cette troisième partie permît de l'augmenter assez pour que l'on puisse porter un jugement plus précis sur la langue et le caractère de l'ouvrage originaire dont elle doit provenir[2]. L'espoir de provoquer de nouvelles recherches dans ce

1. *Bibliothèque de l'École des chartes*, LVII, 1896, p. 277-324, article intitulé : *La mesure des colonnes à la fin de l'époque romaine, d'après un très ancien formulaire.*

2. Ainsi, par exemple, le ms. lat. 6842 C, fol. 63 v°, au milieu d'un petit traité (*Incipit de architectura, valde utili scientia, ex libris antiquorum qui de hoc scripserunt, in parvo labore excerpta*, fol. 54) qui est compilé du *Liber de diversis fabricis architectonicae* (dû à M. Cetus Faventinus et publié par Valentin Rose et Hermann Müller-Strübing à la suite de Vitruve

sens a été (ai-je besoin de le redire?) un des principaux motifs de l'intérêt que j'ai pris à la publication ci-après.

T.

II

DESCRIPTION DU MANUSCRIT

Le manuscrit latin 13084 de la Bibliothèque royale de Munich est un manuscrit en parchemin, de format in-quarto, qui mesure 0 m. 27 de long sur 0. m. 18 de large. Il se compose de quatre-vingt-onze folios numérotés. Il a été attribué au neuvième-dixième siècle par les auteurs du Catalogue des manuscrits de ladite Bibliothèque (*Catalogus codicum latinorum Bibliothecae regiae Monacensis*, comp. Car. Halm, Fr. Heinz, Gul. Meyer, Geo. Thomas, t. II, pars II[a], p. 101). Cette attribution paraît satisfaisante, les folios 1-47 r° présentant une très belle minuscule carolingienne qui serait d'une époque un peu antérieure à celle de

dans leur édition de ce dernier, Leipzig, Teubner, 1867), présente diverses additions de nature et d'origine différentes. On y trouve notamment un chapitre *De spera vel emisperio* (cf. *Cantor*, § 25), un autre *De mensuris arborum vel turrium* (cf. *Cantor*, § 39), puis, immédiatement après, un fragment qui doit également avoir appartenu à la partie stéréométrique de l'ouvrage de Vitruvius. Voici ce fragment, tel qu'il nous est parvenu :

« Si vero arcum in edificiis facere volueris, hoc modo quante altitudinis facere oporteat judicabis. Verbi gratia, si super duas columpnas arcum, id est volsam, facere deliberas, collige mensuram qua ipse columne inter se distant, et subtracta medietate mensure ipsius, secundum alteram medietatem arcum levabis ab eo loco quo eum facere incipis et parum plus. »

Les derniers mots indiquent le léger haussement souvent pratiqué par les Romains sur les arcs et voûtes de plein cintre. Ce fragment n'a pas été connu par M. A. Choisy, l'auteur de *L'art de bâtir chez les Romains*, 1873. Sur l'arc surhaussé des Romains, voir cet ouvrage, p. 72 et suiv.; cf. J. Quicherat, *Fragm. d'un cours d'archéologie*, p. 425 et 437 (M).

l'écriture qui vient après dans le manuscrit. Les folios 47 v° et 48 r° sont blancs. A partir du folio 48 v°, on est en présence d'une écriture minuscule de moindre dimension et qui paraît être, nous le répétons, un peu moins ancienne[1]. Ce manuscrit doit avoir été transcrit dans l'Allemagne du Sud, comme le fait voir la forme de cette minuscule carolingienne. Il provient de la ville de Ratisbonne. (*Rat. civ.*, 84.)

Au folio 1 se trouve la rubrique suivante, en onciales de couleur rouge et noire : *Disputatio de rhetorica et de virtutibus sapientissimi regis Karli et Albini magistri.* Cet opuscule a été publié, en 1863, dans le recueil (p. 523) des *Rhetores latini minores*, de C. Halm, qui a utilisé notamment ce manuscrit. Après des figures en couleur qui représentent des tableaux synoptiques de la rhétorique et d'autres arts ou sciences (cf. *Cod. Frising.* 6407 de la Bibl. roy. de Munich), on trouve dans ce manuscrit (fol. 26 et sq.) le dialogue d'Alcuin sur la dialectique, qui a été publié dans l'Alcuin de Froben (II, 1, p. 331-333) et reproduit dans le *Thesaurus monumentorum ecclesiasticorum et historicorum* (II, p. 488, éd. J. Basnage, 1725). C'est après cet opuscule que s'ouvre (fol. 48 v°) une très importante série de textes de géométrie, d'arpentage et de métrologie. En tête de cette série on lit la rubrique suivante : *Incipiunt capitula geometricae artis;* ces chapitres sont au nombre de trente-quatre; leurs numéros d'ordre ont été reportés sur la marge, qui depuis a été en partie rognée par le relieur du manuscrit. Dans un mémoire que nous publions dans la *Bibliothèque de l'École des chartes* (t. LVII, 1896, p. 277-324; voir plus haut), nous donnons en détail les rubriques de chacun de ces chapitres, en indiquant les diverses publications

1. Comme annexe de notre publication, nous donnons d'ailleurs un double spécimen de cette écriture, la reproduction des folios 59 v° et 64 v°.

auxquelles se rapportent la plupart d'entre eux. On y trouve notamment, à partir du folio 49 v°, chap. III, des extraits de la *Géométrie* de Cassiodore avec un peu plus de développements que dans l'édition du P. Garet, et avec des variantes dignes d'intérêt. Ces extraits feront de notre part l'objet d'une publication spéciale.

Voici, au reste, l'intitulé des chapitres en question :

I. *De geometriae arte meditatoribus, quid et qualiter eam debeant discere* (fol. 49). — II. *Quid sit ipsa geometria et quae ejus effectiva potentia.* — III. *De divisione geometriae, in quot partes dividatur* (fol. 49 v°). — IV. *De utilitate geometriae* (fol. 50). — V. *De ordine prescriptionis geometriae.* — VI. *De ratione propositionis.* — VII. *De dispositione geometriae.* — VIII. *De disscriptione* (sic) *geometriae.* — IX. *De demonstratione summitatum* (fol. 50 v°). — X. *De extremitatibus.* — XI. *De principio mensurae.* — XII. *De generibus mensurarum.* — XIII. *De generibus angulorum* (fol. 51). — XIV. *De speciebus linearum et de circumferentibus.* — XV. *De modis formarum.* — XVI. *De petitionibus et conceptionibus quae sunt in geometria* (fol. 54). — XVII. *De proportione et proportionalitate.* — XVIII. *De finibus et variis mensuris* (fol. 54 v°). — XIX. *De agrorum qualitatibus* (fol. 55). — XX. *De limitum generibus* (fol. 55 v°). — XXI. *Quomodo latine litterae ad demonstrationem limitum aptandae sint* (fol. 56). — XXII. *De expositione limitum vel terminorum* (fol. 56 v°). — XXIII. *Quomodo litterae latine sive grecae terminorum rationem vel locorum qualitatem designant* (fol. 57 v°).

Les trois chapitres qui suivent sont ceux qui font l'objet de la présente publication. Voici leurs rubriques :

XXIV. *De conditionibus et mensuris agrorum* (fol. 58). — XXV. *De fig[u]rarum diversis speciebus et arearum mensuris in eisdem per argumenta comprehensis* (fol. 60). — XXVI. *De geometria columnarum et mensuris aliis* (fol. 64 v°).

Vient ensuite le texte d'Hygin :

XXVII. *De limitibus constituendis secundum rationem solis* (fol. 65 v°).

Les chapitres suivants sont spécialement relatifs à l'astronomie et à la cosmographie :

XXVIII. *De mundi magnitudine et circulis planetarum.* — XXIX. *De quinque zonis caelestibus et zodiaco circulo* (fol. 66 v°). — XXX. *De gnomonica institutione et umbrarum discursu* (fol. 67 v°). — XXXI. Ambrosii Macrobii Theodosii : *De mensura et magnitudine terrae et circuli per quem solis iter est* (fol. 68). — XXXII. *Item ejusdem de mensura et magnitudine solis* (fol. 68 v°). — XXXIII. Felicis Capellae : *De mensura lune* (fol. 69). — XXXIV. *Ejusdem argumentum quo magnitudo terrae deprehensa est.*

Enfin, à partir du folio 70, on trouve le traité :

Hygini poeticon astronomicon, avec cette rubrique : *Hyginus M. Fabio plurimam salutem.* Nous renvoyons à ce sujet aux observations que font les auteurs du *Catalogus cod. lat. Bibliothecae regiae Monacensis* (t. II, pars II[a], p. 101).

V. M.

ABRÉVIATIONS

A = Monacensis 13084.
B = Monacensis 14836.
C = Selestadiensis 1153 *bis*, fol. 42.
Cu = Lectiones codicis B vel correctiones secundum Max. Curtze (*Abh. z. Gesch. d. M.*, VII, p. 75-142).
Ca = Ed. Mor. Cantor (*Die Rœm. Agr.*, p. 207-215) ex codice *Guelferbyt. Arceriano.*
Gr. = Gromatici veteres ex recensione Caroli Lachmanni (Berlin, 1848).
(M) = Notes de M. V. Mortet.
(T) = Notes de M. P. Tannery.

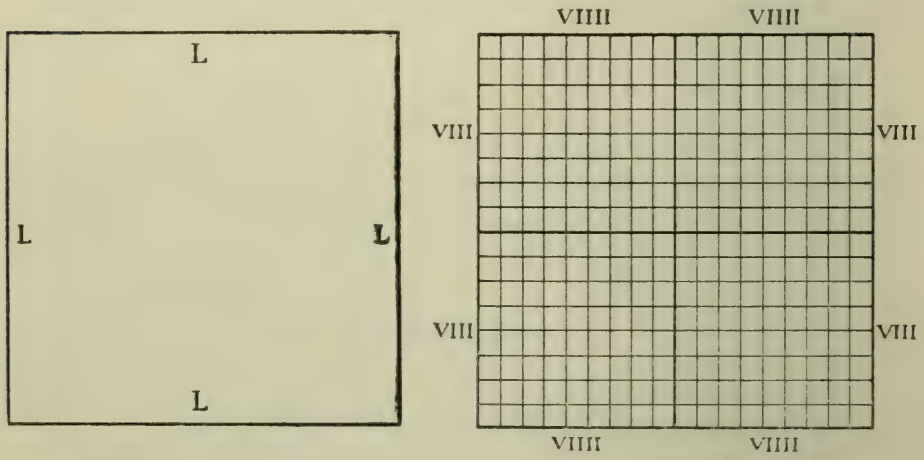
TEXTE DU MANUSCRIT A

XXIV

DE CONDITIONIBUS ET MENSURIS AGRORUM

Fol. 58. *Grom. vet.*, p. 354. Cf. *Curtze*, p. 114.

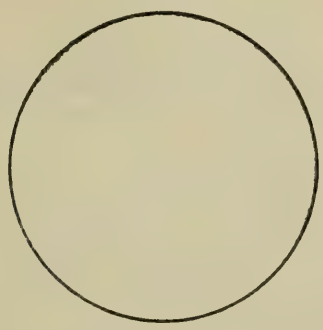
[1] Kastrense jugerum quadratas habet perticas CCLXXXVIII, pedes autem quadratos $\overline{\text{XXVIII}}$ DCCC ; † id est per latus unum per-



ticas XVIII, que per quattuor latera faciunt perticas LXXII †. Habet itaque tabula una quadratas perticas LXXII. Si ergo fuerit

[1] Le texte, au passage compris entre deux croix †...†, présente une absurdité. En fait, le *castrense jugerum* a la même contenance que le *jugerum* ordinaire (cf. Hultsch, *Metrologici scriptores*, II, p. 34.

ager tetragonus isopleurus, habens per latus unum perticas L, ita eum metiri oportet ut sciamus quod[1] jugera habeat : intra-



duco[2] unum latus per aliud; fiunt perticae $\overline{\text{II}}$ D, quae faciunt jugera VIII, tabulas II, perticas LII.

[2] Ager si fuerit in rotundo habens per gyrum perticas LXXX, sumpta quarta parte, id est XX, multiplica in se, et fiunt CCCC

1. *Corrige* quot, *ex* B. — 2. intra se duco *Gr.*, *fortasse melius.*

---

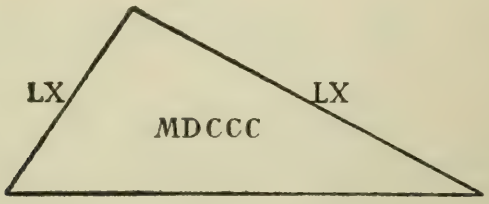
note 1). Toutefois celui-ci est normalement un rectangle ayant une largeur de 12 perches (de 10 pieds) et une longueur double, soit 24 perches. D'après la figure des manuscrits, le *castrense jugerum* serait au contraire un rectangle ayant 16 perches sur 18 (se rapprochant ainsi d'un carré), et se subdiviserait en quatre *tabulae* de 8 perches sur 9. On doit donc restituer : *id est per latus unum perticas* XVIII (*et per latus alterum perticas* XVI), comme note marginale rédigée conformément à la figure, puis passée dans le texte seulement en partie. La rédaction originaire pouvait porter ensuite : *quae* [nempe pedes quadrati 28800 vel perticae 288] *per quattuor divisa faciunt (quadratas) perticas* LXXII. *Habet itaque, etc.* Ainsi tout serait remis en ordre (T).

[2] Ici c'est la figure circulaire des manuscrits qui est absurde, ce qui prouve que ces figures ne remontent pas au texte primitif et ne

perticae. Si sumis CCLXXXVIII, quod est jugerum, remaneant[1] perticae CXII, quae faciunt tabulam unam semis[2] et perticas IIII^{or}.

Fol. 58 v°.

[3] Ager si fuerit trigonus isopleurus, habens tria latera per



quae sexagenas perticas habeat, duco unum latus per alterius lateris medietatem, id est LX per XXX : fiunt perticae MDCCC, quae faciunt jugera VI, tabulam unam.

[4] Ager si caput bubulum fuerit, id est duo trigonia[3] isopleura juncta habentia per latus unum perticas L, unius trigoni

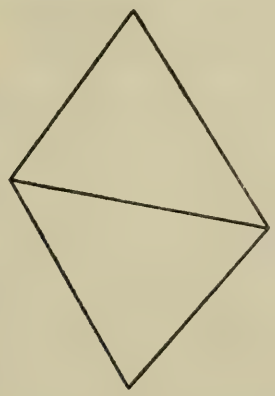
1. remanent *Gr.*, *melius*. — 2. *Legendum* semissem. — 3. trigona *Gr.*, *melius*.

---

peuvent faire foi, en particulier pour la forme du *castrense jugerum*. — *In rotundo* n'est ici qu'un doublet maladroitement ajouté à *per gyrum*, et il s'agit d'un champ carré (ou valant pratiquement comme tel) dont on donne le périmètre. La mesure du champ circulaire : *rotundus circuli speciem habens*, est donnée plus loin, § [8], avec une formule différente et classique (T).

[3, 4, 5] Formules grossières, analogues à celles de l'ancienne Égypte, mais qui peuvent représenter l'antique tradition des arpenteurs romains, avant qu'ils se missent à l'école des Grecs; elles indiqueraient dès lors l'ancienneté de la source, loin d'être une marque de la décadence de l'art. — Pour le quadrilatère [5], les côtés 30

[latus][1] in alterius trigoni latus duco, id est L per L : fiunt $\overline{\text{II}}$ D, quod sunt jugera VIII, tabulas II S.[2], perticas XVI.



Grom. vet., p. 355.

[5] Ager si fuerit inaequalis, ut habeat in latere uno perticas XL,

in alio XXX, in alio XX, in alio VI, conjungo XL et XXX, fiunt LXX;

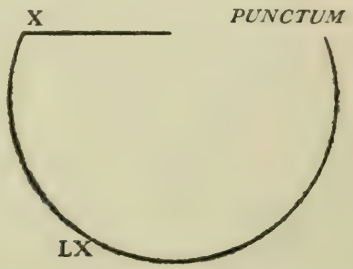
1. latus *addendum, ex Gr.* — 2. *Compendium vocis* semis.

---

et 40 d'une part, 20 et 6 de l'autre, forment les couples opposés : voir la figure donnée par Lachmann, où les longueurs des côtés sont marquées (T).

dividis in aequo, fit una pars XXXV; rursus jungo VI cum XX, fiunt XXVI; divido aequaliter, fiunt XIII; duco latus quem[1] dividi prius, id est XXXV, per XIII : fiunt perticę CCCCLV, quae faciunt jugerum unum, tabulas II, perticas XXIII.

[6] Ager si fuerit lunatus, habens a foris perticas LX et in sinu suo perticas XX, aequas majorem partem cum minore, et facis



partem unam XL; et, si in uno capite habuerit perticas X, et in alio in punctum desierit, dividis X, fiunt V; hoc ducis per XL : fiunt CC, id est tabulae duae et perticae LVI.

Fol. 59.

[7] Ager si fuerit semicirculus, cujus basis habeat perticas XL,

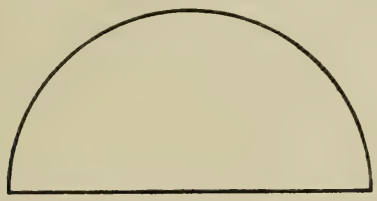
1. quem *servandum, et* latus *expungendum est.*

---

[6] La figure est incomplète : d'après celle de Lachmann, on devrait l'achever en rejoignant, par un arc concave de XX perches, l'extrémité de la droite X à celle de l'arc convexe au point marqué PVNCTVM. En tout cas, la formule est très grossière, de même que les précédentes. — L. 2, le mot *aequas* est quelque peu suspect (T).

[7] Formule grecque pour l'aire d'un demi-cercle. Le calcul exact donnerait : $40 \times 20 \times \frac{11}{14} = 628\frac{1}{2}\frac{1}{14}$. En négligeant la seconde frac-

curvaturae latitudo habeat perticas XX, oportebit multiplicare latitudinem cum base, id est vicies quadrageni : fiunt per-



ticae DCCC; hoc undecies, fiunt $\overline{\text{VIII}}$ DCCC. Hujus summe partem quartam decimam, id est DCXXVI[II][1] s, tot esse dicimus quadratas perticas, quae faciunt jugera duo et tabula dimidia, perticas [X]VI[2].

[8] Ager si rotundus erit, circuli speciem habens, sic po-

dismum colligo. Esto area rotunda, cujus diametrus habeat

1. *Legendum* DCXXVIII, *ex Gr.* — 2. *Legendum* XVI, *ex Gr.*

---

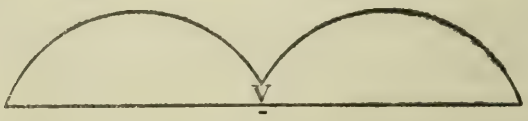
tion, on a 2 *jugera* (576 perches), $\frac{1}{2}$ *tabula* (36 perches) et 16 perches $\frac{1}{2}$. Cette dernière fraction paraît avoir été systématiquement négligée dans l'énoncé final du résultat (T).

[8] Formule grecque pour l'aire d'un cercle. Le sens de la nota-

perticas XL; has in se multiplico, quae fiunt perticae MDC. Hanc summam undecies multiplico : fiunt pertice $\overline{\text{XVII}}$ DC, ex qua summa quartam decimam duco, id est perticas MCCLVII pedes I, ∺ V[1] quae summa efficit jugera IIII^{or}, tabula una, pertice [X]XXIII[2].

Gr. vet., p. 356. Cf. *Curtze*, p. 114-115.

[9] Ager si minor fuerit quam semicirculus, arcum sic metimur. Esto arcus cujus basis habeat perticas XX, latitudo perticas V;



latitudinis cum base jungo numerum, fiunt pertice XXV; hoc duco

1. *Intellige :* uncias quinque. — 2. *Legendum* XXXIII, *ex Gr.*

---

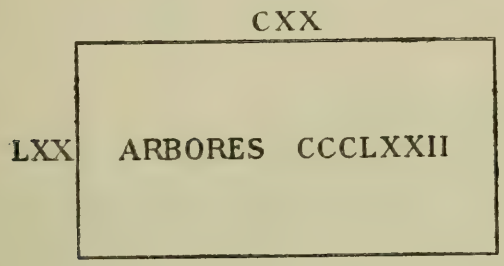
tion ∺ V dans ce problème et dans le suivant est douteux. Le calcul donne $\overline{40}^2 \times \frac{11}{14} = 1257\frac{1}{7}$. Comme la perche carrée contient 100 pieds carrés, $\frac{1}{7}$ de perche carrée vaut 14 pieds $\frac{2}{7}$; on devrait donc, après *perticas* MCCLVII, avoir *pedes* XIV; mais le calculateur semble avoir supposé à tort, comme pour les mesures linéaires, 10 pieds à la perche (carrée), puis 12 onces au pied. Dès lors, $\frac{1}{7}$ de perche fait 1 pied 5 onces $\frac{1}{7}$ d'once. Lachmann admet que ∺ est le symbole du *quincunx*, et que V a été ajouté comme interprétation. Il me semble que l'on a plutôt le double symbole de l'*uncia;* ce qui, suivant le système abréviatif grec, signifierait le pluriel : je lirais donc *uncias* V (T).

[9] La figure devrait être celle d'un segment de cercle. Le calcul

quater, fiunt C. Horum pars dimidia L. Item pertice XX, quae sunt in basi, pars dimidia, sunt X, qui in se multiplicati sunt C. Horum quartam decimam duco, qui remanent perticae VII, pes I, ∸ V[1], quibus adicio pertica[2] L, quas superius dixi; junctus itaque numerus utriusque summe faciunt LVII; ⊹ in arcu esse dicimus.

Cantor, § 7. Cf. *Curtze*, p. 115.

[10] Ager est longus pedum CXX, latus pedum LXX, in quo arbores dispositae sunt inter pedes V; si vis scire numerum



arborum qui in eo consitae sunt, sumas longitudinis partem quintam, hoc est XXIIII, similiter et latitudinis quintam partem,

1. *Nempe* unciae quinque. — 2. *Corrige* perticas, *ex Gr.*

---

est une application absurde d'une formule grecque approximative :

$$A = \frac{s' + h}{2} h + \frac{1}{14} \left(\frac{s}{2}\right)^2,$$

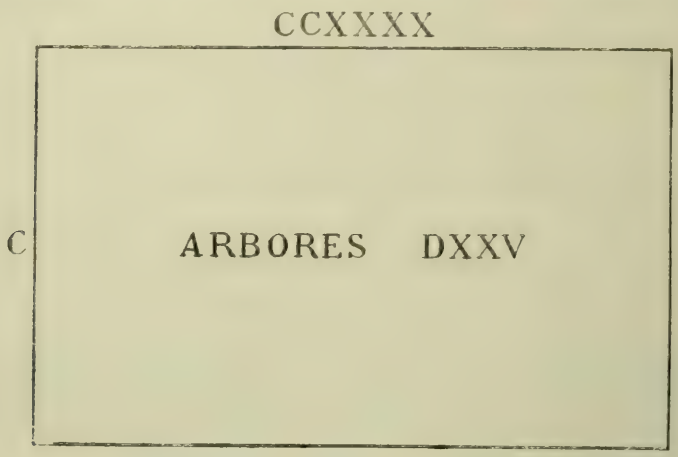
A étant l'aire, s la corde, h la flèche. Cantor (p. 137-138) a montré que l'erreur devait provenir d'un changement des données dans un exemple emprunté à Columelle. — Pour la fraction de perche, le cas est le même que pour le problème précédent (T).

[10] Calcul exact, en supposant que les côtés du champ soient formés par une rangée d'arbres. Le nombre de la figure est à corriger

quod est XIIII. His adicias asses[1] singulas, ut fiat[2] XXV et quindecim. Dehinc multiplices latitudinem per longitudinem sive longitudinem per latitudinem : quindecies enim XXV, sive vicies quin(quies)[3] XV, faciunt trecentos septuaginta quinque. Tot sunt enim arbores sitae in agro predicto.

Fol. 59 v°. *Curtze*, I, p. 124-125.

[11] Item ager est longus pedum CCXL, cujus latitudo igno-



ratur, sed in eo disposite sunt arbores inter pedes quinos, sin-

1. asses *optime* A B, vassis *Ca*, bases *Cu*. — 2. fiat A B, fient *Cu*. — 3. vicies quindecies *male* A B, *tacite corr. Cu*.

---

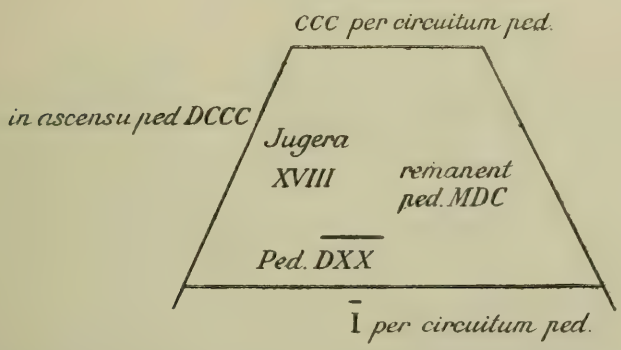
en CCCLXXV. — Ce problème est suivi dans B d'une courte addition absurde (*voir* Curtze), et dans l'*Arcerianus* d'une question inverse dont la fin manque. La lacune de ce dernier manuscrit ne se trouve donc pas entièrement comblée par les deux problèmes suivants (T).

[11] Calcul exact, en supposant que les côtés passent par les milieux des rangées d'arbres extrêmes (T).

gulae crassae pedum duorum, DXXV. Si querere vis latitudinem agri, adicias ad longitudinem quinarium numerum, quia inter pedes V dixi sitas esse arbores : fiunt CCXLV. Tunc sumas partem septimam, quia arbores cum intervallo habent pedes VII : fiunt XXXV. Sumas tricesimam quintam[1] partem de numero arborum, hoc est de quingentis XXV, fit XV. Hoc ducas septies, fit CV. Hinc deducas intervallum, hoc est pedes V, remanent C. Tot pedes latitudo agri.

Curtze, II, p. 125.

[12] At cum fuerit mons, qui habet in vertice per circuitum pedes t[r]ecentos, et in ascensu pedes octingentos, ad pedem



autem habet in circuitu pedes mille, si queris quot jugera in eo sint, jungas in unum duas circuitiones, id est mille et trecentos. Dehinc sumas partem dimidiam, hoc est sexcentos quinquaginta; ducas per ascensum montis, hoc est per octingentos[2],

1. quintam A (quartam vel *supra lineam*). — 2. octingentes A, octingentos B.

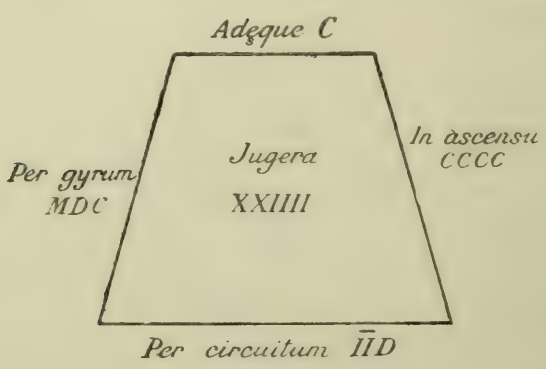
---

[12] Formule exacte pour la surface d'un tronc de cône (T).

fiunt $\overline{\text{DXX}}$. Tot igitur pedes erunt quadrati in superficiae totius montis. Deinde, ut inveniamus quot sunt jugera in ea, videas quoties habeat $\overline{\text{XXVIII}}$ DCCC, quia tot pedes constratos habet unum jugerum castrense[1], id est $\overline{\text{XXVIII}}$ octingentos : erunt jugera XVIII, insuper pedes mille sescenti.

Cantor, § 8. *Curtze*, III, p. 125.

[13] Item, mons est qui habet in imo juxta pedem in circuitu pedes $\overline{\text{II}}$ D, in medietate per gyrum pedes MDC, et in cacumine



adaequae in circuitu pedes C, cujus ascensus pedum est CCCC. Si igitur queris jugera quot in eo sint, junge in unum tres

1. castrense A B, *om. Cu.*

---

[13] Formule grossière. Le calcul semble avoir été manqué et incomplètement corrigé ; la lacune à la fin correspond à un grattage (probablement du nombre XXIIII) ; la correction à faire avait, il est vrai, été indiquée en marge, mais la reliure l'a fait disparaître. Le calcul exact donnerait, pour le quotient de 560,000 par 28,800,

circuitiones, id est pedes $\overline{\text{II}}$ D et MDC, necnon et centum, fiunt simul $\overline{\text{IIII}}$ CC. Hinc sume partem tertiam, quę fit MCCCC. Hoc multiplica per altitudinem, et facit $\overline{\text{DLX}}$. Deinde vide quotiens habeat $\overline{\text{XXVIII}}$ DCCC, hoc est. . . . . † Tot enim sunt jugera in eodem monte, hoc est tabulę IIII, et remanent pedes CC.

Fol. 60. *Cantor*, § 9. *Curtze*, IV, p. 125.

[14] Mons est strabus qui habet ad pedem in circuitu pedes MCCCC, in cacumine per circuitum pedes CC, sed est altus in parte dextra pedum DCCCL et ex parte leva pedum DCCL ; quero quot sunt in eo jugera. Sequitur : jungo in unum duas circuitiones, hoc est MCCCC et CC ; sumo partem dimidiam, fit DCCC ;

XVIIII *jugera* et pour le reste (12,800 pieds), *tabula I, dodrans, pedes* CC. Dans l'*Arcerianus* (comme dans B) la donnée pour l'*ascensus* est différente (500 pieds), et la surface (exacte) devrait être : *jugera* XXIIII, *tabula* I, *pedes* MDC. Mais, après *fit* XXIIII, on voit trois caractères indéchiffrables, puis : *erunt jugera, hoc est tabula quartum jugeri et pedes* MDC. Dans B l'indication du quotient est : *hoc est vicies quater. Tot sunt jugera in eumdem montem, hoc est tabule quatuor et remanent pedes* CC (texte plus voisin de A). Je pense que, dans les trois manuscrits, la fin à partir de *hoc est tabul.* est une glose expliquant les caractères suivant dans l'original le quotient XXIIII, et que le copiste de l'*Arcerianus* a seul essayé de reproduire. En tout cas, *tabulae* IIII est absurde, puisque les quatre *tabalae* font un *jugerum* (T).

[14] Formule grossière. — Avec ce problème finit la partie que nous attribuons à Epaphroditus ; certainement le niveau qu'il atteint, comme géomètre praticien, est très peu élevé. Toutefois, si l'on tient compte de la possibilité d'additions postérieures, qui existe pour tous les recueils de ce genre, et des corruptions que le texte

mitto ascensus ambos in unum, id est DCCCL, DCCL fiunt MDC; hinc sumo medietatem, quod[1] est DCCC; hoc duco per octingentos, occenties enim DCCC faciunt $\overline{\text{DCXL}}$. Tot igitur sunt pedes quadrati in monte; ut jugera inveniamus, videamus quoties habeat $\overline{\text{XXVIII}}$ DCCC : vicies enim bis XXVIII DCCC faciunt $\overline{\text{DC XXXIII}}$ et DC, quod sunt XXII jugera, et remanent pedes sex milia quadringentes.

1. *Hactenus* B.

---

a subies de la part des copistes, l'ouvrage originaire peut parfaitement remonter au premier siècle de notre ère (T).

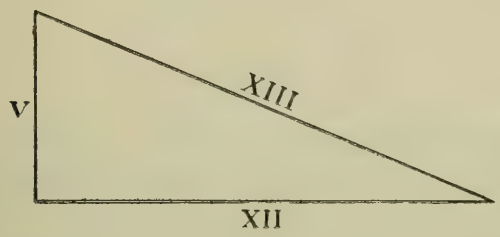
[14] Ligne 5 : *sequitur* (*sequit*^{s}). L'abréviation de ce mot est reproduite dans divers passages de notre manuscrit sous la forme *seq*^{s}, *seq*$\overline{r}$ ou $\overline{sq}$ (§ 17, 18, 20, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37, 47). Le scribe a écrit au contraire dans d'autres endroits, avec le même sens d'ailleurs, *sic quęras* en toutes lettres (§ 41, 46). La transcription qu'a donnée M. Cantor, d'après le *Codex Arcerianus* dans des passages où le sens est le même, est celle de *s. q.*, ce qui signifierait pour lui *sic quaeras*. Nous ferons remarquer que l'abréviation $\overline{sq}$, dans le manuscrit de Wolfenbüttel (voir la reproduction diplomatique de divers fragments de ce manuscrit dans Hase, *Epist, Paris.*, éd. Bredow, p. 223 et suiv.), est aussi celle du mot *sequitur*. Hase et Schott l'ont interprétée par *sic quaeras*, en la reproduisant ainsi : *s. q.* Mais, à notre avis, il ne pourrait y avoir lieu de le faire que si le manuscrit de Wolfenbüttel portait un point après *s* et un autre après *q*. Or cela n'a jamais lieu, et tout au plus les deux lettres sont parfois suivies d'un point, comme a bien voulu le vérifier, à ma prière, M. O. von Heinemann, bibliothécaire en chef à Wolfenbüttel. L'*Arcerianus* donne ailleurs, il est vrai, *sic queramus* en toutes lettres (voir la reproduction diplomatique ci-dessus citée, p. 223, col. 1, li. 17 et li. 31); mais rien n'empêche que dans ce manuscrit, comme dans le manuscrit latin 13084, les expressions *sequitur*,

XXV

DE FIG[U]RARUM DIVERSIS SPECIEBUS ET AREARUM MENSURIS IN EISDEM PER ARGUMENTA COMPREHENSIS.

Fol. 60 v°. *Cantor*, § 4.

[15] Trigoni ortogonii linearum nomina haec sunt : chatetus,



id est perpendicularis, basis, id est sedes, hipotenusa, id est

---

d'une part, *sic quaeras, sic quaeramus*, d'autre part, aient été employées concurremment. Remarquons enfin, à l'appui de notre interprétation, la singularité qu'il y a à faire suivre dans certains cas l'annonce d'une démonstration, annonce faite au moyen de *quero* (*Cantor*, § 14, p. 210; cf. Bredow, *op. cit.*, p. 224, col. 2, li. 16), par les mots *sic queras;* au contraire le mot *sequitur* est très rationnel en pareil cas, et c'est ainsi que nous interprétons l'abréviation $\overline{sq}$ (M). — Je fais des réserves personnelles sur ce dernier point. En tout cas, la question de savoir comment on doit lire l'abréviation dans l'*Arcerianus* est essentiellement différente de celle de savoir ce que pouvait être et signifier l'abréviation du prototype que nous n'avons pas (T).

[15] Relations entre les côtés d'un triangle rectangle (T).

obliqua. Contingit autem in omni ortogonio triangul[o][1] ut chatteton in se et basis in se multiplicata faciant hypotenusam. Hoc modo : multiplica v in se, fiunt xxv, et xii in se, fiunt cxliiii^{or}; haec junge in unum, fiunt clxviiii. Sume latus ejus numeri, fit xiii, hoc erit ipotenusa; itaque si ipotenusa in se multiplicaveris, fiunt clxviiii, et duxeris cathetum in se, v videlicet in se, fit xxv. His ablatis ex clxviiii, remanent cxliiii. Hujus numeri latus fit xii : hoc erit basis predicti trigoni. Quod si basem duxeris in se ut fiant cxliiii, et consideras quot superfuerint antea, id est xxv, horum latus est v, erit cathetus.

Cantor, § 10-11.

[16] Sunt autem trigoni hoc genere et his[2] vocabulis numero vi, id est : isoscelis, parallelogrammus, scalenus, ortogon[i]us, isopleurus et oxigonius, quorum omnium effigies simul cum ratione argumentorum a nobis hic ponenda sunt.

Ergo, si fuerit trigonus isoscelis, cujus sint latera pedum xxv, basis autem pedum xiiii, quero quot pedum sit hujus trigoni cathetus, vel quot pedum area sit. Sumo partem dimidiam basis, id est de xiiii, vii; hoc multiplico in se, fit xlviiii. Duco unius

1. triangula A, triangulo *Ca.* — 2. hic A.

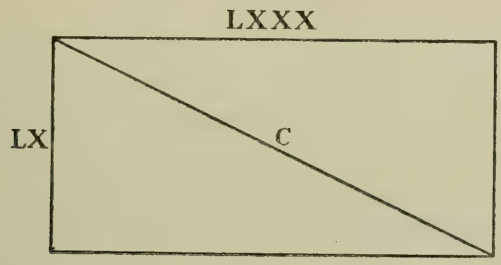
---

[16] Les six problèmes qui commencent ici, et qui sont réunis comme concernant les différentes espèces de triangles, ne sont nullement similaires. Dans le premier [16], le troisième (18) et le sixième [21], on calcule régulièrement la hauteur, puis l'aire, en se donnant les trois côtés; mais les deux derniers problèmes sont identiques en réalité. La question [17] consiste seulement à calculer la diagonale d'un rectangle et ne diffère pas dès lors essentiellement du problème [16]. Le problème [19] donne la formule dite de Platon

lateris mensuram in se, hoc est XXV, fiunt sexcenti XXV; hinc deduco XLVIIII, remanent DLXXVI. Hujus quaero latus : fit XXIIII. Tot pedum est hujus trigoni cathetum. Areae autem pedes sic quęram : sumo basis partem dimidiam, fit VII; hoc mensuro per cathetum, id est per XXIIII, erit CLXVIII. Tot pedum hujus trigoni isoscelis est area.

Cantor, § 12.

[17] Si fuerit trigonus parallelogrammus ortogonius, cujus sit longitudo pedum LXXX, latitudo autem pedum LX, quęro



parallelogrammi ortogoni quot pedum diagonum sit, id est linea quae ab angulo ad angulum currit. Sequitur : longitudinem multiplico in se, hoc est LXXX, fit $\overline{\text{VI}}$ CCCC; et latitudinem multi-

---

pour la construction d'un triangle rectangle dont le côté soit un nombre pair donné. Cf. *Geometria Heronis*, 13, 1, 2. Enfin le problème [20] commence par le triangle équilatéral la fausse application à la mesure de l'aire des polygones réguliers des formules grecques pour le calcul des nombres dits polygones. Cette bizarre réunion ne peut guère être du fait de Vitruvius Rufus. Le compilateur a notamment pu emprunter à Nipsus le problème [21] (voir *Gromatici veteres*, p. 299) et le problème [19] (*ibid.*, p. 300, se trouve la formule dite de Pythagore) (T).

plico in se, hoc est $\overline{\text{LX}}$. .[1] : fit $\overline{\text{III}}$ DC ; utrasque summas [jungo] in unum. fit $\overline{\text{X}}$. Hujus sumemus latus, fit C. Tot pedum erit diagonum.

Fol. 61. *Cantor*, § 13.

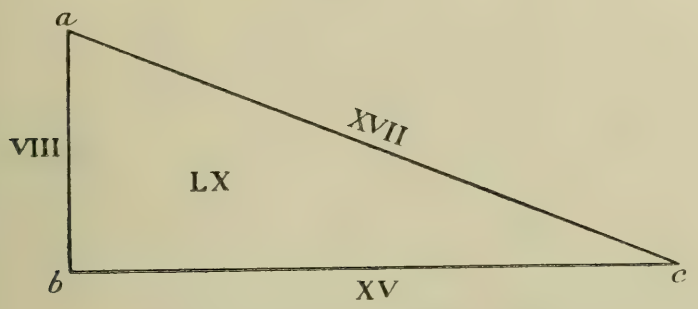
[18] Si fuerit trigonum scalenon, hoc est inaequale[2], cujus sit latus minus ped. XV, basis XXV, latus majus ped. XX, quero hujus trigoni cathetum et embadum. Sequitur : latus minus multiplico in se, fit CCXXV, et basem multiplico in se, fit DCXXV ; utrasque summas jungo in unum, fit DCCCL. Hoc sepono et latus majus in se multiplico, fit CCCC ; hoc deduco de DCCCL, fit reliquum CCCCL. Hinc sumo semper partem dimidiam, fit CCXXV, et de hoc sumo partem quot pedum est basis, id est XX^{mam} V^{lam}, quia pedum XXV est basis, fit VIIII. Tot pedum est precisura basis sub latere minore ; nunc cathetum sic invenimus. Mensuro latus minus in se, [fit pedes CCXXV, et mensuro precisuram in se][3], fit pedes LXXXI ; hoc deduco ex CCXXV, fit reliquum CXLIIII. Hujus querimus latus, fit XII. Tot pedum cathetus. Areae pedes sic inveniemus : mensuro cathetum, hoc est XII, cum XXV, fit CCC. Hujus sumo dimidiam partem, fit CL. Tot pedum est hujus trigoni embadum[4].

Cantor, § 14.

[19] Si fuerit trigonus ortogonius, cujus sit cathetus numero pari, id est pedum VIII, hujus latera quero hoc modo. Sumo partem dimidiam predicti numeri, fit IIII. Hoc multiplico, fit XVI ; hinc deduco semper unum, fit reliquum XV. Tot pedum erit trigoni basis ; cui si adicio duo, fiunt XVII. Tot pedum erit ipo-

1. *An lacuna vera sit incertum.* — 2. inaequale *optime* A, oxigonium *Ca.* — 3. fit... in se *addendum, ex Ca.* — 4. embalum A.

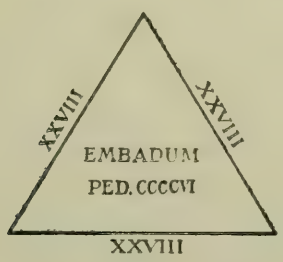
tenusa illius. Embadum autem ipsius sic inveniemus, quemadmodum est supra demonstratum, id est sumpta basis dimidia XV,



fiunt VII s. Hoc multiplico per cathetum, fiunt LX. Tot pedum erit trigoni hujus embadum.

Fol. 61 v°. *Cantor*, § 15.

[20] Si fuerit trigonus isopleurus quod est solidus talibus



lateribus clausis ut sint latera singula sed et basis numero pari, id est pedum XXVIII, quęro hujus trigoni isopleuri quod pedes area colligat. Sequitur : multiplico unum latus in se, id est XXVIII,

---

[20] Le compilateur a laissé subsister des traces qui semblent indiquer que la première adaptation latine des formules arithmé-

fiunt DCCLXXXIIII. Huic adjungo ipsam eram, id est priorem summam, fit DCCCXII. Sumpta parte dimidia, fit CCCCVI. Tot pedum est hujus trigoni isopleuri sive solidi area, vel ut alii dicunt arca. Ut[1] hujus trigoni isopleuri manifestam mensurae definiamus rationem; est itaque trigonus aequalis mensurae et figurae, cujus area colligit pedes CCCCVI; lateris unius quęro pedes hoc modo. Facio hujus trigoni aream multiplicari per VIII : octies CCCCVI faciunt $\overline{\text{III}}$ CCXLVIII; huic numero adicio I, fit $\overline{\text{III}}$ CCXLVIIII. Hujus summę quęro quadratum, hoc est latus per quod multiplicatus totus numerus consistit, fit LVII. Hinc deduco unum, remanent LVI; sumpta parte dimidia, fiunt XXVIII. Tot pedum latera singula hujus trigoni isopleuri.

Cantor, § 16.

[21] Si fuerit trigonus oxigonius, cujus sit minus latus

1. ad A, ut *Ca.* — Cf. capitula 27 et sequentia.

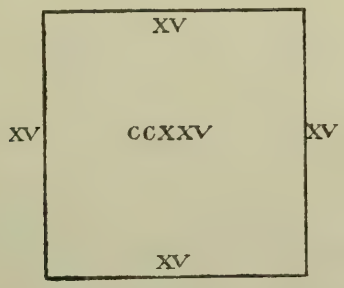
---

tiques grecques concernant les nombres polygones aurait été faite sans méconnaître le sens véritable de ces formules; on notera à cet égard la qualification de *solidus*, qui indique une sommation d'unités; l'expression d'*era* (*aera*) au lieu de *latus*, pour désigner le nombre des termes de la progression à sommer; celle encore plus régulière d'*arca* (doublant le mot impropre d'*area*) : il y a là des témoignages incontestables qu'avant de s'approprier les formules grecques, les Romains avaient une terminologie à eux pour la sommation des nombres d'*asses* en progression (T). — A ce sujet, comme pour les notes [3, 4, 5], il peut être utile de rappeler que Varron, dans son encyclopédie *De novem disciplinis*, avait fait entrer les mathématiques. Il a pu y recueillir les anciennes formules italo-romaines, et ses écrits ont dû être plus ou moins compilés par les agrimenseurs, comme par d'autres (M).

pedum XIII, latus majus [XV][1], basis XIIII, quęro hujus trigoni cathetum, similiter et areae pedes quęro. Multiplico latus minus in se, facit pedes CLXVIIII; et basem in se, facit CXCVI; mitto utrasque summas in unum, fit CCCLXV. Dehinc facio ipotanusam, id est lineam obliquam, multiplicari in se, id est XV, fiunt CCXXV. Hoc deduco de trecentis LXV, fit reliquum CXL. Hujus sumo partem dimidiam, fit LXX. Hoc pa[r]tior in partes XIIII, fit in singulis partibus V. Tot pedum est trigoni hujus minor precisura in quam cathetum cadet. Sed multiplico ipsum V[2]; hoc deduco de CLXVIIII, remanet CXLIIII. Hujus quęro latus, fit XII. Tot pedum est hujus figurę cathetus. Areae vero pedes sic inveniemus : tollo basis medietatem, fit VII; hoc duco per XII, hoc est per cathetum, fit LXXXIIII. Tot pedum est hujus trigoni oxigonii area.

Cantor, § 5.

[22] Omnis forma normaliter IIII lineis comprehensa, longi-



1. XV *restitui* : XIIII *erasum* A ; *hoc datum om. Ca.* — 2. in se, fit XXV *addendum, ex Ca.*

---

[22] Formule fondamentale de la mesure du rectangle, donnée en termes nettement romains (T).

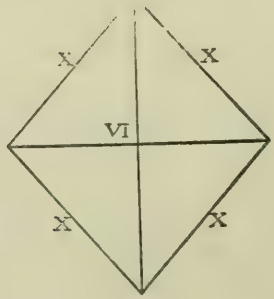
tudo per latitudinem, id est xv per xv, fit ccxxv : facit ejus pedes constratos[1].

Fol. 62. Fragment nouveau.

[23] Si fuerit trapecium ortogonium, cujus sit vertex pedum xv, chatetus pedum xxx, basis autem pedum xlv, quęro trapecii ortogonii aream hoc modo. Compone verticem cum base, id est xv cum xlv, fit lx. Hujus sumo partem dimidiam, videlicet xxx; hoc mensuro per chatetum, id est pedum xxx : fit dcccc. Tot pedum est hujus trapecii ortogonii area.

Fragment nouveau.

[24] Si fuerit rhombos, cujus sint latera singula pedum x,



diagon[us] autem, id est linea quae ab angulo ad angulum currit,

1. constratos *restituit Hase* : consecratos A, constructos *Ca*.

---

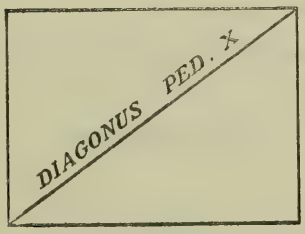
[23] Ce problème peut être comparé à *Cantor*, § 2, où toutefois les données numériques sont essentiellement différentes (T).

[24] Mesure d'un losange (*rhombos*) dont on donne le côté et une des diagonales (T).

pedum XII, quaero hujus figurae chatetum, hoc est sumo de diagono, quod sunt XII, partem dimidiam, fit VI. Hoc facio in se, fit XXXV[I]; multiplico mensuram basis in se, fit C; hinc tollo XXXVI, fit reliquum LXIIII. Hujus sumo latus per cujus multiplicationem ipse numerus crevit, fit VIII. Tot pedum erit hujus hrombi (sic) cathetus. Aream autem hrombi sic inveniemus : mensuro XII per cathetum, id est per VIII, fit XCVI. Tot pedum est hujus hrombi area.

Fragment nouveau.

[25] Si datus fuerit quilibet locus quadrus sive tabula quadra, et dicatur : diagonus, id est linea de angulo in angulum, ipsius habet pedes X, et quęratur ab eo diagono X quantum potest[1]



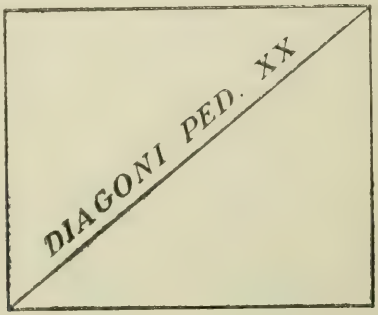
colligere embadum loci suprascripti ; ita computandum est : diagoni pedes X, hoc duc in se, fit pedes C ; tollenda est medietas pedum L, remanent L. Tot erunt embadi.

1. postest A.

[25-26] Mesure de l'aire d'un carré dont on connaît la diagonale. Noter, entre autres, l'expression *si dicatur, etc.* (« si l'on te dit : la diagonale est de 10 pieds »). Elle peut indiquer que ces problèmes proviennent d'une source particulière (T).

Fragment nouveau.

[26] Item, si datus fuerit quilibet locus quadrus sive tabula quadra, et dicatur : diagonus ipsius habet pedes xx, et quęra-



tur ab eo diagono quantum potest colligere embadum loci suprascripti; ita computandum est : diagoni pedum xx; hoc duc in se, fit pedes cccc; tollenda est medietas, pedes cc : remanent pedes cc. Tot erunt embadi.

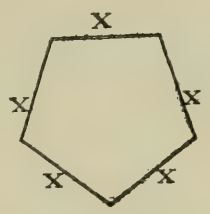
Fol. 62 v°. *Cantor*, § 17.

[27] Si fuerit pentagonus, cujus singula latera habeant pedes x, quęro quot pedes areae sint hujus pentagoni scematis. Sequitur : multiplico x in se, fit c; hoc semper duco ter, fit ccc; hinc abicio ipsam eram[1], hoc est unius lateris summam, fit ccxc;

1. eram *in correct. ex* aream A.

[27-34] Les deux premiers de ces problèmes sur les polygones ne présentent pas la faute de formule qui les entache dans l'*Arcerianus* (T).

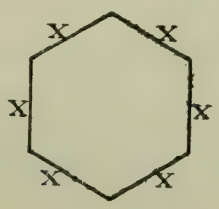
hinc sumo dimidiam, quod est CXLV. Tot pedum est hujus pentagoni area. Et ut hujus pentagoni manifestam inveniamus rationem, quęramus per summam areae lateris spatium. Est itaque



pentagonus predictę mensurae, cujus area colligit pedes CXLV, cujus lateris quęro magnitudinem. Sequitur : facio hujus pentagoni aream vicies quater CXLV, [fit $\overline{\text{III}}$ CCCCLXXX; huic adicio semper unum][1], fit $\overline{\text{III}}$ CCCCLXXXI. Quęro latus hujus summę, fit LVIIII. Huic addo adhuc unum, fiunt LX; sumpta parte sexta, fit X. Tot pedum est hujus pentagoni latus.

Cantor, § 18.

[28] Si fuerit exagonus, cujus latera singula habeant pedes X, quęro quot pedes area colligat. Hoc multiplico unum latus in



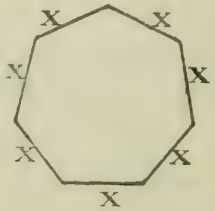
se, fit C : hoc duco quater, fit CCCC. Hinc deduco ipsam eram[2] bis, fit CCCLXXX; sumpta parte dimidia, fit CXC. Tot pedum est

1. *Omissa addidi.* — 2. eram *restitui*, aream A, area *Ca*.

hujus exagoni area. Et ut hujus exagoni manifestam inveniamus rationem, est igitur exagonus, cujus area colligit pedes CXC. Unius lateris quęro mensuram. Sequitur : duco pedes XXXII centies nonagies, fiunt $\overline{\text{VI}}$ LXXX. His adicio IIII et quęro hujus summe latus, fit LXXVIII. Huic adicio II, fit LXXX ; sumpta parte octava, fit X. Tot pedum est hujus exagoni latus.

Cantor, § 19.

[29] Si fuerit eptagonus, cujus latera singula habeant pedes X, quęro quot pedum area sit. Sequitur : multiplico unum latus in se, fit C ; hoc duco quinquies, fit D ; hinc deduco eram ter ductam, hoc est XXX. Reliqui CCCCLXX ; sumpta parte dimidia,

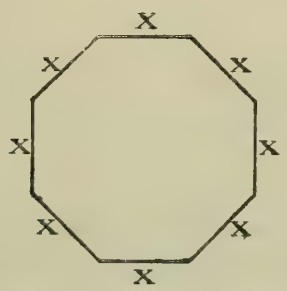


fit CCXXXV. Tot pedum est hujus [ep]tagoni[1] area. Ut hujus eptagoni manifestam mensurae inveniamus rationem, est itaque eptagonus, cujus area colligit pedes CCXXXV. Unius lateris quęro mensuram. Sequitur : duco semper quadragies CCXXXV, fit $\overline{\text{VIIII}}$ CCCC ; huic semper adicio VIIII, et fit $\overline{\text{VIIII}}$ CCCCVIIII, et quęro hujus summę latus, [f]it[2] XCVII. Huic adicio semper III, fit C ; sumpta parte X, fit X. Tot pedum sunt hujus eptagoni latera singula.

1. pentagoni A. — 2. fit *scripsi*, sit A.

Cantor, § 20.

[30] Si fuerit octogonus, cujus sint latera singula ped. x, quęro quot pedes area colligat. Sequitur : unum latus in se, fit c ; hoc duco sexies, fit DC ; ex eo deduco eram quater ductam, hoc est XL, fit reliquum DXL. Hinc dimidiam partem sumo,

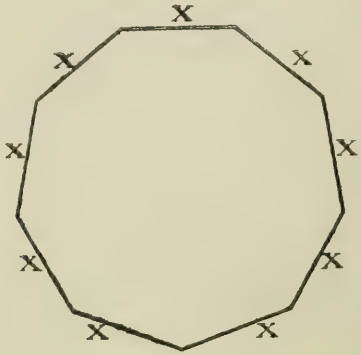


fit CCLXXX. Tot pedes hujus octogoni area colligit. Et ut hujus octogoni manifestam mensurae inveniamus rationem, est itaque octogonus cujus area colligit CCLXXX. Unius lateris quaero mensuram. Sequitur : duco XLVIII per pedes areae, hoc est per CCLXXX, fiunt $\overline{\text{XIII}}$ CCCCXL ; huic numero adicio XVI, fit $\overline{\text{XIII}}$ CCCCLVI. Post haec video hujus summę latus, sit CXVI ; huic adicio IIII, fit CXX ; sumpta parte XII, fit X. Hoc erit hujus octogoni latus.

Cantor, § 21.

[31] Si fuerit ennagonus, cujus latera singula habeant pedes x, quęro quot pedes area colligat. Sequitur : multiplico unum latus in se, fit c, et hoc duco septies, fit DCC. Hinc deduco

ipsam eram v^ies[1], fit L, reliquum DCL. Dimidiam partem sumo, fit CCCXXV. Tot pedum hujus ennagoni area est. Ut hujus ennagoni manifestam inveniamus rationem, est itaque ennagonus



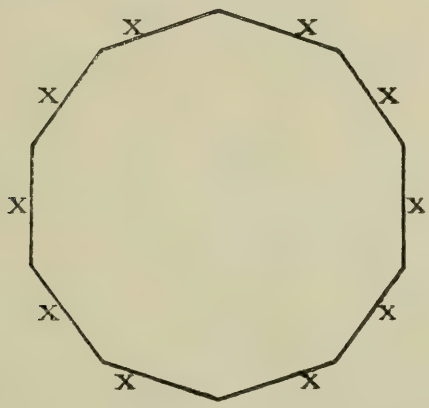
cujus area colligit pedes CCCXXV. Unius lateris quęro mensuram. Sequitur : duco LVI per CCCXXV, fit $\overline{\text{XVIII}}$ CC; huic adicio XXV, fit $\overline{\text{XVIII}}$ CCXXV. Hujus quęro summę latus, fit CXXXV. Huic adicio V, fit CXL; sumpta parte XIIII, fit X. Hoc est ennagoni unius latus.

Cantor, § 22.

[32] Si fuerit decagonus, cujus latera singula habeant pedes X, quęro quot pedes area colligat. Sequitur : multiplico unum latus in se, fit C. Hoc duco octies, fit DCCC. Hinc deduco eram sexies ducta[m][2], hoc est LX. Fit reliquum DCCXL; sumpta parte dimidia, fit CCCLXX. Tot pedum est hujus decagoni area. Ut hujus decagoni manifestam mensurae inveniamus rationem, est itaque decagonus; hujus area colligit pedes CCCLXX. Unius lateris quęro mensuram. Sequitur : duco LXIIII per CCCLXX, fit $\overline{\text{XXIII}}$ DCLXXX. Huic adicio XXXVI, fiunt $\overline{\text{XXIII}}$ DCCXVI. Hujus quęro summę latus,

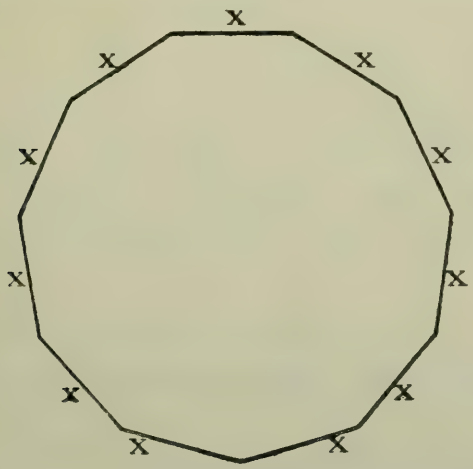
1. v^ies *scripsi*, v A. — 2. ducta A.

fiunt CLIIII. Superadicio VI, fit CLX; sumpta parte XVI, fit X, hujus decagoni latus.



Cantor, § 23.

[33] Si fuerit undecagonus, cujus latera singula sint pedes X,



[quęro][2] quot pedes area colligat. Sequitur : multiplico unum

1. quaero *Ca*, *om*. A.

[latus][1] in se, fit C; hoc duco per VIIII, fit DCCCC. Hinc deduco eram septies ducta[m][2], fit LXX. Reliquum DCCCXXX, sumpta parte dimidia, fit CCCCXV. Tot pedes area colligit. Ut unius undecagoni manifestam mensurae inveniamus rationem, est igitur undecagonus, cujus area [colligit pedes][3] CCCCXV[4]. Unius lateris quęro mensuram. Sequitur : duco LXXII per CCCCXV, fiunt $\overline{\text{XXVIIII}}$ DCCCLXXX. Superadicio XLVIIII : fiunt $\overline{\text{XXVIIII}}$ DCCCCXXVIIII. Et hujus summe quęro latus, fit CLXXIII. Huic adicio semper VII, fit CLXXX; sumpta parte XVIII, fit X. Est undecagoni latus.

Fol. 63 v°. *Cantor*, § 24.

[34] Si fuerit duodecagonus, cujus latera singula habeant pedes X, quero quot pedes area colligat. Sequitur : multiplico unum latus in se, fit C; hoc duco decies, fit M; hinc deduco eram [id est latus][5] octies, hoc est LXXX; fit reliquum DCCCCXX. Sumo partem dimidiam, fit CCCCLX. Tot pedum est hujus duodecagoni area. Ut hujus duodecagoni manifestam mensurae inveniamus rationem, est itaque duodecagonus, cujus area colligit pedes CCCCLX; unius lateris mensuram quęro. Sequitur : duco LXXX per CCCCLX, fit $\overline{\text{XXXVI}}$ DCCC. Superadicio LXIIII, fit $\overline{\text{XXXVI}}$ DCCCLXIIII, et hujus summę quęro latus, fit CXCII. Huic adicio VIII, fit CC; sumpta parte XX, fit X. Erit hujus d[u]odecagoni latus.

Fol. 64. *Cantor*, § 25. *Curtze*, p. 115.

[35] Spera est, cujus diametrum pedum XIIII fit, quęro hujus

1. latus *Ca, om.* A. — 2. ducta A, *Ca.* — 3. colligit pedes *Ca, om.* A. — 4. CCCXVI A. — 5. id est latus *supra lineam* A.

---

[35] L'expression technique *inauratura* se trouve dans Balbus

sperae inauratam[1] [hoc est profunditatem sive spissitudinem][2]. Sequitur : duco diametrum bis, fit XXVIII ; hoc multiplico in se, vicies octies XXVIII faciunt DCCLXXXIIII. Hoc duco per XI, fit $\overline{\text{VIII}}$ DCXXIIII. Hujus summae sumpta parte XIIII, fiunt DCXVI. Tot pedum erit hujus sperae inaurata[3].

1. inauraturam *metius Ca* et *Cu :* cf. [40]. — 2. hoc est... spissitudinem *male addid.* A et *Ca :* nam de superficie sphærae agitur. — 3. inauratura *melius Cu.*

(*Gromatici veteres*, p. 97) et s'applique à une surface, soit la surface dorée d'un objet de forme ronde, par exemple, comme une sphère recouverte d'une couche métallique. Toute la superficie d'un globe sphérique étant ainsi recouverte d'une couche dorée, l'expression *inauratura circuli* a désigné très anciennement la surface de la sphère ; c'était une question de géométrie pratique à résoudre que de calculer la superficie ou le volume d'une sphère d'une grandeur donnée ; la sphère elle-même était considérée dans son volume comme un grossissement du cercle (*circulum incrassare*), suivant toutes les positions que ce cercle pouvait avoir autour d'un même centre. Nous trouvons le même procédé de calcul usité pour obtenir la mesure de la surface de la sphère. Nous renvoyons pour plus de détails à la note de M. Curtze (p. 141) et à l'observation de M. Wölfflin qui y fait suite. Que l'on suppose toute dorée la sphère sur laquelle se dressait la statue de la Victoire chez les anciens, c'était une question pratique à résoudre pour les géomètres que de savoir quelle quantité de métal devait servir à orner cette sphère, comme aussi de savoir combien de métal pourrait entrer dans l'intérieur de cette même sphère. Au Moyen âge, on retrouve dans la *Géométrie* de Gerbert (éd. Olleris, p. 466) l'expression *circuli inauratura ;* — on a dû confondre alors *inauratura* (de *inaurare*) avec la forme *ornatura* (de *ornare*), dont la signification était, en fin de compte, équivalente, et l'on a eu ainsi *orneure du cercle,* qui a signifié au treizième siècle

Cantor, § 26-27. *Curtze*, p. 115.

[36] Si fuerit ciclus[1], cujus sit diametrum pedum XIIII, quadrati hujus aream quęro hoc modo : multiplico diametrum in se, fit CXCVI, et hoc duco undecies, fiunt $\overline{\text{II}}$ CLVI ; hujus summę sumo partem XIIII^{am}, fit CLIIII. Tot pedum erit hujus cicli embadum, hoc est area.

Si fuerit circuitio pedum XLIIII, diametrum pedum XIIII, quęro hujus areae pedes per hunc modum : sumo circuitionis[2] partem dimidiam, fit XXII, diametri partem dimidiam, quod est septem ; hoc duco per XXII, fit CLIIII. Tot erunt hujus areae pedes.

Cantor, § 28. *Curtze*, p. 115.

[37] Si fuerit emiciclus, cujus sit basis pedum XXVIII, curvatura pedum XIIII, quęro hujus emicicli aream. Sequitur : multiplico basem emicicli per curvaturam, id est XXVIII per XIIII, fit CCCXCII. Hoc duco per XI, fiunt $\overline{\text{IIII}}$ CCCXII[3] ; sumpta parte quarta decima, fit CCCVIII[4]. Tot pedum est hujus emicicli area.

1. cliclus A, cyclus *Ca* et *Cu*. — 2. circuitiones A, circuitionis *melius* B. — 3. $\overline{\text{IIII}}$ CCXI *male* A. — 4. CCCXII *male* A.

---

surface de la sphère. — *Voir* Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, vol. II, Leipzig, Teubner, 1892, p. 83 (M).

[36] Calcul de l'aire du cercle; [37] calcul de l'aire du demi-cercle; [38] formule approchée pour le calcul de l'aire d'un segment de cercle; formules grecques (T).

Cantor, § 29. *Curtze*. p. 115.

[38] Absidem ad circinum datam sic quęro : curvaturam altitudinis per basem multiplicatam duco undecies; sumo partem quartam decimam : erit embadum.

Fol. 64 v°. *Cantor*, § 30. *Curtze*, p. 116.

[39] In trigono ortogonio circulum inscribere si vis, qui omnes ejus lineas tangat, sic : junge cathetum et basem, deme ypotanusam : erit diametron circuli.

Curtze, p. 116.

[40] Si spera data fuerit, cujus diametrum sit pedum VII, ejus solidos pedes [quęro]. Sequitur : multiplico diametrum, id est VII, in cubo : primo in se, fit pedes XLVIIII : deinde hoc iterum per VII, fit pedes CCCXLIII. Hoc semper ducimus per XI, fit $\overline{\text{III}}$ DCCLXXIII pedes; hujus sumemus partem XXI, fit pedes CLXXVIIII s. Tot erit ☐ pedum ejusdem inauratura.

---

[39] Inscription d'un cercle dans un triangle rectangle (T).

[40] Calcul du volume de la sphère; voir la note sur [35]. Le symbole ☐ pour *quadrat(orum)* est remarquable en ce que *pes quadratus* désigne bien ici, suivant l'ancien usage romain, non pas un pied carré, mais un pied cube. Toutefois l'emploi fautif du mot *inauratura* pour le volume indique que la rédaction primitive n'a pas été respectée.

Il faudrait exactement comme résultat $179\frac{2}{3}$ et non $179\frac{1}{2}$ (T).

Curtze, p. 116.

[41] Si datus fuerit circulus, cujus area habeat pedes sexcentos XVI, et scire volueris ejus diametrum, sic queras : ducas quater decies areae pedum, fiunt pedes $\overline{\text{VIII}}$ DCXXIIII ; dehinc hanc summam partiaris per XI, fit undecima pars DCCLXXXIIII : hujus summę latus est XXVIII. Tot pedum erit diametrum.

XXVI

DE GEOMETRIA COLUMNARUM ET MENSURIS ALIIS.

Curtze, p. 116.

[42] Geometria columnarum hoc modo debet ab artifice fieri ut sciat quantum grossa possit esse, quantaque ejus longitudo fuerit.

Columna septimam partem debet habere longitudinis in imo, hoc est in parte qua[e][1] supra pedem sedet. Superior autem pars columne, ubi capitellum insidet, octavam partem debet habere longitudinis.

1. Qua AC, que B.

---

[41] Calcul du diamètre d'un cercle d'aire donnée. Bonne formule grecque (T).

[42-43] Voir le Mémoire précité de M. V. Mortet sur ces deux paragraphes dans la *Bibliothèque de l'École des chartes*, 1896. On y trouvera, page 289, la collation complète des manuscrits B et C. — Dans le calcul à la fin de [42], il est admis que la circonférence est à la hauteur dans le rapport de $\frac{1}{2\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire le diamètre à la

Mensura columnarum, ut possit estimar[i] quant[a]m[1] altitudinem habere possit, mensuranda in circuitum. Si habuerit collurus super stragulum in circuitum pedes v, habebit in altum collurus pedes XII et dimidium; si habuerit vero collurus in circuitu pedes x, habebit in altum pedes XXV, quia unius pedis circuitu[s][2] levat in altum pedes II et dimidium.

[43] Si fuerit columna inaequalis, quae sit in imo lata pedum XIII, in summo lata pedum v, alta pedum XXX; si scire voluerimus quot pedes solidos haec habeat, multiplicemus latitudinem imam in se, hoc est : XIII fiunt CLXVIIII. Dehinc multiplicemus latitudin[e]m[3] summam in se, hoc est : v fiunt XXV. Deinde ducamus summam per imam : quinquies enim XIII fiunt LXV. Post haec mittamus has tres summas in unum : fit CCLVIIII. Haec ducamus per XI : undecies CCLVIIII faciunt $\overline{\text{II}}$ DCCCXLVIIII. Hinc vero sumemus partem quartam decimam, quod sunt CCIII et semis, illudque ducemus per XXX : fiunt $\overline{\text{VI}}$ CV. Hujus summę sumamus ┼ octavam partem : fiunt DCCLXIII ┼; et tot pedes erunt solidi hujus columnę.

1. Estimare quantum A, estimari quantam B. — 2. Circuitu A, circuitus C. — 3. latitudinum A, latitudinem B.

---

hauteur dans le rapport de $\frac{7}{55}$ ou $\frac{1}{8-\frac{1}{7}}$. D'après ce qui précède, la circonférence devrait donc être mesurée vers la partie supérieure de la colonne.

Dans le problème [43], la formule pour le calcul du volume du tronc de cône est bonne; mais la fin est corrompue, il faudrait *Hujus summae sumamus* tertiam *partem; fiunt* $\overline{\text{II}}$ XXXV, etc. La conjecture de Curtze (p. 117), qu'il pourrait être question d'une colonne cannelée, ne semble pas admissible (cf. V. Mortet, *op. cit.*, p. 310) (T).

Curtze, p. 117.

[44] Pes quadratus habet [semi]pedes[1] VIII, palmos LXIIII[2], untias M DCCXXIII, digitos $\overline{\text{IIII}}$ XCVI ; digitus unus C. Pes quadratus amphoram capit; semip[ed]em longum, semipedem latum et altum capit congium. Hac ratione : semis per semis fit et per semis fit; semper enim longum per latum et per altum, erunt pedes quadrati.

Fol. 65. *Curtze*, p. 117.

[45] Mensura unius pedis quadrati[3]. Si habuerit in altum digitos XVI, latum digitos XVI, grassitudinem digitos XVI, computa XVI digitos in se, fit CCLVI, et iterum computa digitos XVI

1. semipedes *scripsi*, pedes A. — 2. LXVIII *scripsi*, LXVIII A B. — 3. quadrati *scripsi*, quadratis A, quadratos B.

---

[44] Le *pes quadratus*, étant le pied cube, contient :

8 *semipedes*	:	$8 = 2^3$,
64 *palmos*	:	$64 = 4^3$,
1728 *uncias*	:	$1728 = 12^3$,
4096 *digitos*	:	$4096 = 16^3$.

L'amphore est d'un pied cube, et le conge, huitième de l'amphore, d'un demi-pied cube. Ces relations sont bien connues, mais l'indication *digitus unus* C est peu compréhensible; peut-être l'abréviation doit-elle se lire *conchulam;* cette petite mesure est en effet à peu près d'un doigt cube (exactement $1\frac{1}{15}$, d'après les données d'Isidore) (T).

[45] L'expression *sextarius urbicus* mérite d'être signalée, car elle est extrêmement rare. C'est dans un passage de Palladius qu'on la trouve : *De re rustica*, lib. II, tit. XV, Januarius, § 18 : « In vini

per CCLVI, fiunt in unum digiti $\overline{\text{IIII}}$ XCVI. Tantum colliget; unus pes quadratus capit sextarios urbicos XXIIII[1].

Curtze, p. 117.

[46] Si cupa, id est vuagina, in imo per diametrum habet pedes III, in summo pedes II, in medio pedes V, alta pedum XII, si vis scire quot amphoras capiat, sic queras : multiplica diametrum medium in se, hoc est V, fiunt XXV; id duplices, fiunt L. Post hec, multiplices diametrum secundum in se, hoc est tres, fiunt VIIII, hoc est[2] junge ad L; fiunt simul LVIIII. Item multiplica diametrum tertium in se, quod sunt II, fiunt III; jungo cum summa superiore, fiunt simul LXIII. Dehinc jungo in unum diametrum imum ac summum, fiunt V. Hoc multiplico per diametrum medium, hoc est V, fiunt XXV. Hoc jungo ad sum-

1. urbi CCLXCVI B (*quod valet* urbicos XCVI). — 2. est *delendum videtur*.

---

veteris *sextariis urbicis* X mittis grana myrti confracta *sextarios urbicos* III, quae sint decem et novem diebus infusa » (*Script. rei rusticae*, éd. Schneider, III, p. 75). Cet auteur semble d'ailleurs opposer *sextarius urbicus* à *sextarius italicus*, le setier romain au setier italique (Palladius, *ibid.*, October, § XIV, 14 : : « Tunc gypsi triti atque cribati tres *italicos sextarios* mittis in vini amphoras decem » (*éd. cit.*, III, p. 225). L'indication métrologique que renferme à ce propos notre texte diffère de celle que nous présente le ms. B. En effet, A donne 24, B 96 de ces setiers à l'amphore, tandis que la contenance normale est de 48. Un meilleur ms. rétablirait sans doute la proportion exacte qui nous manque ici (M).

[46] Calcul du volume d'une *cupa* comme somme de deux troncs de cône. La formule est exacte, mais la fin du texte est corrompue. Après avoir multiplié par 11 et obtenu 968, il faut évidemment

mam superiorem, fiunt in unum LXXXVIII. Illud duco per XI, fit DCCCCLXVIII. Hunc numerum divido per ┼ tertiam altitudinem, hoc est per diametrum tertium, quod est IIII, fiunt CCXLII ┼. Tot erunt amphorae in cupa predicta.

Curtze, p. 118.

[47] Si fuerit puteus cujus diametrum sit[1] pedum VII, altitudo pedum XL, et queratur quot amphoras capiat. Sequitur : primum aream pedum inveniamus, cujus diametrum est pedum VII. hoc modo : ducas VII per se, fiunt XLVIIII. Hoc ducas per XI, fiunt DXXXVIIII. ┼ Hinc recide XVIIII, remanent DXX. Hujus summę tolle XIII^{um} (*sic*) partem, quod est XL ; hoc duc per altitudinem, fiunt mille sexcenti ┼. Tot amphoras capiet predictus puteus.

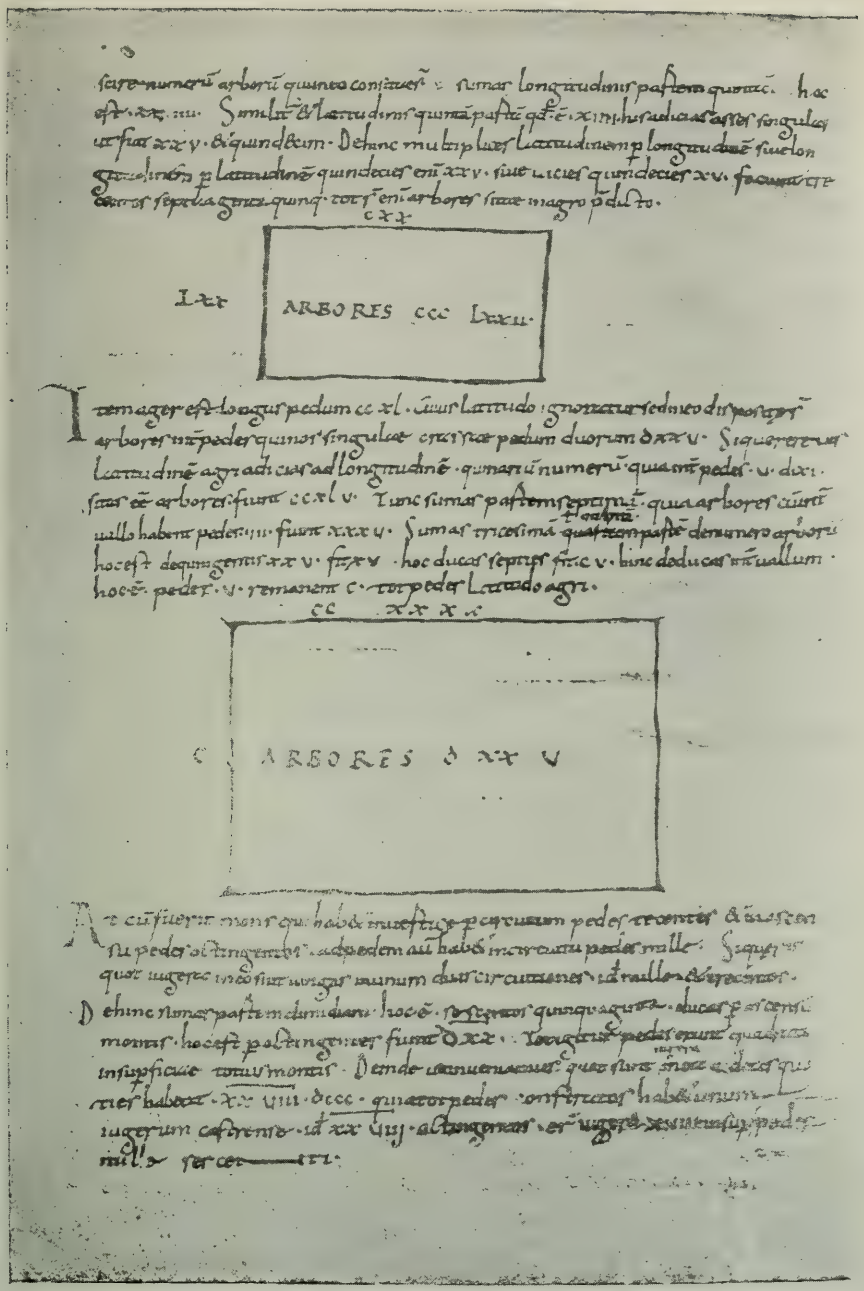
1. fit A, sit *melius* B.

---

diviser par 14, puis multiplier par $\frac{1}{3}$ de la hauteur. Pour modifier le texte le moins possible, je restituerais : *Hunc numerum divido* [per XXVIII, fiunt XXIV s. Hoc multiplico] *per tertiam* [partem] *altitudinis, quod est* IIII, *fiunt* [CXXXVIII] (T).

[47] Calcul de la contenance d'un puits (cylindrique). Problème également corrompu, mais cette fois tout à fait absurdement. Après DXXXVIIII, il faudrait lire : *Hujus summae tolle* XIII^{am} *partem, quod est* XXXVIII ; *hoc duc per altitudinem, quod est* XL, *fiunt* MDXL. *Tot amphoras, etc.* (T).

[Extrait des *Notices et Extraits des Manuscrits de la Bibliothèque nationale et autres Bibliothèques*. 1896. T. XXXV, 2e partie, pp. 511-550 (tirage à part, 1896, avec 2 fac-similés ; imprimerie nationale, 44 pages.) Ces deux fac-similés sont reproduits ici].



Bibliothèque de Munich : manuscrit latin, f° 59 v°.

Triangulus estogonus circulum inscribere. Sint quinque linee rectae sic iungere ut
lineam circulum. Deinde perpendicula erit diametrum circuli.

Si per diametrum fuerit cuius diametrum sit pedes viii. cuius solidus pedes. Sed multiplicabo di-
metrum id est viii. in octo pro numero pedes. pedes xl viii. Deinde hoc iterum pro viii. sit pedes
cccxlviii. hoc est pedes ducimus pro viii. sit viii. dccc. lxxxiii. pedes huius semimus pedes
xxxi. sit pedes clxxxviii. Sed ecce II pedes eius dem in aureo circulo.

Si circulus fuerit circulus cuius area habeat pedes sexcentos xvi. a circulo igitur quae diametrum
sit quaerere ducas quae docet area pedes fuerit pedes viii. dccxxxiii. Deinde huius summam
pasturis xi. sit undecima pars dccxxxiii. huius summae area est xxviii. Ter
pedis erit diametrum.

DE GEOMETRIA COLUMNARUM ET MENSURIS ALIIS:

Capitulum xxvi Geometria columnarum hoc modo debet abastisce fieri ut scire quantum gressus possit et
quantum eius longitudo fuerit columna septem pedes debet habere longitudinis
minimo hoc est in pasto quattuor pedem sedet. Superior autem pars columnae ubi capitellum
insidet octava pastem debet habere longitudinis.

Mensura columnarum ut possit estimare quantum abbreviationem habere possit mensura ma-
ior circuitum si habuerit collum superstructum in circuitu pedes v. habebit in latum collum
pedes xii. et dimidium. Si habuerit maior collum in circuitu pedes x. habebit in latum pedes
xxv. quia unus pedis circuitu latum in latum pedes ii. et dimidium.

Si fuerit columna inaequalis quia est minimo latus pedes xiii. maior minus latus pedes v. et ita pedes
xxxx. Sit igitur ut videas minus quae pedes solidos huic habeat. multiplicemus latitudinem omnium

Bibliothèque de Munich : manuscrit latin, f° 64 v°.

LA GÉOMÉTRIE AU XIE SIÈCLE

I

SUR L'INVENTION DE LA GÉOMÉTRIE

Ceci n'est point un chapitre de l'histoire de la *science;* c'est une étude sur l'*ignorance*, à une époque qui précède immédiatement l'importation en Occident de la mathématique arabe.

Peut-être cependant cette étude permettra de jeter quelque lumière sur un des plus importants problèmes que soulève l'histoire de la géométrie. Chez les Grecs, vers la seconde moitié du cinquième siècle avant notre ère, cette science nous apparaît déjà constituée sous ses traits essentiels, tandis que, sur son origine et sur ses progrès jusqu'à cette date, nous ne possédons que quelques rares et vagues indications, dérivant de légendes incertaines ou suspectes. La géométrie est-elle une fleur du génie grec, spontanément éclose du cerveau de Pythagore, jaillissant toute formée, comme Minerve du front de Jupiter? Est-ce un fruit lentement mûri pendant d'innombrables générations, et cueilli à l'heure propice par le peuple auquel la fortune avait réservé l'héritage des civilisations orientales? Pour choisir entre ces deux thèses opposées ou pour faire au moins à chacune sa part légitime, l'historien s'en est plutôt rapporté jusqu'à présent à ses conjectures, ou à ses préjugés personnels, qu'aux docu-

ments, malheureusement trop insuffisants, que nous a fournis l'étude de l'antiquité.

La vogue des doctrines évolutionnistes aurait dû, semble-t-il, rejeter dans l'ombre l'affirmation de l'originalité absolue de la géométrie grecque; tout au contraire, les découvertes de l'archéologie orientale ont eu comme résultat de la confirmer de plus en plus.

Il est incontestable aujourd'hui que les Grecs ont emprunté aux Égyptiens le système spécial de fractions auquel ils sont, dans la pratique des calculs, restés fidèles jusqu'au quinzième siècle[1]; jamais on n'a pu douter non plus qu'ils n'aient de même emprunté aux Chaldéens les divisions sexagésimales. Pour l'astronomie, comme pour l'arithmétique, ils ont été certainement à l'école des Orientaux; mais pour la géométrie, la question se pose tout différemment, car jusqu'à présent on n'a pu constater ni chez les Égyptiens, ni chez les Babyloniens, rien qui mérite de porter ce nom. Bien plus, il en est de même chez tous les peuples, avant qu'ils aient ressenti, directement ou indirectement, l'influence de la science grecque.

Savoir que la surface d'un rectangle se mesure en faisant le produit des longueurs de ses deux côtés, ce n'est point de la géométrie; tout peuple dont l'organisation sociale a comporté la division, même temporaire, des champs à cultiver, a nécessairement appliqué cette notion : il n'y a point à supposer que ce soient les peuples civilisés qui l'aient enseignée aux barbares; il n'y a point à répéter la légende grecque sur les inondations du

1. Il s'agit de l'emploi exclusif, comme fractions *abstraites*, de celles qui ont pour numérateur l'unité, et aussi, par exception, de la fraction $\frac{2}{3}$. Nos fractions ordinaires étaient cependant introduites dès le temps d'Euclide. Quant aux fractions *concrètes* (divisions métriques), les Égyptiens s'en sont naturellement servis dès les temps les plus reculés.

Nil, obligeant chaque année les Égyptiens à retrouver les limites de leurs champs et les conduisant ainsi à l'invention de la *mesure de la terre*.

Mais mesurer un quadrilatère quelconque en faisant le produit des demi-sommes des côtés opposés ; bien plus appliquer le même procédé (en faisant un côté nul) à la mesure d'un triangle, cela c'est simplement l'ignorance de la géométrie ; or c'est ce que l'on constate chez les Égyptiens, sinon chez les Babyloniens.

Dire que, chez ces peuples, l'inexactitude des procédés pratiques d'arpentage était compensée par la valeur de connaissances théoriques exclusivement cultivées par les castes sacerdotales, c'est émettre une hypothèse purement gratuite, en tant qu'on ne peut l'appuyer sur aucun document positif. La persistance avec laquelle reparaît cette hypothèse ne peut donc s'expliquer que par un préjugé, qui n'est point d'ailleurs, il faut le reconnaître, dénué de tout fondement.

Avec notre éducation actuelle, qui répand les connaissances scientifiques dans un cercle toujours de plus en plus large, et qui nous fait, à juste titre, considérer ces connaissances comme un élément intégrant de notre civilisation, il nous est certainement difficile de concevoir comment, chez des peuples dont les monuments provoquent toute notre admiration, la géométrie aurait pu être ignorée au degré que nous indiquent, par exemple, les papyrus égyptiens.

Ainsi il semble incroyable qu'avant de l'avoir appris des Grecs, on n'ait pas su, à Memphis, calculer exactement le volume d'une pyramide. Cependant si l'on réfléchit que Chéops et Chephren n'avaient point à faire voter un budget par des Chambres, il est bien permis de douter qu'ils aient fait dresser par leurs architectes des devis préalables ; la connaissance théorique de la mesure d'une pyramide n'était en tout cas nullement indispensable

à sa construction. En thèse générale, le développement de l'architecture chez les anciens peuples de l'Orient doit nous faire supposer qu'ils possédaient un certain nombre de notions de géométrie pratique; mais il y a loin de là à prouver qu'ils possédaient également les connaissanees théoriques que nous appliquerions aujourd'hui pour imiter leurs œuvres.

Par contre, cette hypothèse d'une science sacerdotale[1], qu'aucune preuve sérieuse ne permet de confirmer, aucun document décisif ne permet davantage de l'écarter péremptoirement. Est-il possible, au moins, de dissiper, ne fût-ce qu'en partie, le préjugé qui la soutient? Suffira-t-il, pour cela, de montrer à quel point la géométrie était ignorée chez nos ancêtres alors qu'ils avaient dépassé, depuis longtemps déjà, les échelons inférieurs de la civilisation? En tout cas, je ne pense point que l'on puisse nier l'intérêt que présente, à ce point de vue, l'étude de cette *ignorance*.

II

SUR L'ENSEIGNEMENT AU ONZIÈME SIÈCLE

Ces documents, peu connus ou même inédits, que je vais essayer de mettre en lumière, sont des écrits de la première moitié du onzième siècle et proviennent exclusivement de la Lotharingie, de Liège ou de Cologne. Si, pour la même époque, nous n'en avons pas de semblables pour la France propre ou pour d'autres régions de l'Occident latin, c'est probablement l'effet du hasard qui les a conservés, malgré leur pauvreté scientifique.

1. Je ne parle ici, bien entendu, que de la science géométrique; mais les autres connaissances réelles des prêtres d'Égypte et de Chaldée ont été, de même, souvent exagérées d'une façon singulière.

Mais nous devons, par là même, être portés à croire qu'ailleurs on n'était guère capable de faire mieux.

La Lotharingie avait été le véritable centre de l'empire de Charlemagne et la race franque y dominait. Au onzième siècle, elle était déjà aussi éloignée de la barbarie; elle n'était pas plus *jeune*, à cet égard, que la race hellène au temps de Pythagore. Si on les compare, celle-ci avait surtout l'avantage de posséder une langue faite (commençant à s'écrire en prose) et des poèmes d'une incomparable beauté.

Le développement normal des langues parlées par les envahisseurs du monde romain avait été arrêté par suite de leur mélange avec les vaincus et aussi de leur conversion à une religion obstinément attachée, d'une part, à la langue latine, résolument hostile, d'un autre côté, aux traditions nationales entachées de paganisme. Le mouvement intellectuel, véritablement propre au génie de la race, subit un retard correspondant : il fallut que de nouvelles langues se formassent et qu'elles devinssent littéraires, en subissant, suivant la règle, l'apprentissage des formes poétiques et en les appliquant à des traditions plus récentes.

Au onzième siècle, cet essor des langues modernes est seulement sur le point de commencer; il n'y en a pas moins déjà une caste savante, qui a sa langue à elle. Le recrutement de cette caste, qui attire à elle les intelligences les mieux douées, l'importance qu'elle prend dans la vie sociale et politique, en effaçant les langues nationales, sont précisément les causes profondes qui feront que nos trouveurs du Moyen âge seront si inférieurs, non seulement aux aèdes grecs, mais même aux skaldes islandais. Par là encore, nos ancêtres sont dans une situation toute différente de celle des Grecs avant Pythagore et que l'on comparera plutôt à celle des peuples de l'ancien Orient.

Ce n'est plus désormais seulement dans quelques monastères

que se maintiennent les traditions studieuses; il est de principe que le prêtre doit bien connaître la langue dans laquelle il officie. On le forme dans des écoles ouvertes auprès des cathédrales et où professent des maîtres que dirige un fonctionnaire important, le *scholasticus* (écolâtre).

L'éducation classique ainsi donnée est très sérieuse et ne se borne nullement au minimum indispensable pour la liturgie et la théologie. Les hommes qui sortent de ces écoles sont familiers avec les poètes latins; ils écrivent correctement en général, quelques-uns avec une singulière élégance, comme Gerbert. En tout cas, leur latin est infiniment supérieur à celui de la scolastique postérieure, qui se corrompra de plus en plus jusqu'à devenir illisible.

A côté des auteurs purement littéraires, on étudie dans ces écoles les ouvrages latins que l'on possède et qui ont trait aux sept arts libéraux. Pour le *Quadrivium*[1], c'est bien peu de chose; mais l'arithmétique n'en est pas moins convenablement enseignée; on a Boèce, c'est-à-dire Nicomaque, le manuel des connaissances théoriques exigées chez les Grecs et les Romains de l'étudiant en philosophie. Le calcul se fait, non pas la plume à la main, mais sur l'*abacus*, soit suivant l'ancien système, avec les jetons-unités, soit suivant les procédés nouvellement introduits par Gerbert (l'écolâtre de Reims devenu pape), avec des jetons marqués de chiffres. La grande difficulté, c'est le maniement des incommodes fractions romaines; mais, en somme, on se tire heureusement de questions relativement compliquées.

Pour la géométrie, il en est tout autrement; on n'en sait pas plus que les Grecs avant Pythagore; on n'a ni livres ni

1. Arithmétique, musique, géométrie, astronomie.

modèles; on ignore absolument ce qu'est une démonstration géométrique.

Comment ce fait est-il possible? Comment des hommes intelligents et instruits, que les questions géométriques intéressent, qui ont des connaissances assez étendues en arithmétique, qui raisonnent très convenablement, comme logiciens ou dialecticiens, sont-ils au contraire incapables de construire un raisonnement mathématique? Voilà précisément une des questions qu'il faut résoudre, si l'on veut dénier aux Égyptiens ou aux Babyloniens la connaissance de la géométrie théorique.

Il suffit de remarquer à ce sujet qu'un ensemble important de vérités arithmétiques peut être trouvé par induction et suffisamment vérifié par des calculs pour entraîner la persuasion, sans qu'il soit besoin à cet effet d'une démonstration rigoureusement valable. C'est ainsi qu'il n'y en a aucune ni dans Nicomaque ni dans son traducteur Boèce, quoiqu'ils énoncent des proportions qu'ignorent aujourd'hui nos candidats au baccalauréat et devant lesquelles ils se trouveraient, pour la plupart, singulièrement embarrassés.

Quoique postérieur à l'ère chrétienne, l'ouvrage de Nicomaque peut donc très bien représenter l'arithmétique primitive, telle que les Grecs ont pu, soit l'inventer d'eux-mêmes, soit l'emprunter aux Orientaux. Mais en géométrie l'induction n'est pas praticable dans les mêmes conditions; après l'acquisition d'un certain nombre de notions intuitives et qu'on peut dire communes à tous les peuples, on se trouve arrêté, à moins de procéder par démonstrations rigoureuses. C'est donc pour la géométrie, non pour l'arithmétique, qu'a été constitué, par les Grecs, le type du raisonnement mathématique, ce qui forme le trait caractéristique de la science. La preuve topique en est que les Grecs ont certainement créé la géométrie théorique avant de

soumettre à la même forme de raisonnement les propositions arithmétiques, et c'est ce qui fait que, dans Euclide, après les six premiers livres qui comprennent la géométrie plane, en viennent trois autres, rédigés sur le même modèle et consacrés à l'arithmétique.

III

FRANCON, DE LIÈGE

Ce que je viens de dire de l'ignorance où l'on était de la géométrie au onzième siècle, semble, à première vue, démenti par le seul titre : *De quadratura circuli* d'un opuscule composé vers 1050 par un écolâtre de Liège, du nom de Francon. Mais précisément l'examen de cet ouvrage suffit à confirmer amplement les assertions que j'ai émises.

On n'en connaît, au reste, qu'un manuscrit complet qui se trouve à la Vaticane; malheureusement ce manuscrit est assez incorrect, et le texte de l'édition qui en a été donnée[1] est trop souvent incompréhensible; c'est probablement ce qui a empêché jusqu'à présent d'en tirer des conclusions précises. Après une étude approfondie, je crois toutefois pouvoir en donner, avec pleine assurance, l'analyse qui suit :

Je remarque tout d'abord que le problème de la quadrature du cercle n'est connu de Francon par aucun ouvrage de géométrie, mais bien par un traité de logique, le *Commentaire* de Boèce sur les catégories d'Aristote. Le maître avait en effet donné ce problème comme exemple d'une question dont la solution était

1. Der Traktat Franco's von Lüttich « De quadratura circuli » herausgegeben von Dr Winterberg (p. 135-190 der *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*, IV, Leipzig, Teubner, 1882).

possible, mais inconnue; le commentateur avait ajouté que cette solution n'avait été découverte qu'après le temps d'Aristote[1].

Voici maintenant comment Francon comprend ce problème. Il regarde comme constant, d'après une formule transmise par les agrimenseurs romains[2], que la surface d'un cercle s'obtient exactement en multipliant le carré du diamètre par 11 et en divisant par 14. Si donc, par exemple, un cercle a un diamètre de 14 pieds, on construira aisément un rectangle de 11 pieds sur 14, dont la surface (154 pieds carrés) sera équivalente à celle du cercle. Francon considère donc comme parfaitement connue la solution du problème impossible que nous appelons aujourd'hui la quadrature du cercle.

Mais il s'agit, étant donné le rectangle 11×14, de construire un carré équivalent. Voilà le sujet sur lequel Francon va écrire six livres, sans arriver à s'en tirer. Il ignore donc la construction de la moyenne proportionnelle entre deux droites, tout comme il ignore le théorème de Pythagore. La seule relation métrique entre deux lignes droites qu'il connaisse est, en effet, celle que Platon (dans le *Ménon*) a prise pour exemple d'une vérité d'intuition, à savoir que le carré construit sur la diagonale d'un carré est double de ce carré.

On se demandera sans doute quelle idée se fait Francon de la façon dont on a pu arriver à l'établissement de la formule permettant de construire un rectangle équivalent à un cercle. Or il n'y a pas de doute qu'il ne l'ait regardée comme un fait d'expérience; c'est par des procédés empiriques (*in membranis*

1. Boèce prenait peut-être déjà, comme l'a fait Francon de Liège, l'approximation d'Archimède pour une valeur exacte. Mais peut-être au contraire faisait-il allusion aux solutions graphiques au moyen de courbes mécaniques (quadratrice de Dinostrate, spirale d'Archimède, etc.).

2. Voir plus loin ce que je dirai des écrits de ces agrimenseurs.

et pelliculis), en découpant des morceaux de parchemin, que l'on est parvenu à cette connaissance; il admet probablement, au reste, que la recherche a été faite avec assez de soin par les « subtils géomètres » qui ont établi ces règles, pour qu'il soit inutile de la recommencer.

Ainsi Francon a si peu l'idée de ce qu'est une déduction mathématique que la géométrie lui apparaît, en fait, comme une science expérimentale.

Mettons en revanche à son actif qu'il a quelques idées assez nettes, celle-ci entre autres qui est d'ailleurs plutôt arithmétique que géométrique, à savoir qu'il est impossible d'exprimer en termes rationnels, même au moyen d'une série de substitutions, la racine d'un nombre entier non carré parfait comme 154. C'est même ce qu'il essaie de prouver, et si sa démonstration laisse encore singulièrement à désirer, au moins suit-il la bonne voie.

Quant à la solution qu'il propose, en fin de compte, pour le problème qu'il s'est posé, il y a lieu de distinguer deux cas :

1° L'un concerne en particulier la construction du carré ayant une surface de 154. Ce que Francon indique, sous plusieurs formes différentes, revient à poser :

$$154 = (11 + \sqrt{2})^2,$$

ce qui revient à l'approximation $\sqrt{2} = \frac{31}{22} = 1,40909$.

Il se rend bien compte qu'arithmétiquement parlant une solution de ce genre est inadmissible, puisqu'elle est en contradiction avec le principe qu'il a, comme nous venons de le voir, essayé de prouver. Mais il soutient que géométriquement la question n'est plus la même; ceci ne peut avoir qu'un sens :

Francon n'a point de notion précise de la rigueur géométrique; il considère comme vrai géométriquement ce que nous dirions approché dans la limite des erreurs possibles avec les constructions graphiques.

2° Mais il s'est aussi proposé comme but suprême le problème général, la construction du carré équivalent à un rectangle donné quelconque. Malheureusement, et c'est ce que font trop souvent les auteurs du Moyen âge (de ce temps de science livresque), après avoir solennellement promis cette solution comme couronnement de son œuvre, après avoir minutieusement expliqué sa pensée sur tous les points faciles, arrivé au nœud de la question, il se dérobe :

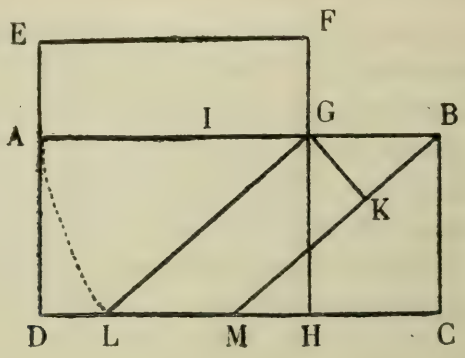
> Il dit fort posément ce dont on n'a que faire
> Et court le grand galop quand il est à son fait.

On ne voit donc pas très clairement ce qu'il propose en réalité.

Soit le rectangle ABCD donné, et le carré équivalent EFHD qu'il faut construire. Francon prescrit de prendre d'abord AI = AD. Il s'agit ensuite de déterminer entre I et B un point G, tel que le rectangle GBCH soit équivalent au rectangle GFEA. Mais GBCH est équivalent au parallélogramme GBML, que l'on obtient en construisant GL = GA et en menant BM parallèle à GL. Maintenant pour que GFEA soit équivalent à GBML, il faut et il suffit que GF soit égale à GK, la perpendiculaire abaissée de G sur BM. Mais pour que EFHD soit un carré, il faut de plus que GK ou GF soit égale à GI.

En fait, ceci ne donne pas le point G, mais impose seulement une condition que l'on peut essayer de résoudre graphiquement en tâtonnant. Est-ce là la solution véritable proposée par Francon? Je le crois; toutefois, à prendre son texte à la lettre, il

suffirait de prendre G au milieu (*in medium*) entre I et B. Il est clair qu'alors EFHD n'est nullement un carré et que Francon transforme seulement le rectangle *ab* en un autre équivalent,



dont les côtés $\frac{a+b}{2}$ et $\frac{2\,ab}{a+b}$ ont une différence moindre que celle de a à b. Chacun d'eux pourrait donc, par une approximation grossière, être pris pour le côté du carré cherché, tandis qu'en répétant l'opération sur un second rectangle on peut obtenir une meilleure approximation, et ainsi de suite. On pourrait encore soupçonner que serait là l'idée de Francon.

IV

RAIMBAUD, DE COLOGNE, ET RAOUL, DE LIÈGE

Entre autres digressions, notre auteur fait une longue allusion à une discussion qui, dit-il, « a beaucoup tourmenté nos anciens ». De même que la question de la quadrature du cercle, cette discussion avait été provoquée par un passage du *Commentaire* de Boèce sur les catégories d'Aristote : « Nous savons que

la somme des angles intérieurs d'un triangle est égale à deux droits. »

Or, c'est là précisément le thème principal d'une correspondance inédite[1] échangée, probablement vers 1025, entre un maître aux écoles de Liège, du nom de Raoul (*Radulfus*) et un Raimbaud (*Ragimboldus*), écolâtre de Cologne. Il est certain que Francon vise en particulier ces lettres, qui sont au nombre de huit; leur étude conduit absolument aux mêmes conclusions que celle de l'opuscule *De la quadrature du cercle*.

Il y a là, en fait, comme un tournoi scientifique, où il s'agit probablement pour Raoul de gagner ses éperons devant un public qui juge les coups; car les lettres sont communiquées (parfois même avant d'être adressées), non seulement aux autres clercs de Cologne ou de Liège, mais aussi à diverses personnes de la contrée, notamment à l'évêque d'Utrecht, Adelbold, le disciple de Gerbert.

Sur la demande de Raoul, Raimbaud lui a posé une question; c'est celle que soulève le passage de Boèce cité plus haut. Mais ce qui préoccupe surtout l'écolâtre de Cologne, ce n'est point la démonstration de la proposition dont il s'agit; c'est la signification à attribuer au mot *intérieurs*. Car s'il y a dans un triangle des angles *intérieurs*, il doit y avoir des angles *extérieurs*. Quels sont-ils?

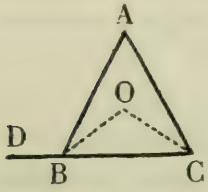
Un jour, à Chartres, Raimbaud avait discuté cette question avec le célèbre évêque Fulbert; ils étaient tombés d'accord que le mot *intérieur* devait être synonyme d'*aigu*, et qu'un angle *extérieur* serait un angle *obtus*. Mais ils ont différé sur la raison

1. Voir ma note : *Une correspondance d'écolâtres du onzième siècle*, dans les *Comptes rendus de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, 1897 [voir plus loin n° 6]. — Ces lettres ont été signalées en premier lieu par M. l'abbé Clerval, dans son ouvrage : *Les Écoles de Chartres au Moyen âge*.

de cette synonymie : Fulbert paraît avoir pensé qu'elle tenait à la situation, par rapport au triangle, de la perpendiculaire abaissée, sur un des côtés de l'angle, du sommet opposé; Raimbaud supposait une comparaison avec l'angle droit.

On serait naturellement tenté de croire que ni Fulbert ni Raimbaud n'avaient jamais vu même les énoncés du premier livre d'Euclide. Tout au contraire, ils les connaissaient par la traduction de Boèce; mais c'était pour eux une suite d'énigmes indéchiffrables[1].

Voici, en particulier, comment Raimbaud interprète l'énoncé d'Euclide, I, 32 : « Dans tout triangle, l'angle extérieur est égal à la somme des deux angles intérieurs et opposés. »



Quand on parle d'un triangle sans épithète, ce doit être un triangle équilatéral (comme dans l'arithmétique de Boèce). Pour un tel triangle, l'angle extérieur doit être l'angle obtus ayant son sommet au centre O et sous-tendu par l'un des côtés! Cet angle, tel que BOC (de 120°), est égal à la somme des angles ABC, ACB du triangle (chacun de 60°).

Raimbaud fit prévaloir cette bizarre interprétation sur celle de Raoul, qui avait répondu que le terme *intérieur* devait s'appliquer aux angles considérés dans une figure plane, tandis qu'*extérieur* serait un angle considéré sur la surface d'un solide (par exemple d'un cube). Francon rejettera à son tour l'opinion de Raimbaud et remarquera avec raison qu'*angle extérieur* doit signifier un angle dont un côté est extérieur au triangle. Mais il trace ce côté, à partir d'un sommet, dans une direction quelconque; il

1. Dans les manuscrits les plus anciens, les figures qui accompagnent ces énoncés sont encore souvent des énigmes pour nous mêmes.

n'a donc pas deviné le sens spécial (d'angle formé par un côté du triangle avec le prolongement d'un autre); il n'a pas encore la clef de l'énoncé euclidien (que l'angle ABD, par exemple, est égal à la somme des angles BAC, ACB).

Quant à la proposition sur la somme des trois angles d'un triangle, il est juste de reconnaître que Raoul s'efforce de la démontrer. Il le fait assez convenablement pour le triangle rectangle isoscèle (comme moitié d'un carré); mais dès qu'il s'agit d'aller plus loin, il déclare que c'est plus facile à saisir intuitivement qu'à expliquer par le langage, ou bien il parle de vérifications en découpant des morceaux de parchemin. Plus tard, il est vrai, il aura l'idée que la diagonale d'un rectangle décompose celui-ci en deux triangles égaux; mais il n'arrive point à mettre en forme la démonstration, même pour le triangle rectangle quelconque.

D'après Francon, Wazzon, écolâtre à Liège en 1025, son successeur Adelman, un Razegin, ami de Raimbaud, d'autres encore, se seraient essayés à la même démonstration. Il donne les figures qu'ils avaient employées; celle d'Adelman paraît la seule qui puisse s'appliquer au cas général (au moins pour un triangle rectangle). Mais Francon lui-même déclare que toutes ces tentatives sont imparfaites, et quoi qu'il en dise, il n'arrive pas à faire mieux.

Ainsi, même en possédant l'énoncé d'un des théorèmes les plus élémentaires de la géométrie plane, les maîtres les plus renommés du onzième siècle sont incapables d'en comprendre exactement le sens, et ils échouent plus ou moins en essayant de le démontrer. On peut juger, par cet exemple, combien il était difficile en fait de constituer la géométrie théorique, même pour des hommes exercés à raisonner et à calculer.

V

GERBERT ET LES AGRIMENSEURS ROMAINS

Les constatations que l'opuscule de Francon et les lettres entre Raimbaud et Raoul nous ont permis de faire, sont en complet désaccord avec l'opinion courante, qui attribue à Gerbert d'avoir, à la fin du dixième siècle, créé, comme écolâtre à Reims, en même temps que l'enseignement de l'arithmétique, celui de la géométrie, qui se serait propagé de là dans les autres écoles. Aux mêmes constatations se heurte également la croyance à l'authenticité des Géométries attribuées à Boèce et à Gerbert, croyance encore assez vivace, malgré les attaques qu'elle a subies.

Il n'est que trop clair, tout d'abord, à l'ignorance dont font preuve Fulbert, de Chartres, ou Adelbold, d'Utrecht, que si leur maître Gerbert a jamais essayé de constituer un enseignement sérieux de la géométrie, ses efforts ont été absolument vains. Mais le fait que les questions élémentaires qui sont agitées proviennent d'ouvrages étrangers à la géométrie, prouve tout aussi clairement qu'il n'y a alors aucun livre qui puisse servir à l'enseignement de cette science.

Les maigres articles consacrés par Isidore, de Séville, ou par Cassiodore à la géométrie représentent en fait ce qui pouvait en être appris : quelques rares définitions, compilées par des grammairiens. Quant au VIe livre de Martianus Capella[1], il ne pouvait donner qu'une idée encore plus singulière de la science; on

1. Le bizarre ouvrage de cet auteur (*Du mariage de Philologie et de Mercure*) fut, comme on sait, un des principaux trésors de l'érudition au commencement du Moyen âge.

y trouve tout d'abord une géographie complète et détaillée du monde connu avec indication de dimensions; vient ensuite un recueil des définitions d'Euclide, sans les indications qui seraient indispensables pour en comprendre un bon nombre; l'énoncé du premier problème d'Euclide : « Sur une droite donnée, construire un triangle équilatéral. » Et c'est tout.

Restaient deux sources où l'on aurait pu puiser davantage : 1° la traduction par Boèce des énoncés des quatre premiers livres d'Euclide; mais nous avons vu à quel point elle était inutilisable; 2° la partie mathématique des écrits des agrimenseurs romains, sur lesquels il convient de s'arrêter davantage.

Ces écrits formaient un *corpus*[1] assez peu répandu et constitué en majeure partie par des textes ou des commentaires juridiques. On y rencontre cependant diverses séries de définitions géométriques et métrologiques et d'autres de problèmes d'arpentage. Raoul, de Liège, a connu, sous le nom de *Podismus*, tout ou partie de cet ensemble mathématique. Mais il n'y en avait aucun manuscrit à Liège et il ne semble pas y en avoir eu davantage à Cologne. Quelques données, empruntées à ce recueil, comme la mesure de l'aire du cercle ou celle du volume de la sphère, n'en circulaient pas moins. Mais on aurait pu tirer de là beaucoup plus, notamment la connaissance du théorème de Pythagore que Francon paraît encore ignorer, mais dont les agrimenseurs romains font de fréquentes applications.

Gerbert semble être le premier à avoir reconnu l'importance

1. Il a été édité sous le titre de *Gromatici veteres*, par Lachmann (Berlin, Reimer, 1848), qui a cependant laissé de côté la compilation mathématique la plus importante, le *Liber* d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus. Cet opuscule a été inséré par M. Cantor dans son ouvrage : *Die roemischen Agrimensoren* (Leipzig, Teubner, 1875). M. Victor Mortet et moi en avons publié un texte différent (*Notices et Extr. des Mss.*, XXXV, 1896) [voir plus haut n° 4].

de cette source; par une de ses lettres, adressée à Adelbold, nous savons qu'il avait envoyé à ce dernier des « figures géométriques », c'est-à-dire probablement un extrait d'un manuscrit des agrimenseurs. Mais il n'avait pas mis la chose au point en corrigeant les erreurs et en élucidant les obscurités, ce qui amena Adelbold à une demande d'explications.

Un des auteurs compilés (Vitruvius Rufus?) donnait, pour la mesure de l'aire des polygones réguliers, les formules grecques applicables au calcul des nombres polygones (c'est-à-dire des sommes de progressions arithmétiques à termes entiers, commençant à l'unité)[1]. Adelbold demanda à Gerbert comment, en particulier, la mesure du triangle (équilatéral) d'après cette formule, $\frac{a(a+1)}{2}$, ne coïncidait pas avec la mesure du même triangle suivant les autres procédés. Dans sa réponse, que nous avons, Gerbert explique assez convenablement la difficulté, ce qui n'empêcha pas de conserver jusqu'au seizième siècle, dans les ouvrages de géométrie élémentaire, sinon la formule arithmétique du triangle, au moins celles des autres polygones.

Voilà en fait à quoi se borne ce que nous savons d'authentique sur la part de Gerbert dans l'enseignement de la géométrie à cette époque. Mais avant de passer au Traité qu'on lui a attribué sur cette matière, je reviens à celui qui porte le nom de Boèce.

1. Le polygone est dénommé d'après la raison de cette progression, augmentée de deux unités; ainsi, lorsque la raison est 1 (*nombres consécutifs*), on a le *triangle;* pour la raison 2 (*nombres impairs*), on a le *carré*, et ainsi de suite. Le nombre des termes sommés est ce qu'on appelle le côté du nombre polygone.

VI

LA GÉOMÉTRIE DITE DE BOÈCE

Les très vives discussions qui ont porté sur l'authenticité de la *Géométrie* dite de Boèce, ont eu surtout pour objet la question de l'origine des chiffres modernes et du calcul sur l'*abacus*. Il est singulier qu'elles n'aient point dissipé une confusion pourtant aisée à reconnaître.

En fait, il existe deux ouvrages géométriques essentiellement différents, qui, dans les manuscrits, sont donnés comme de Boèce.

A. L'un d'eux, édité en dernier lieu par Friedlein (Leipzig, Teubner, 1867) sous le titre *Ars Geometriæ*, est divisé en deux livres, dont le premier comprend la traduction des énoncés d'Euclide, quelques définitions empruntées aux agrimenseurs, enfin la description de l'*abacus* avec jetons marqués de chiffres affectant la forme dite des *apices* de Boèce. Le second livre contient d'abord des données métrologiques, puis un recueil de problèmes d'arpentage tirés des agrimenseurs (quelques-uns avec des erreurs absurdes); à la fin, l'auteur revient sur l'*abacus*, et propose d'employer, au lieu des signes spéciaux des fractions romaines, la série des lettres de l'alphabet. Cette proposition n'a eu aucune suite, non plus que la très singulière augmentation que le prétendu Boèce fait subir à la nomenclature des fractions en usage[1].

1. L'unité romaine, l'*as*, se divise en douze *onces* (chaque nombre d'onces,

B. Le second ouvrage n'a pas jusqu'à présent été publié *in extenso*. Il n'a de commun avec le premier que la traduction d'Euclide, qui, dans le manuscrit le plus ancien que l'on connaisse, occupe les livres III et IV. Les deux premiers livres sont compilés dans le plus grand désordre, l'un de quelques passages de Cassiodore, mais surtout des écrits non mathématiques des agrimenseurs, l'autre de l'arithmétique de Boèce. Un cinquième livre renferme, avec des extraits métrologiques d'Isidore, de Séville, d'autres fragments des agrimenseurs et une série de définitions données, d'après la même source, par demandes et réponses (*Altercatio duorum geometricorum*).

On s'est accordé, en général, pour ne tenir aucun compte de la rédaction B. Mais il faut remarquer : 1° que le plus ancien manuscrit connu de A est au plus tôt de la fin du onzième siècle, tandis que pour B on en a un qui est incontestablement du neuvième siècle (Bibl. nat., lat. 13 020); 2° que B n'offre aucun des morceaux ou passages qui ont fait suspecter, même par Friedlein, l'authenticité de A ; 3° que, pour la traduction d'Euclide, le texte de A est évidemment déformé de celui de B.

J'ajouterai que, si Raimbaud et Raoul ont connu une *Géométrie* de Boèce, c'est l'ouvrage B; autrement une des questions de Raoul à Raimbaud (expliquer la différence des pieds linéaires, carrés et solides) est inexplicable, puisque cette explication est

inférieur à 12, a son nom et son signe particulier); l'*once* se divise en 24 *scripules;* le *scripule* en 2 *oboles*, 4 *carats*, ou 6 *siliques*. Ce sont là les plus petites fractions dénommées et en usage dans les calculs. Mais les Romains divisaient d'autre part l'heure en quatre points, en 10 minutes, et en 40 moments. Le Pseudo-Boèce a absurdement appliqué la division correspondante du quart du jour (*quadrans*) de 6 heures, à celle du quart de l'once, qu'il appelle abusivement *quadrans*, tandis que ce terme s'applique au quart de l'unité, soit à trois onces. Sa nomenclature présente encore d'autres confusions analogues, quoique moins graves.

donnée dans A, et que Raoul demande surtout un auteur où il la trouverait.

Bien entendu, l'ouvrage B n'a pas été composé par Boèce, tel qu'il nous est parvenu ; mais au moins nous ne sommes pas en présence d'une fraude préméditée. Boèce avait dû traduire, au moins en partie, Euclide, ainsi que l'affirme Cassiodore ; mais il ne s'était probablement pas borné aux énoncés. C'est un copiste qui a éliminé les démonstrations, en laissant d'ailleurs beaucoup de blancs où auront été inscrites les additions qui ont formé plus tard les livres I, II et V de B. Ce manuscrit, où des feuillets se sont d'ailleurs trouvés certainement transposés, aura été la source du texte actuel.

L'ouvrage A est au contraire décidément dû à un faussaire, qui prend expressément (et maladroitement) le masque de Boèce ; ce faussaire, que je crois plutôt de la seconde moitié du onzième siècle, s'est servi d'un texte de B et d'un manuscrit des agrimenseurs, qu'il paraît désigner sous le nom d'*Archytas ;* il a ajouté sur l'*abacus* quelques développements de son propre cru. Il y a enfin quelques indices qui peuvent faire croire qu'il travaillait en Italie, mais cette question doit rester douteuse.

VII

LA GÉOMÉTRIE DITE DE GERBERT

Quant à la *Géométrie* dite de Gerbert, le cas est tout différent ; ce n'est nullement l'œuvre d'un faussaire. C'est la réunion accidentelle, sous le nom de Gerbert, et seulement dans deux ma-

nuscrits dont l'origine est la Bavière, de trois compositions distinctes qui se trouvent d'ordinaire anonymes et isolées.

Si le nom de Gerbert pouvait être justifié, ce serait seulement pour la troisième partie, en tant du moins que le noyau semble en avoir été ce recueil de figures géométriques envoyé par Gerbert à Adelbold et dont j'ai parlé plus haut. Mais cette troisième partie a en tout cas été grossie postérieurement par des emprunts à d'autres sources diverses qu'il est assez aisé de reconnaître. La composition en varie au reste suivant les manuscrits.

La seconde partie est aussi un recueil de problèmes d'arpentage; mais, au lieu d'avoir comme la troisième pour objet des calculs de longueurs, surfaces ou volumes, elle enseigne des procédés de mesure indirecte sur le terrain et l'emploi à cet effet de divers instruments ou artifices, qui supposent la pratique des triangles semblables. La composition de cette compilation est aussi très variable suivant les manuscrits, et l'origine première en est inconnue; en tout cas, le rédacteur y a mis une marque particulière en y semant çà et là des vers léonins. Le manuscrit le plus ancien qui soit connu (Bibl. nat. 7377 C) est de la seconde moitié du onzième siècle, et le recueil en question y figure au milieu de diverses pièces d'auteurs lotharingiens du même siècle.

Reste la première partie qui, à la différence des deux autres, est un travail original, et par là même assez intéressant. L'auteur s'est efforcé de faire une exposition méthodique de la géométrie, en ajoutant aux notions théoriques des règles de calcul; il n'a pas poussé très loin son travail, qui s'arrête brusquement comme une œuvre inachevée. Curieux et instruit pour l'époque, il ne dépasse cependant pas le niveau de ses contemporains[1]; notam-

1. Ainsi, il sait, comme probablement déjà les Égyptiens, que le triangle dont les côtés sont proportionnels à 3, 4, 5 est un triangle rectangle, qu'il

The Institute of Mediaeval Studies
LIBRARY

ment il en est encore à l'opinion de Raimbaud sur le sens des mots angles intérieurs et extérieurs, et il déclare expressément que c'est d'après cette signification qu'il faut entendre le passage du *Commentaire* de Boèce sur les catégories, « qui a souvent embarrassé bien des gens ». Il est donc à croire qu'il écrivait en Lotharingie, entre 1025 et 1050 (c'est-à-dire avant Francon), mais on ne peut lui assigner un nom.

J'arrête ici cet exposé qui suffira, je l'espère, pour la tâche que je me suis assignée au début de cet article; et je conclurai par une simple remarque.

Rien ne serait plus intéressant que de savoir comment et à quelle époque la géométrie se serait développée dans l'Occident latin, s'il était resté isolé, ne possédant que les éléments que j'ai énumérés et qui ne représentent pas un ensemble de connaissances supérieur, je le répète, à ce que les Grecs pouvaient emprunter aux Orientaux à l'époque de Pythagore. Mais heureusement pour le progrès de l'humanité, dès le douzième siècle, l'infiltration de la science arabe et des traductions remontant par cette voie aux originaux grecs dispensa nos ancêtres de retrouver par eux-mêmes ce que les anciens avaient découvert. Cependant il est remarquable que, jusqu'à la fin du seizième siècle, la géométrie resta relativement négligée par rapport à l'arithmétique et à l'algèbre.

C'est là une raison de plus pour considérer la création de la géométrie chez les Grecs comme un fait dépendant beaucoup plus du génie de ce peuple que du degré de civilisation auquel il s'était élevé. Ce qui caractérise d'ailleurs à cet égard le génie hellène, c'est moins sans doute l'accident heureux de la première

appelle *pythagorique;* mais il ne semble pas connaître le théorème général de Pythagore, l'équivalence du carré de l'hypoténuse du triangle rectangle et de la somme des carrés des deux autres côtés.

constitution de la science (par un Pythagore?) que l'intérêt qu'elle excita et le merveilleux élan qui, s'accélérant d'abord de plus en plus, dura près de cinq siècles, et conduisit un Apollonius et un Archimède jusqu'à des hauteurs qui n'ont été de nouveau atteintes qu'à une date relativement récente.

(Extrait de la *Revue générale Internationale scientifique, littéraire et artistique* (Paris, Paul Ollendorff), 2e année, 1897, n° 15, p. 343-357.

UNE CORRESPONDANCE D'ÉCOLATRES

DU ONZIÈME SIÈCLE

Dans son ouvrage sur *Les Écoles de Chartres au Moyen âge*, M. l'abbé Clerval a signalé l'existence d'une série de lettres dont le manuscrit latin 6401 de la Bibliothèque nationale contient une copie du onzième siècle. Il a fixé d'autre part, avec une grande probabilité, aux environs de l'an 1025 l'époque de la rédaction de ces lettres, dont la publication intégrale [1] est d'autant plus désirable qu'elles constituent un document important sur l'état de l'enseignement dans les écoles de cette époque. Je me propose seulement aujourd'hui d'indiquer quelques-unes des conclusions auxquelles leur examen m'a conduit.

Ces lettres, au nombre de huit, sont échangées entre Ragimboldus, ou Regimboldus, grand écolâtre (*scholasticus generalissimus*) de Cologne, et Radolfus, ou Radulfus, Rodolfus, de l'église de Liège, qualifié d'abord de *magister specialis*, puis, au cours de la correspondance, promu au titre de *magister scholarum*.

Ragimbold de Cologne était connu, grâce aux *Versus alphabetici* de l'écolâtre de Liège, Adelman, comme étant un élève de Fulbert de Chartres. En fait, nous apprenons par sa correspon-

[1. Voir plus loin, n° 10.]

dance qu'il n'a été à Chartres qu'en passant; il a dû faire ses études à Liège, peut-être sous l'écolâtre Wazzon (le prédécesseur d'Adelman, et plus tard évêque de 1042 à 1048). A la date des lettres, il y a déjà vingt ans qu'il professe et il va quitter l'enseignement; il a dû mourir avant 1033.

Radolf semble beaucoup plus jeune; il devait vivre encore en 1048. Il a longtemps étudié sous Fulbert de Chartres; maître à Liège, il est encore, au moment de la correspondance, sous la direction de Wazzon. Les lettres qu'il échange avec Ragimbold semblent pour lui une occasion, qu'il a peut-être provoquée, de se mettre en relief, car il n'y a point là une communication, entre amis, de vues et de recherches entreprises sur des sujets semblables; il s'agit d'un véritable tournoi devant un public qui juge les coups (*judicent lectores*); ces lettres ne sont pas, d'ailleurs, destinées à être lues seulement dans les écoles de Cologne et de Liège; Ragimbold, avant d'adresser à Radolf la plus importante, la fait passer par les mains d'un de ses amis, Razeginus, qui demeure près de Liège (peut-être est-ce un moine de Saint-Trond). De même l'évêque d'Utrecht, Adelbold, le disciple de Gerbert, est tenu au courant.

Bien entendu, la lutte est à armes courtoises; entre membres du clergé, les formules de politesse épistolaire prennent même un certain caractère onctueux, et la modestie s'exagère jusqu'à l'humilité. Mais il n'y a pas lieu de se faire illusion; l'aigreur qu'entraîne la polémique perce de temps en temps; on sent bien que chacun des deux correspondants a sa réputation à sauvegarder.

Le style des lettres est donc particulièrement soigné; Ragimbold et Radolf essaient avant tout de se montrer bons latinistes. Quoique leur langue présente quelques fautes, qui ne paraissent pas toutes dues au copiste, elle est en général correcte, bien

claire, et souvent même assez élégante, grâce aux réminiscences classiques qu'ils introduisent avec quelque bonheur. Ainsi, dans une lettre de Radolf, nous retrouvons tout un hexamètre d'Horace.

Cependant ces lettres roulent sur des questions de géométrie; mais je me hâte de dire que ces questions sont tout à fait élémentaires, et que leur nature, tout aussi bien que la façon dont elles sont traitées, prouve péremptoirement, contre l'opinion généralement courante, que Gerbert n'était nullement parvenu, à la fin du dixième siècle, à instituer réellement un enseignement de la géométrie.

Le point de départ est une phrase de Boèce dans son commentaire sur les Catégories d'Aristote : « *Nous savons que les angles intérieurs d'un triangle sont égaux à deux droits.* » Or ce qui préoccupe Ragimbold, ce n'est point la démonstration de ce théorème, mais c'est la signification du mot « *intérieur* »; car si Boèce l'a employé, c'est qu'il doit y avoir des angles « *extérieurs* »; quels sont-ils?

Il y a longtemps que cette question, qu'il paraît avoir soulevée le premier, lui tient à cœur; précisément quand il a été à Chartres, il l'a discutée avec Fulbert, et ils sont tombés d'accord que « intérieur » doit signifier « aigu », tandis qu'« extérieur » signifie « obtus ». En tout cas, c'est l'énigme que Ragimbold pose tout d'abord à Radolf. Celui-ci émet l'opinion qu'« intérieur » s'applique aux angles considérés dans une surface plane, « extérieur » aux angles considérés sur la surface d'un solide, par exemple un cube. Ragimbold le réfute en développant son opinion, que Wazzon et Adelbold semblent d'ailleurs partager.

A son tour, Radolf posera deux questions à Ragimbold; la première est également tirée des commentaires de Boèce sur les Catégories d'Aristote. Il s'agit de calculer le côté d'un carré double d'un carré donné. Les deux correspondants savent que

ce côté est la diagonale du carré donné, mais ni l'un ni l'autre ne soupçonne que cette diagonale est incommensurable; ils admettent que son rapport au côté est exprimable en nombres; pour Radolf, ce rapport est $\frac{7}{5}$; pour Ragimbold, il est de $\frac{17}{12}$, valeur un peu plus approchée. Avec des hypothèses de ce genre, le calcul n'offre de difficulté qu'à cause de l'emploi des incommodes fractions romaines de l'as; l'un et l'autre maître se montre d'ailleurs, pour le maniement de ces fractions, un abaciste suffisamment exercé. Ils connaissent certainement le calcul beaucoup mieux que la géométrie.

La seconde question de Radolf à Ragimbold est une demande d'explication du sens des mots *pedes recti*, *pedes quadrati*, *pedes solidi*. Je crois cette question occasionnée par la lettre de Gerbert à Adelbold, où ces notions sont supposées connues.

L'énoncé de ces diverses questions, sans parler des réponses qu'elles reçoivent, montre bien que les deux écolâtres n'ont reçu aucun enseignement de géométrie théorique et qu'ils n'ont à leur disposition aucun ouvrage dont ils puissent se servir. Les quelques notions qu'ils possèdent sur le vocabulaire géométrique sont tirées d'écrits étrangers à cette science, en particulier de l'*Arithmétique* de Boèce, qu'ils connaissent bien, mais ce qu'ils savent de plus ne dépasse point ce que pouvaient savoir les Grecs avant Pythagore; et surtout ils n'ont aucune idée de ce que peut être une démonstration géométrique. Il semble même que pour eux cette science soit expérimentale, qu'il s'agisse de trouver ou de vérifier par des constructions graphiques, et même en découpant des morceaux de parchemin, les relations comme celles qui leur ont été transmises sur la somme des angles d'un triangle ou sur le rapport de la diagonale d'un carré à son côté.

Liège semble particulièrement pauvre en ouvrages géométriques; Radolf avoue que sa seconde question à Ragimbold

avait eu pour but de savoir si à Cologne on n'avait pas l'écrit d'un certain Albinus, qu'il avait étudié autrefois à Chartres, ou bien un autre livre appelé *Podismus*.

Ce dernier écrit est évidemment la compilation de problèmes métriques dont il existe plusieurs recensions dans les manuscrits des agrimenseurs romains et qui notamment dans l'*Arcerianus* de Wolfenbüttel figure sous les noms de Marcus Junius Nipsus, Epaphroditus et Vitruvius Rufus. Quant à l'Albinus, il s'agit probablement des *Propositiones ad acuendos juvenes* d'Alcuin, qui contiennent effectivement quelques problèmes d'arpentage analogues.

Nous n'apprenons point par les réponses de Ragimbold si ces ouvrages étaient à Cologne, et on peut en douter. En revanche, il fait trois citations qui ont un grand intérêt.

La première est tirée d'une « Regula abaci » que nous ne possédons plus et à laquelle d'ailleurs Radolf ne se conforme pas.

La seconde, sous le nom de Boèce, est celle de deux énoncés d'Euclide, tels qu'ils se retrouvent actuellement dans la Géométrie attribuée à Boèce; nous avons ainsi une preuve assurée de l'existence, dès 1025, sous le nom de Boèce, de la traduction latine des énoncés euclidiens qui constituent la partie essentielle du premier livre de la Géométrie précitée. Mais cette traduction, sans figures, est tellement inutile entre les mains de Ragimbold, qu'il n'arrive à donner, pour les énoncés qu'il cite, et où figure le terme d'angle extérieur d'un triangle, que des interprétations dont la subtilité touche au ridicule.

Quant au reste de la Géométrie attribuée à Boèce, on peut affirmer qu'il n'était point encore ajouté à la traduction des énoncés euclidiens. Autrement, Ragimbold y aurait fait des emprunts dont l'occasion s'est présentée pour lui plusieurs fois et qu'il serait aisé de reconnaître.

Tout au contraire, il cite encore Boèce *in Geometrico*, comme

garant du rapport qu'il prend pour celui de la diagonale au côté du carré. Or ce rapport n'est nullement dans la Géométrie dite de Boèce; bien plus on ne le rencontre dans aucun des manuscrits connus des agrimenseurs romains, pas plus que dans aucune source latine ancienne.

Il est cependant indiqué dans la *Geometrica Gerberti* (chap. 66). Or il est très remarquable que Francon, l'écolâtre de Liège qui écrivit vers 1050 son traité *De quadratura circuli*, mentionne le rapport en question, comme affirmé par Ragimbold et par Gerbert, mais non par Boèce.

Francon déclare, d'ailleurs, expressément que l'on possède un *Libellus Geometriæ* de Gerbert. Comme les six livres de Francon équivalent à peine en étendue à ce que nous avons sous le nom de *Geometria Gerberti*, il est clair que ce *libellus* ne représente que la plus faible partie de ce dernier ouvrage; mais s'il comprenait le chapitre 66, ce devait être une compilation de problèmes métriques, comme l'ensemble des chapitres 41-92. On est dès lors conduit à la conjecture suivante : ce *libellus* devait avoir pour noyau principal les « figures géométriques » données par Gerbert à Adelbold et dont il est fait mention dans la lettre du premier au second.

Elles contenaient en effet, d'après cette lettre, des formules correspondant aux chapitres 49 et 55 de la *Geometria Gerberti*. Ledit *libellus* se trouvait copié, dans un manuscrit possédé par Ragimbold, à la suite de la traduction d'Euclide par Boèce, probablement recueillie aussi par Adelbold, et Ragimbold attribuait le tout à Boèce. Francon, mieux renseigné sur l'origine, considère cette addition comme de Gerbert. En réalité, comme le prouve la lettre à Adelbold, c'était une compilation que Gerbert avait faite ou fait faire pour ses études personnelles, mais qu'il n'eut pas le temps de mettre au point.

Dans ce que je viens de dire, il y a une part de conjecture; mais pour la première partie de la *Geometria Gerberti*, nous pouvons établir une conclusion beaucoup plus assurée.

Je rappelle que cet ouvrage, à la différence de la Géométrie de Boèce, n'est pas mis sous un faux nom; il en existe un manuscrit du onzième siècle anonyme (*Monacensis* 14836); l'attribution à Gerbert n'est faite que sur des manuscrits du douzième.

L'ouvrage est composé de trois parties bien distinctes, qui paraissent dues à trois auteurs différents. La première (chap. 1-13) est de beaucoup la plus intéressante, car c'est une œuvre originale, d'un esprit curieux et instruit, qui essaie de faire avec méthode un exposé théorique pour l'enseignement; le travail n'a pas été terminé et s'arrête brusquement.

Or l'auteur (chap. 9) considère, comme Ragimbold, les termes d'angles intérieurs et extérieurs comme synonymes d'angles aigus et obtus. Il déclare que c'est dans ce sens qu'il faut entendre le passage de Boèce dans le commentaire des Catégories, passage qu'il cite et qui, dit-il, *multis movit sæpe scrupulum*. D'ailleurs il est aisé de reconnaître à sa nomenclature que cet auteur n'est point Ragimbold; mais il a eu évidemment connaissance de sa discussion avec Radolf et il a adopté son opinion.

Ainsi la première partie de la *Geometria Gerberti* a été composée, après 1025, par un maître professant probablement dans la Lotharingie. Il est assez probable d'un autre côté qu'il a écrit avant 1050, car Francon de Liège (qui rappelle aussi le débat, *quod plurimum fatigavit majores nostros*) donne précisément, en réfutant l'opinion de Ragimbold, non pas la figure de celui-ci, mais celle de la *Geometria Gerberti*. Enfin les détails que donne Francon ne permettent pas de supposer que l'auteur de la première partie de la *Geometria* porte l'un des noms qu'il cite, à savoir ceux de Wazzon, d'Adelbold, d'Adelman ou de Razegin.

En ce qui concerne la dernière partie de la *Geometria Gerberti*, je n'ajouterai qu'une chose à ce que j'ai dit : c'est que le *libellus* connu par Francon a été grossi ultérieurement d'emprunts faits à différentes sources. Mais elles sont aisées à reconnaître et, après les recherches de Friedlein et de Weissenborn, il est inutile d'insister. Je remarquerai seulement que la publication [1] que j'ai récemment faite avec M. V. Mortet, dans les *Notices et extraits*, d'un nouveau texte des traités d'Epaphroditus et Vitruvius Rufus, peut servir à confirmer l'opinion de Weissenborn, que ce n'est pas l'*Arcerianus* qui a servi à former le noyau de cette compilation; il est même douteux que ce célèbre manuscrit soit la source véritable compilée pour la Géométrie du Pseudo-Boèce.

Reste la partie du milieu de la *Geometria Gerberti;* c'est encore une compilation, mais elle porte sur des pratiques d'arpentage, non sur des formules métriques, comme la troisième partie; elle est en outre caractérisée par les vers léonins que le rédacteur y a semés. Les sources de cette compilation restent jusqu'à présent inconnues.

M. Curtze a récemment donné de cette partie du milieu, d'après le *Monacensis* 14836, une édition où l'ordre des chapitres est beaucoup plus rationnel que celui de la Vulgate. Je me contenterai de faire observer que le manuscrit latin 7377 C de la Bibliothèque nationale, dans une partie qui date du onzième siècle (seconde moitié) et qui me semble un peu antérieure au *Monacensis*, présente un texte anonyme dans un tout autre ordre et avec des différences notables en plus et en moins, au milieu d'un ensemble de pièces toutes émanées de la Lotharingie; les divers éléments de la *Geometria Gerberti* se trouvèrent donc dans cette région vers le milieu du onzième siècle, mais c'est plutôt

[1. Plus haut, n° 4.]

en Allemagne que la juxtaposition des trois parties semble avoir été faite ; du moins on ne connaît jusqu'à présent que deux manuscrits présentant les trois parties, celui de Salzbourg et le *Monacensis* précité qui provient de Ratisbonne.

[Cf. pour cet article et pour ceux qui suivent la *Correspondance Scientifique* de Tannery avec Maximilian Curtze de 1896 à 1900.

(Extrait des *Comptes rendus de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, 1897, t. XXV, p. 214-221.)

MAGISTER ROBERTUS ANGLICUS IN MONTEPESSULANO

L'article de M. Steinschneider sur *Johannes Anglicus und sein Quadrant* (*Biblioth. Mathem.*, 1896, pp. 102-104) appelle peut-être une réponse de ma part.

Je dois dire tout d'abord que jusqu'à présent je n'ai encore rien publié de mes recherches sur ce sujet; j'ai seulement fait, au commencement de l'année 1896, une communication verbale à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres de Paris [1]; puis en juillet dernier, j'ai présenté à cette Académie un mémoire [2] dont l'impression est commencée pour le Recueil des *Notices et Extraits des manuscrits*, et qui comprend, en dehors des prolégomènes :

1° Le texte, établi sur les trois plus anciens manuscrits de Paris, du traité du *Quadrans* attribué à Jean de Montpellier;

2° Une ancienne traduction grecque de ce traité;

3° La partie inédite de l'opuscule *Compositio tabulae quae saphea dicitur sive astrolabium Arzachalis*, dont Sédillot a donné (*Recherches sur les instruments astronomiques des Arabes*) quelques

[1. Cf. *Comptes rendus de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, 1896, 4e série, t. XXIV, p. 180.]

[2. Plus loin, n° 8.]

extraits, comme faisant partie d'une traduction par Profatius d'un ouvrage d'Arzachel, mais qui, comme M. Steinschneider[1] l'a reconnu le premier, est un traité original, rédigé en 1231 par un Guillelmus Anglicus. Grâce à un second manuscrit de ce traité (Bibl. Nat. lat. 16652), j'ai d'ailleurs constaté que ce Guillelmus, Anglais de naissance, bourgeois de Marseille, médecin de profession (et enseignant l'astronomie, probablement à Montpellier), est bien l'auteur du traité *De urina non visa*, que Bale et Pitz font vivre vers 1350 et dont ils font absurdement le père du pape Urbain V, qui était de la famille des Grimoard du Gévaudan.

M. Curtze, qui était, indépendamment de moi, arrivé à la conviction que l'auteur du traité du *Quadrans* s'appelait Magister Robertus (et non Johannes) Anglicus *in Monte Pessulano*, a bien voulu me fournir de précieux renseignements que j'ai utilisés pour les prolégomènes de mon travail. J'ai amplement profité, d'autre part, des indications fournies par M. Steinschneider dans ses *Hebr. Uebersetzungen*.

Je comprends très bien que l'illustre savant de Berlin, d'après l'ensemble des matériaux qu'il avait réunis, persiste dans ses précédentes conclusions, mais je suis persuadé que s'il avait pu utiliser les manuscrits de Paris, comme je l'ai fait, ou examiner ceux d'Allemagne que M. Curtze m'a signalés, il reconnaîtrait que le nom de Johannes n'a été introduit que par une confusion de l'abréviation *Ro.* avec l'abréviation *Jo.*, et que, si le nombre des manuscrits qui donnent Johannes est relativement considérable, cela vient seulement de ce que le prénom Jean est plus commun que celui de Robert.

1. *Études sur Zarkali* (*Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.*, **20**, 1887, pp. 579, 593, etc.)

Le même Magister Robertus Anglicus *in Montepessulano* a composé également un Commentaire sur la sphère de Sacrobosco, commentaire qui existe à Paris comme à Oxford (*Digby* 48), mais aussi dans le manuscrit de Salzbourg, analysé par Moritz Cantor (*Die Römischen Agrimensoren*, p. 158); le dernier manuscrit donne comme finale : « Finita est ista compilatio super materiam de spera celesti ad maiorem introductionem scolarium *Parisiis* studentium, quam composuit Magister Robertus Anglicus et finivit anno domini 1271. » Les deux autres manuscrits donnent la même finale, mais avec *Monte Pessulano* au lieu de *Parisiis*, et celui d'Oxford a 1272 comme date.

Sans le traité du *Quadrans*, qui fut certainement écrit au treizième siècle à Montpellier, nous ne saurions pas si le *Magister* Robertus Anglicus, qui composa le Commentaire sur la Sphère de Sacrobosco, professait à Paris, à Montpellier, ou même à Oxford. Mais il me semble que le doute n'est pas permis. J'ajoute qu'un acte de 1240 du Cartulaire de l'Université de Montpellier mentionne un Robertus Anglicus, et qu'il est possible de supposer un lien de parenté entre ce personnage et Guillelmus Anglicus; si en effet pour ce dernier le surnom d'*Anglicus* indique certainement l'origine immédiate, pour Robertus ce peut déjà être un nom de famille.

J'arrive maintenant aux remarques, nouvelles pour moi, du dernier article de M. Steinschneider. Je regrette de ne pouvoir y souscrire, car rien ne me paraît prouver ni que le *Magister* Robertus Anglicus *in Montepessulano* ait jamais traduit aucun ouvrage arabe, ni qu'il ait écrit des traités d'alchimie.

Tout d'abord, le Robertus Anglicus alchimiste dont parle Tanner (*Bibl. Brit.*, p. 636), d'après Leland et celui-ci d'après Gesner et Cornelius Agrippa, a daté un de ses ouvrages (*De impressionibus aëris*) de 1325. Il est donc sensiblement posté-

rieur; d'ailleurs, s'il faut s'en rapporter à Baleus (p. 389), « sub Fratris Perscrutatoris cognomine suos vulgabat foetus ». Il serait du reste né à York et aurait appartenu à l'Ordre des Dominicains. Aucun de ses écrits ne paraît enfin ni être une traduction, ni intéresser les mathématiques.

C'est évidemment tout à fait à tort que Tanner a attribué à ce *frater Perscrutator* le Commentaire sur Sacrobosco de *Magister* Robertus Anglicus. Quant à la traduction de l'opuscule Alkindus *de judiciis*, qu'il lui attribue également, elle a été certainement faite par un troisième Robertus.

Tout d'abord, il ne me paraît nullement établi que cette traduction doive être datée de 1272, comme le Commentaire. En effet, dans aucun des manuscrits énumérés par M. Steinschneider, la mention *Alkindus de judiciis ex arabico latinus factus per Robertum Anglicum anno 1272* n'est tirée du texte; ce n'est qu'une indication de catalogue, due sans doute à Gérard Langbaine, qui aura transporté la date du Commentaire (*Digby 48*) sur un manuscrit de la traduction (*Digby 91*), parce qu'il a cru qu'elle était du même auteur.

Mais il est facile de reconnaître que l'auteur du catalogue faisait confusion. Il n'y a en fait que trois manuscrits connus de la traduction qui portent un nom; ce sont les suivants, qui donnent les mentions ci-après :

1. Ashmol. 434 (seizième siècle). « Finit liber Alkindi, translatio Roberti Angligeni de c. h. o. e. l. l. e. »

2. Ashmol. 179 (vers 1600). « Finit liber Alkindi, translatio Roberti Angligeni Anglici de ch. c. 81. l. e. »

3. Ashmol. 209 (dix-septième siècle). « Finit liber Alkindi, translatio Roberti Angliginæ de chebil. »

Évidemment ces trois manuscrits représentent un même prototype où le traducteur, sans se qualifier de *Magister*, s'était nommé Robertus Angligenus (*Anglicus* dans 2 n'est qu'un doublet qui a provoqué la confusion; *Angliginæ* dans 3 n'est qu'une correction de latiniste, avec un *lapsus calami*). Il avait ajouté un nom d'origine (?), qui paraît avoir été assez peu lisible sur le prototype, mais pour lequel on peut admettre la leçon *de Chebile* jusqu'à plus ample informé.

Il ne m'appartient pas de discuter si ce Robertus Angligenus *de Chebile* doit être identifié avec Robertus Retinensis par exemple, ou s'il faut le considérer comme une personnalité bien distincte. Mais en tous cas, je me refuse à le confondre avec le *Magister* Robertus Anglicus *in Montepessulano*, de même que je regarde ce dernier comme incontestablement différent de tout autre Robertus qualifié d'Anglicus sur les manuscrits (et non pas seulement sur les catalogues), comme par exemple au treizième siècle, Robert Grosseteste (l'évêque de Lincoln) ou Robert Kilwardeby.

P. S. — Pour répondre à un désir exprimé par M. Steinschneider, j'ajoute les indications suivantes, en regrettant de ne pouvoir, pour le moment, leur donner plus de précision.

Autant que j'en ai pu juger par un examen rapide des manuscrits de la Bibliothèque Nationale de Paris qui contiennent le texte des diverses éditions latines du *Quadrans novus* de Profatius, ce dernier n'a commis aucun plagiat à l'égard de Robertus Anglicus. L'instrument de Profatius est nettement différent du *quadrans vetus* et sensiblement plus complexe, devant remplacer l'astrolabe dans tous ses usages. La partie géométrique de l'opuscule de Robertus n'a pas été davantage copiée par Profatius.

Mais il ne m'est pas possible de dire dès maintenant jusqu'à

quel point l'invention de Profatius est originale ou au contraire imitée des modèles arabes. Quant au quadrant de Robertus Anglicus, c'était certainement un instrument connu dans l'occident latin bien avant cet auteur. Cet instrument serait même tout à fait arabe, s'il ne comportait pas une adaptation aux mois romains; mais une pareille adaptation a très bien pu être faite en Espagne même pour l'usage des chrétiens du pays, sinon pour l'exportation dans les contrées voisines.

(Extrait de la *Bibliotheca mathematica*, 1897, 2e sér., t. XI, pp. 3-6.)

LE TRAITÉ DU QUADRANT

DE MAÎTRE ROBERT ANGLÈS

(MONTPELLIER, XIIIe SIÈCLE).

TEXTE LATIN ET ANCIENNE TRADUCTION GRECQUE.

PROLÉGOMÈNES.

I

La *Bernhardina veterum mathematicorum synopsis*, reproduite par Fabricius (*Bibliotheca Græca*, éd. Harles, IV, p. 218), comprend, parmi les textes grecs inédits à publier, un opuscule indiqué comme suit :

« Anonymus de Quadrante, forte ex latino (meminit enim Paris. et Montis Pessulani), gr. ms. Pembr. 187, 201, et Pembr. 165. »

Les manuscrits ainsi désignés par Bernhard n'appartiennent pas, comme on pourrait le croire, au collège de l'*Aula Pembrokiana* de Cambridge; ce sont des *Barocciani* de la Bodléienne d'Oxford. Le catalogue moderne de ce dernier fonds nous fournit en effet, sous les mêmes numéros, les indications suivantes :

N° 165 (*bombycinus* du xve siècle), fol. 1. — « Anonymi cujusdam liber de fabrica et usu quadrantis. Incipit : ἡ γεωμετρία θεωρεῖται εἰς δύο, εἴς τε θεωρητικὴν καὶ πρακτικὴν, καὶ θεωρητικὴ μὲν ἐστίν· ἡ μόνη τῇ τοῦ νοὸς θεωρίᾳ. Desinit : τοῦ βάθους ὡς ἐλέχθη περὶ τοῦ κύκλου, φανήσεται δὲ πόσων. »

N° 187 (*chartaceus*, du commencement du xvie siècle), fol. 201. — Mêmes données.

Cf. *Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*. Comptes rendus. 1896. t. XXIV, p. 180, plus loin, *Additions*.
— *Bibliotheca mathematica*, 1897, pp. 3-6, plus haut, n° 7.
— *Bulletin des Sciences mathématiques*. 1899. 2e série, t. XXIII, pp. 145-150, et plus loin.

Ce manuscrit serait, pour le texte en question, une copie du précédent, hypothèse d'autant plus justifiée que, de part et d'autre, le traité anonyme est suivi de l'*Isagoge* de Geminus

Ce même opuscule se trouve à la Bibliothèque nationale dans le manuscrit grec 2385 (fol. 40 à 48), suivant cette fois Geminus (et le commentaire de Pediasimus sur Cléomède). Écrit sur papier, aux environs de l'an 1500, par un copiste exercé et fidèle (Arsène de Monembasie?), ce manuscrit, s'il est moins ancien que le *Baroccianus* 165, lui est évidemment apparenté. La seule discordance, par rapport aux indications concernant ce dernier, est l'inscription (de première main) d'un titre en grec : Περὶ τοῦ τετραγώνου, titre que le copiste de notre ms. 2385 a très bien pu ajouter de lui-même.

On remarquera que les derniers mots du texte laissent la phrase inachevée; c'est, en tout cas, l'indice qu'il a dû exister un original plus ancien. On verra, au reste, que cette lacune finale n'est pas considérable.

Il est aisé de reconnaître que l'opuscule anonyme Περὶ τετραγώνου est bien, comme l'a pensé Bernhard, traduit du latin. En dehors de la mention de deux centres universitaires de l'Occident, Ὅρος τὸ Πεσουλανόν et Παρίσιον (avec l'indication de leurs latitudes géographiques), d'autres marques de provenance pourraient être signalées; mais précisément l'intérêt philologique qui s'attache à certaines formes de style et au choix de diverses expressions m'ayant engagé à rechercher l'original latin pour le publier en regard de la version grecque, le lecteur pourra juger par lui-même quelles difficultés rencontrait un lettré byzantin de la dernière période de l'empire grec pour traduire un ouvrage technique écrit dans le latin de la même époque.

On sait que, vers 1300, Maxime Planude, comme George Scholarius au xve siècle, ont fait d'assez nombreuses traductions du latin en grec; peut-être cependant l'histoire de l'humanisme a-t-elle, jusqu'à présent, trop négligé ces monuments du contre-courant intellectuel qui reflua de l'Italie vers Byzance, alors que la Grèce déversait sur l'Occident latin le flot puisé aux sources antiques. Au xvie siècle, on imprimait pour l'enseignement élémentaire, dans un même volume, avec les *Disticha moralia* de Dionysius Cato, leur traduction en vers grecs par Planude. Sans reprendre les errements du passé, la philologie moderne retirerait peut-être quelque fruit de semblables comparaisons. C'est la supposition de cette possibilité qui m'a fait entreprendre mon travail

d'aujourd'hui; il peut toutefois présenter, dans un autre ordre d'idées, un intérêt particulier.

A la différence des traductions byzantines d'œuvres littéraires, philosophiques ou théologiques, celles d'ouvrages techniques sont tout à fait exceptionnelles. Dans sa *Collection des anciens alchimistes grecs*, M. Berthelot (*Introduction*, p. 207-211) a mis en lumière un autre cas du même genre : celui de la traduction d'un traité qui porte le nom d'Albert le Grand, traduction copiée dans le manuscrit grec 2419 de la Bibliothèque nationale (par Georges Midiates en 1460). Mais il serait malaisé de trouver un troisième exemple.

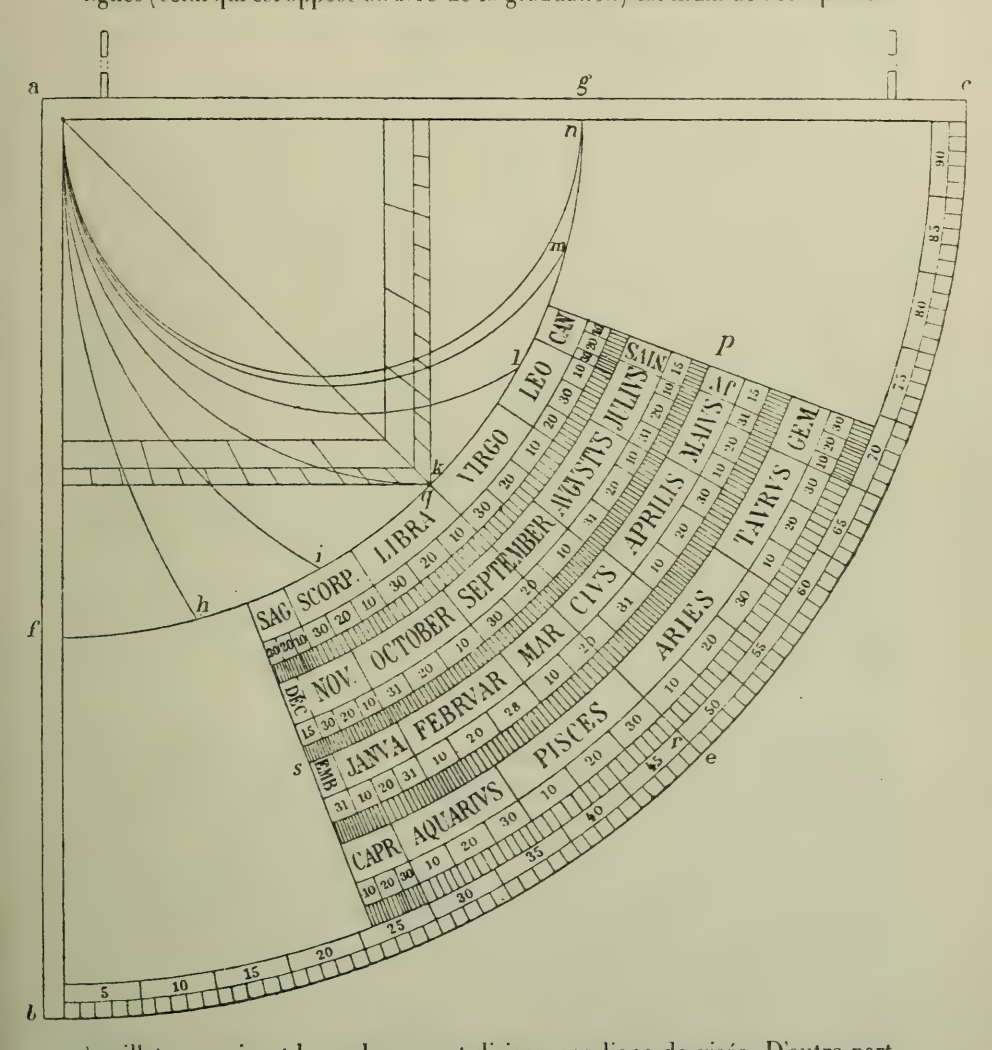
On a vu que l'opuscule que Bernhard a signalé le premier a pour objet la construction et l'usage d'un instrument appelé *quadrant*; on a vu aussi que cet opuscule débute comme un traité général de géométrie; mais en fait il est exclusivement consacré à la géométrie pratique (arpentage). Suivant peut-être un modèle antérieur, adoptant en tout cas une forme didactique très caractérisée, l'auteur expose sommairement des procédés élémentaires pour la mesure des longueurs, des aires et des volumes dans les cas simples qui peuvent se présenter; tout cela n'offre, à vrai dire, que l'intérêt historique qui s'attache à la forme réelle de l'enseignement dans les universités du moyen âge[1]. Mais, parmi les procédés qu'il indique, notre maître de géométrie fait prédominer ceux où il est fait usage du *quadrant*, et sous ce nom il décrit avec précision un instrument d'un type spécial, dont il ne se donne d'ailleurs nullement comme l'inventeur.

Comme la même dénomination a été, dès le moyen âge, appliquée à des appareils très différents les uns des autres, il importe de bien expliquer les particularités qu'offre celui que nous rencontrons ici. (Voir la figure[2] ci-après, p. 564.)

Remarquons tout d'abord que le mot *quadrans*, bien mal rendu par le mot τετράγωνον de l'interprète grec, signifie proprement un quart. Le *quadrant* est donc essentiellement un quart de cercle. A la différence des instruments astronomiques qui portent encore ce dernier nom, ce quart de cercle est

[1] Que ce soit bien là le caractère de notre opuscule, c'est ce qui ressortira immédiatement de l'ensemble de nos recherches sur l'original latin. — [2] Cette figure est tirée des manuscrits latins; il n'en existe point dans le ms. gr. 2385.

plein. Le bord circulaire, le limbe, est divisé en 90 degrés. Un des côtés rectilignes (celui qui est opposé au zéro de la graduation) est muni de deux pinnules



à œilletons, suivant lesquels on peut diriger une ligne de visée. D'autre part, au centre du quart de circonférence gradué est attachée l'extrémité supérieure

d'un fil à plomb. De la sorte, en tenant l'instrument dans un plan vertical (son sommet étant en haut et le limbe en bas), on peut lire immédiatement sur le limbe, au point où tombe le fil à plomb, la valeur en degrés de l'angle d'inclinaison sur l'horizon de la ligne de visée.

L'instrument ainsi réduit à sa disposition primitive essentielle est ce que j'appellerai le *quadrant simple;* mais, sous cette forme, il ne peut être pratiquement employé pour la solution des problèmes d'arpentage[1]; car, dans les calculs qu'ils exigent, on a besoin, non pas de la valeur des angles, mais de la proportion de lignes droites pouvant les déterminer.

Concevons, sur une face du quadrant, à partir d'un point situé sur la bissectrice de l'angle droit, deux perpendiculaires abaissées sur les côtés et graduées en parties égales (fractions du côté du carré ainsi formé). Le fil à plomb donnera sur cette graduation, au lieu de l'angle d'inclinaison sur l'horizon de la ligne de visée, la tangente trigonométrique de cet angle, s'il est plus petit que 45°, ou bien sa cotangente, s'il est compris entre 45° et 90°.

En fait, sur le quadrant de notre auteur, le rayon (côté du carré) est compté pour 12 *points*, et les tangentes ou cotangentes, évaluées en points, s'appellent *ombres verses* ou *droites*, dénomination qui indique immédiatement l'origine arabe de cette disposition.

L'instrument ainsi adapté aux besoins réels de l'arpentage est ce que j'appellerai le *quadrant géométrique simple*[2]. Mais il est clair que, le limbe étant inutile pour les besoins en question, on a pu tout aussi bien le supprimer et se servir d'un carré simple, soit plein, soit évidé[3].

Comment se fait-il que cette simplification ne se soit pas généralisée et que le carré soit resté combiné avec le quart de cercle? Comment se fait-il surtout que l'usage du *quadrant géométrique* se soit propagé pour l'arpentage? Sans parler des inexactitudes inhérentes à l'emploi de tout instrument portatif, il avait le grave inconvénient de ne pas se prêter à la mesure de l'angle de deux lignes de visée quelconques. Assez convenable pour l'évaluation des hauteurs verticales, il l'était d'autant moins pour celle des distances horizontales que,

[1] A moins de se borner, par exemple, à l'emploi de triangles rectangles isocèles.

[2] Il est déjà décrit avec précision dans la *Pratica geometriae* de Léonard de Pise (éd. Boncompagni, Rome, 1857-1862, II, p. 202-206).

[3] Comme dans le Traité de géométrie pratique rédigé en anglais au XIVe siècle et publié par Halliwell (*Rara mathematica*, p. 58-59)

comme troisième terme connu de la proportion, l'arpenteur prenait simplement sa propre hauteur (de l'œil à la plante du pied).

La réponse à la question que nous posons tient à un fait constant dans l'histoire de la technique : le progrès ne s'y accomplit que par une lutte contre une fausse idée de commodité. Avant de multiplier les instruments pour adapter chacun d'eux à un but déterminé et le perfectionner d'après les exigences relatives à ce but, l'homme cherche un appareil pouvant servir au plus grand nombre d'usages possible; il adopte à cet effet des dispositions compliquées, aux dépens de la facilité de construction, et sacrifie l'exactitude de chaque opération spéciale à la possibilité d'en effectuer plus d'une.

Or le quadrant simple, pointé sur le soleil, donnait immédiatement la hauteur de cet astre, élément suffisant pour en conclure l'heure. A la vérité, il fallait recourir à une opération assez compliquée; mais au moins, revenu chez lui, l'astrologue pouvait, avec ses Tables du soleil, trouver pour chaque jour de l'année la position de l'astre sur l'écliptique et, mettant en mouvement sa sphère solide ou armillaire, amener le point correspondant à la hauteur mesurée, puis prendre l'angle du cercle horaire avec le méridien. On procédait encore ainsi au XVIIe siècle [1].

On possédait cependant dans l'astrolabe planisphère, jadis inventé par les Grecs [2], un instrument portatif permettant de se passer de la sphère pour la détermination de l'heure. Le quadrant, qui, à dimensions égales, donnait une mesure de hauteur plus exacte que l'astrolabe, ne pouvait-il être agencé de façon à présenter la même commodité, au moins pour les heures de la journée?

L'opuscule du maître de Montpellier indique une solution très ingénieuse de ce problème. Des lignes horaires [3] sont tracées sur la face du quadrant;

[1] Dans le *Lexicon mathematicum* de Hieronimo Vitali (Paris, Billaine, 1668), au mot *Quadrans geometricus*, ce moyen est donné comme le plus exact pour obtenir l'heure précise. Il était, au reste, applicable de nuit, en visant une étoile de position connue.

[2] Probablement par Apollonius de Perge. (Voir mes *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne*, Paris, Gauthier-Villars, 1893, p. 53.) Cet instrument, conservé chez les Byzantins, ne fut pas sérieusement modifié par les Arabes. Il réapparaît dans l'Occident latin aussitôt après Gerbert. Hermannus Contractus y a consacré un traité publié par Pez et reproduit dans la *Patrologie latine* de Migne.

[3] Je reviendrai plus loin sur le tracé de ces lignes, qui peut, en principe, présenter des différences d'un modèle de quadrant à un autre.

le fil à plomb est muni d'un index (en forme de perle) dans lequel il est passé et qui peut glisser sur lui à frottement dur. Connaissant, par les Tables, la déclinaison du soleil pour le jour du mois où l'on se trouvait, on la retranchait, si elle était australe, de la colatitude du lieu de l'observation; au contraire, si elle était boréale, on l'ajoutait à cette colatitude; on plaçait le fil à plomb sur le degré donné par ce calcul et l'on amenait la perle sur la ligne horaire de midi; puis, mettant le quadrant vertical, on le pointait vers le soleil, et on lisait l'heure d'après la position que la perle avait prise par rapport aux lignes horaires.

Mais ne pouvait-on pas se dispenser aussi des Tables et donner ainsi à notre quadrant une nouvelle supériorité sur l'astrolabe, pour lequel elles étaient toujours nécessaires? Ici intervient la dernière complication apportée au quadrant.

Un curseur, formé par un arc d'une amplitude égale à celle de l'arc du méridien compris entre les tropiques (double de l'obliquité de l'écliptique), glisse contre le limbe dans une rainure concentrique à ce dernier. A partir de son milieu, qui correspond au zéro, un arc de ce curseur peut être estimé en degrés d'après la division du limbe qu'il embrasse. Mais il présente deux divisions propres en parties inégales, l'une en mois et jours, l'autre en signes et degrés, de telle sorte que, pour chaque jour donné de l'année ou pour la division zodiacale correspondante, le nombre de degrés sur l'arc du curseur représente la déclinaison du soleil. Si donc on commence par amener le zéro du curseur sur le degré du limbe marquant la colatitude du lieu, la soustraction ou l'addition de la déclinaison se trouve toute faite; on n'a qu'à placer le fil à plomb sur la division correspondant au quantième du mois et à continuer comme il a été dit pour le quadrant sans curseur.

Ainsi le quadrant décrit dans notre opuscule est un quadrant géométrique (c'est-à-dire donnant les *ombres droites* ou *verses*); mais il est en même temps muni de lignes horaires et d'un curseur; ce n'est donc pas simplement un instrument d'arpentage plus ou moins imparfait, c'est en même temps et surtout un véritable *cadran solaire portatif*.

On reconnaît immédiatement par là même la véritable étymologie [1], le sens

[1] Dans le Dictionnaire de Littré, il est dit que *quadrans* dérive de *quadrare* et que ce nom a été donné d'abord aux cadrans solaires, qui, tracés soit sur un plan horizontal, soit sur un plan vertical, sont toujours en forme de quadrilatère plus ou moins approchant du carré. Mais

primitif de notre mot *cadran*. C'est un terme technique de la langue savante désignant la forme en quart de cercle (*quadrans circuli*) d'un instrument donnant l'heure du jour. Le peuple, ignorant le latin, a naturellement rapporté ce mot, non pas à la forme spéciale de l'instrument, mais à l'élément essentiel qui en détermine l'usage, à la graduation en heures; c'est ainsi que la dénomination s'est étendue bien vite aux horloges solaires portatives ou fixes, quelle qu'en fût la forme, puis aux cadrans des horloges mécaniques.

Je ne crois pas avoir besoin d'insister sur l'intérêt qui s'attache à l'histoire du type primitif d'un instrument dont l'usage a été assez répandu chez nos ancêtres pour laisser dans notre langue une trace ineffaçable de sa forme, si oublié que soit aujourd'hui le souvenir de cet instrument, si rares qu'en puissent être les spécimens. Il va sans dire, d'autre part, que les combinaisons qu'il présentait ont été immédiatement empruntées aux Maures d'Espagne; mais il importe de remarquer que ni les instruments, ni même les Tables de ces derniers n'ont pu être copiés purement et simplement; les mahométans se servant de l'année lunaire, une adaptation spéciale était nécessaire pour les mois solaires de l'année julienne, et les connaissances indispensables pour cette adaptation dépassaient évidemment celles que pouvaient posséder de simples artisans.

L'analyse que j'ai faite des dispositions du *quadrant* décrit dans notre opuscule peut au reste représenter l'ordre logique de leur combinaison; au contraire, elle n'indique pas nécessairement l'ordre historique de l'invention chez les Arabes, encore moins celui de l'introduction des divers types dans l'Occident latin. Mais je ne veux nullement ici traiter la question dans toute son étendue; en me limitant au type spécial décrit dans l'opuscule grec dont j'ai parlé jusqu'à présent, le problème à traiter est déjà suffisamment complexe. Il s'agit, en effet, de :

1° Retrouver l'original latin et en choisir les manuscrits devant servir à l'édition du texte;

2° Dire ce que l'on peut savoir sur l'auteur;

quadrans n'a jamais eu le sens de *quadratum*, et le nom de cadran a été donné à des instruments portatifs circulaires, jamais carrés, bien avant d'être appliqué aux horloges solaires fixes.

3° Préciser autant que possible la date et les autres circonstances de la rédaction;

4° Rechercher à quelle époque eut lieu l'introduction dans l'Occident latin de l'instrument décrit plus haut et à qui on peut attribuer cette introduction;

5° Compléter la description en ce qui concerne le tracé des lignes horaires et discuter la valeur théorique de ce tracé.

II

Il peut paraître *a priori* assez malaisé de retrouver un original latin, non édité [1], dont on ne possède qu'une traduction grecque sans nom d'auteur. Mais, dans un fonds aussi riche et aussi bien classé que celui des manuscrits de la Bibliothèque nationale de Paris, la difficulté est tout autre : le fait même que ce traité ait été traduit en grec indique assez qu'il a dû être passablement répandu au XIVe siècle. En réalité, du moment où j'ai commencé mes recherches, je suis tombé du premier coup sur l'opuscule que je dési-

[1] En fait, cet original, après avoir été démarqué d'une façon assez singulière, a été presque textuellement inséré dans la *Margarita philosophica nova*, édition de *Ioannes Grüningeens, ex Argentoraco veteri*, 1508. Au folio 145 de cette édition (exemplaire de la bibliothèque Sainte-Geneviève, R. 319 [3] Réserve), on trouve tout d'abord une lettre par laquelle *Martinus Ylacomilus* (Waldseemuller) dédie à son ami *Philesius*, professeur à l'Université de Bâle, ce qu'il vient de tirer *ex diversis auctoribus de Scenographia que species est Architecture et de ipsa Perspectiva positiva*. Puis, le titre : *Architecture et Perspective rudimenta*, précède une courte introduction où l'architecture est divisée en *icnographia, ortographia* et *scenographia*. La troisième partie de cette division est développée, sous le titre courant : *Tractatus Architecture*, en un texte commençant comme suit : *Mensurationis artificialis (que Scenographia practica dicitur) tres sunt species : scilicet altimetria, planimetria et polimetria*, et se poursuivant jusqu'au folio 153 v°, où commence la *Perspectiva positiva*. Ce texte a été tiré d'un manuscrit du *Quadrans* assez ancien, mais il ne peut guère servir pour l'étude critique, Waldseemuller ayant introduit çà et là des changements de détail arbitraires (en dehors de la suppression de la première phrase et des mentions de Paris et de Montpellier, remplacées par celle d'*Argentina*).

Mon travail était déjà à l'impression, lorsque cet innocent plagiat m'a été signalé par le seul érudit qui ait aujourd'hui une compétence spéciale pour la géométrie du moyen âge, Maximilian Curtze, de Thorn; il avait eu, dès auparavant, l'obligeance de me faire profiter de ses recherches personnelles sur les manuscrits du *Quadrans*, opuscule que, comme moi, il croyait alors absolument inédit.

rais; au contraire, je ne puis affirmer avoir relevé toutes les copies qui en existent à la Bibliothèque nationale sans nom d'auteur, à côté d'autres qui se trouvent cataloguées sous des noms différents.

Les copies que j'ai trouvées, au nombre de onze, commencent toutes par les mots : *Geometriæ duæ sunt partes*[1]. Ils ne sont pas suffisants pour identifier l'opuscule; car c'est aussi là le début d'un autre petit traité anonyme, beaucoup plus court, également consacré à la géométrie pratique, mais ne contenant pas la description du quadrant. Il semble y en avoir eu plusieurs recensions; je n'en ai pas trouvé d'antérieures au XIVe siècle[2]; elles peuvent donc avoir été tirées de notre opuscule, qui, comme on va le voir, remonte au XIIIe siècle. Je laisse de côté la question de savoir si, au contraire, il n'y aurait pas eu une rédaction semblable plus ancienne qui aurait servi de cadre à notre auteur pour y insérer sa description du quadrant.

Les onze manuscrits où j'ai rencontré le traité complet sont les suivants :

A. — Catalogués sous le nom de *Ioannes de Montepessulano.*

1. Lat. 7416 B (XIIIe et XIVe siècles)[3], fol. 51 v°. — Anonyme et sans titre. — Fol. 57 v°. *Explicit. explicit. exp.* (sic). — Ci-après désigné par la lettre A.

[1] La fin est : *et productum dabit capacitatem*, à quoi peuvent s'ajouter, suivant les exemplaires, les mots : *eius* ou *vasis quadrangularis* ou *et nichil plus.*

[2] Celles dont j'ai constaté l'existence sont au nombre de deux : Bibl. nat. lat. 7196 (XIVe siècle), fol. 32 v° (titre : *Incipit pratica geometrie*); lat. 7197 (XVe siècle), fol. 114, sans titre. — M. Curtze a bien voulu m'informer, par lettre particulière, qu'il a trouvé une version allemande, où manque également la description de l'instrument, dans le Cod. germ. 328 de Munich. — Enfin le ms. Bibl. nat. lat. 7445 (XVe siècle) contient, fol. 89-92, un texte anonyme tout à fait différent avec la terminaison : *Explicit tractatus quadrantis sub compendio nouo ordinatus.*

[3] Dans le tome XXI de l'*Histoire littéraire de la France*, p. 309-310, il est dit que cette copie, la plus ancienne, est de deux mains différentes, l'une du XIIIe, l'autre du XIVe siècle; qu'en l'absence de tout autre document sur l'auteur, on croit pouvoir placer vers l'an 1300 le mathématicien et astronome *Jean de Montpellier.* Cette conclusion, qui, en tout cas, serait insuffisamment établie, repose sur une prémisse erronée. La copie est (sauf les notes marginales) d'une seule et même main, qui est nettement du XIIIe siècle. Il est vrai que le feuillet suivant 58 a été rempli au XIVe siècle seulement, au recto par une table astronomique qui ne concerne nullement le quadrant, au verso par une longue note concernant, au contraire, l'usage de cet instrument, note qui semble avoir été ajoutée par l'annotateur du traité précédent, mais n'en fait nullement partie. Quant aux feuillets qui suivent immédiatement, au nombre de sept (59-65), ils sont d'une écri-

2. Lat. 7298 (XIVe siècle), fol. 54 v°. — Anonyme avec le titre : *Prohemium in compositionem et utilitatem quadrantis secundum modernos.* — Fol. 59 r°. *Explicit tractatus quadrantis.* Suivent, jusqu'au fol. 61 v°, des tables relatives au quadrant et qui sont dites vérifiées pour les années 1292 à 1295. Des notes marginales, indiquant les corrections à faire pour les années 1324 à 1327, semblent se rapporter à la date de la copie, qui est très belle et paraît avoir été exécutée à ou pour Paris [1]. — Ci-après manuscrit B.

3. Lat. 7437 (XVe siècle), fol. 119 r°. — Une note marginale très fine et de lecture difficile, destinée au rubricateur, donne : *Incipit tractatus quadrantis veteris secundum magistram Io.* ou *Ro.* *in Montepesulano.* — Fol. 120, une longue addition de première main confirme la lecture *Ro.* : « Notandum quod cum quadrantem Roberti componere volueris, primo, ut ipse dicit, etc ». — Fol. 125 v°. *Explicit tractatus quadrantis.* — Ci-après manuscrit D.

4. Lat. 7414 (date de 1512), fol. 41 r°. — *Incipit tractatus quadrantis veteris secundum magistrum Ioannem de Montepesso.* — Fol. 53 v°. *Explicit tractatus quadrantis. Exscrips. Io. Tos. die VII aug.* MDXII. — Le copiste, qui, au bas du traité précédent, a mis en toutes lettres son nom *Tosonus*, a une assez jolie écriture, qui semble italienne.

[On voit que le nom de *Jean de Montpellier*, donné à l'auteur du traité du quadrant de ces quatre manuscrits, n'est rien moins que confirmé par leur examen.]

B. — Catalogué sous le nom de *Robertus Anglicus* (*Kilwardby*) [2].

5. Lat. 14070 (XIVe siècle), fol. 76 r°. — *Incipit quadrans magistri Roberti Anglici* (les trois derniers mots de seconde main). — Fol. 80. *Explicit tractatus quadrantis.*

C. — Catalogués sous le nom de *Ioannes Anglicus, ordinis Minimorum* [3].

6. Lat. 7267 (XIVe siècle), fol. 15. — *Incipit quadrans magistri Iohannis Anglici in geometria.* — Fol. 27. *Explicit quadrans. Deo gratias. Amen.*

ture très fine du XIIIe siècle, tout à fait différente des autres que l'on trouve dans le manuscrit. L'ordre véritable de ces feuillets a été interverti et doit être rétabli comme suit : 62, 63, 64, 65, 59, 60, 61. Ils contiennent divers petits opuscules mathématiques sur lesquels je reviendrai à une autre occasion.

[1] La date des tables n'est certainement pas celle de l'ouvrage; nous en trouverons, en effet (n°s 9 et 10), qui sont sensiblement plus anciennes, quoique dans des manuscrits de la même époque que le latin 7298. Quant au lieu où ce dernier aurait été copié, on peut noter les inscriptions mises sur les figures à côté des dessins de trois tours dont la hauteur est à prendre : *Luparia.* — *Perrona.* — *Compigne.*

[2] Cette identification n'est valable en principe que pour un autre ouvrage (*Commentaires sur Priscien*) indiqué sur le Catalogue. Cependant nous aurons à la discuter plus loin.

[3] Cette qualification ne doit s'appliquer qu'à l'auteur d'un autre ouvrage mentionné par

7. Lat. 7336 (xve siècle), fol. 298. — Anonyme : *Incipit tractatus quadrantis communis.* — Fol. 306 v°. Fin sans *explicit.*

D. — Catalogués comme anonymes.

8. Lat. 15121 (xiiie siècle), fol. 37. — *Incipit tractatus quadrantis de eius compositione atque utilitate secundum modernos.* — Fol. 44. *Explicit tractatus quadrantis.* — Sans figures et suivi de tables incomplètes.

9. Lat. 7194 (xive siècle), fol. 39. — Anonyme et non rubriqué. En marge : *Quadrans.* — Fol. 44. *Explicit quadrans.* — Suivent des tables relatives au quadrant et plaçant l'équinoxe plus tard que celles du manuscrit B (n° 2), donc plus anciennes.

10. Lat. 7195 (xive siècle), fol. 36. — Anonyme et sans titre. — Fol. 41. *Explicit quadrans.* — Suivent les mêmes tables que dans le manuscrit précédent. — Ci-après manuscrit C.

11. Lat. 7294 (xve siècle). — Texte considérablement modifié et coupé en deux parties : la première, fol. 49 à 63, sous le titre : *Prohemium in compositionem quadrantis*, et la date du 14 juin 1434. Les derniers mots sont : *super orizontem.* La seconde partie, contenant les applications géométriques, se trouve immédiatement avant, fol. 45 à 48.

III

Il est évident qu'un opuscule dont il existe onze exemplaires à la Bibliothèque nationale de Paris doit être passablement répandu. Sur les autres manuscrits, je me contenterai de donner les indications suivantes :

12. Montfaucon (cf. *Hist. litt. de la France*, XIX, p. 310) a signalé le Traité du quadrant de Jean de Montpellier à l'Ambrosienne de Milan. D'après les renseignements que M. l'abbé Ceriani a bien voulu fournir à mon illustre ami Antonio Favaro, c'est une copie de la fin du xive ou du commencement du xve siècle, qui se trouve dans le ms. H 76 sup.,

Catalogue : *Flores posteriorum analyticorum.* Ce dernier *Ioannes Anglicus* aurait occupé une chaire de théologie à Paris vers le milieu du xive siècle. Au reste, dans les *Scriptores ordinis Minorum* (Rome, 1650), sont énumérés plusieurs Franciscains du même nom, dont l'âge est mal déterminé. Mais qu'ici, pour le nom de notre auteur, *Ioannes* ne soit toujours qu'une fausse leçon née de la confusion entre les abréviations *Ro.* et *Io.*, nous pouvons en fournir une autre preuve. Le Catalogue attribue au même *Ioannes Anglicus* un second ouvrage mathématique (*Commentaire sur la sphère de Sacrobosco*) dans le ms. lat. 7392. Or ce manuscrit, sur lequel nous reviendrons plus loin, porte deux fois très nettement *Ro. Anglicus.*

fol. 52 r°. — *Incipit tractatus quadrantis magistri Iohannis de Montepesulano.* — Fol. 56 r°. *Explicit.* — Cette copie est suivie des cinq tables qui complètent le Traité.

13. Montfaucon (cf. Steinschneider, *Die hebræischen Uebersetzungen des Mittelalters*, 1893, § 385) a également signalé (I, p. 428) un traité du quadrant de *Iohannes Anglicus in Monte* dans le couvent des Dominicains de Saint-Marc à Florence. A en juger par l'ensemble de son contenu, ce manuscrit semblerait identique à celui qui figure dans le catalogue de la bibliothèque du feu prince Boncompagni, à Rome (édit. de 1892), sous le n° 51 (2), avec le titre : *Incipit quadrans magistri Iohannis Anglici in Monte.* Il appartient au XIVe siècle.

14. M. Curtze m'a signalé dans la même bibliothèque un manuscrit anonyme du XIIIe siècle, mutilé vers son milieu, n° 323 *a-c* du catalogue, fol. 4 à 9. *Explicit quadrans.*

15. Je dois également à M. Curtze l'indication du manuscrit de Vienne Hof-Bibl. 5239 B (des XIVe et XVe siècles), qui contient, fol. 19 v°-23 v°, notre opuscule sous le titre : *Tractatus de usu quadrantis geometrici*, et attribué à *Robertus Greathead Lincolniensis*[1].

Enfin M. Steinschneider (*op. cit.*) a eu à s'occuper du même opuscule, parce qu'il en existe une version hébraïque, aussi bien que des traductions en grec et en allemand. Le patient érudit a relevé vingt autres indications de catalogues qu'il a rapportées à l'original latin, quelques-unes cependant avec de prudentes réserves[2].

Dans ces indications, le nom de *Robertus Anglicus* apparaît deux fois.

16. Le Museum Correr, à Venise, contient un catalogue de manuscrits ayant appartenu à A. E. Cicogna et où figure, sous le n° 2712, le titre : *Magistri Roberti Anglici quadrantis compositio ex qua geometriæ exercitium. Incipit feliciter... Finis.* Ce manuscrit aurait été du XVe siècle.

17. A Erfurt, l'*Amplonianus* Qu. 348 (milieu du XIVe siècle) contient notre opuscule, sans titre au fol. 46, mais avec la mention, au fol. 53 : *Explicit quadrans mag. Roberti Anglici.* — Une attribution postérieure ajoute à ce nom la qualification de *Lyconiensis* (c'est-à-dire *Lincolniensis*).

[1] Nous verrons que cette attribution est insoutenable, de même que l'attribution à Robert Kilwardby. Elle témoigne cependant en faveur du prénom Robert.

[2] De tous les manuscrits précédemment mentionnés, M. Steinschneider ne marque, au contraire, que celui de Saint-Marc à Florence, d'après Montfaucon. Les indications du catalogue de Paris ne suffisaient pas pour lui permettre un dépouillement utile.

Le nom de *Iohannes* se trouve, au contraire, cinq fois, ce qui est simplement en rapport avec la chance de confusion des abréviations *Ro.* et *Io.*

18. Cambridge, University Library, n° 1767 (daté de 1276), fol. 56-60. — *Tractatus quadrantis editus a magistro Iohanne in Montepessulano.*

19. Cambridge, University Library, n° 1707 (XIVe siècle), fol. 10. — *Quadrans magistri Iohannis Anglici in Montepessulano.* — Fol. 14. *Explicit quadrans.* — Suivent les tables du quadrant.

20. Oxford, Bodléienne, *Ashmoleanus* 1522 (commencement du XIVe siècle), fol. 70. — *Incipit tractatus quadrantis veteris secundum magistrum Iohannem in Monte Pess'.* — Fol. 77. *Explicit.* — Suivent les tables.

21. Erfurt, *Amplonianus* Fol. 376 (seconde moitié du XIVe siècle), fol. 54-57. — *Incipit quadrans mag. Ioh. Anglici in Monte.* — Ce manuscrit semble incomplet.

22. Munich, lat. 10662 (daté de 1436), fol. 206. — *Compositio quadrantis cum cursore.* — Fol. 212. *De mensurationibus diversa instrumenta.... Explicit tractatus quadrantis magistri Iohannis de Montepessulano.*

Les manuscrits suivants sont anonymes :

23. Oxford, University College, n° 41 (XIVe siècle), fol. 36 v°. — *De compositione quadrantis.... Explicit de mensura geometrie.*

24. Florence, *Laurentianus* XVIII, 3 (5). — *Tractatus quadrantis secundum modernos... Explicit tractatus quadrantis.* — Suivent les tables.

25. Florence, *Laurentianus* XVIII, 6 (8). — Mêmes indications.

26. Munich, lat. 353 (XIIIe siècle), fol. 34. — *De compositione et utilitate quadrantis*, avec la singulière attribution *Arnaldus de Villanova.*

27. Munich, lat. 572 (daté de 1432), fol. 37. — *De quadrante novo.*

28. Munich, lat. 10661 (XVIe siècle), fol. 151. — *De compositione quadrantis.*

29. Erfurt, *Amplonianus* Qu. 369 (écrit vers 1325), fol. 169-179. — *Canones de compositione et utilitatibus quadrantis antiqui. Incipiunt canones quadrantis veteris.* — Sans *explicit.* Les derniers mots, fol. 179, indiqués par le catalogue, doivent faire partie d'une application numérique étrangère à la rédaction primitive.

30. Erfurt, *Amplonianus* Qu. 386 (XIVe siècle), fol. 151-153. — *Incipit quadrantis prohemium... Explicit.*

Pour les suivants, l'identification complète est plus douteuse :

31. Oxford, Bodléienne, *Digbeianus* 147 (XIVe siècle), fol. 35. — *Practica Geometriæ* « *Geometriæ duæ sunt partes principales, theorica et practica*[1], » etc.

32. Oxford, *Corpus Christi College*, n° 41 (XIVe siècle), fol. 176. — *Liber de Geometria* « *Geometrie due sunt partes,* » etc.

33. Bruges, n° 528 (XIIIe et XIVe siècles). — *Incipit tractatus geometrie.* — Même commencement et même fin que notre opuscule.

34. Vienne (Hof-Bibl.), lat. 5184 B (XVIe siècle), fol. 55-60. — Sans titre ni *explicit*, mais aussi avec le début et la fin de notre opuscule.

35. Metz, n° 284 (XVe siècle). — *Incipit de quadrante.*

En résumé, on peut trouver au moins une trentaine de manuscrits du Traité de *Robertus Anglicus*, ce qui témoigne assez de la vogue qu'il obtint. Mais cette abondance de matériaux est loin de faciliter l'établissement d'un texte critique.

D'ailleurs, pour un ouvrage de ce genre, destiné à l'enseignement élémentaire, les règles ordinaires ne peuvent guère s'appliquer; chaque copie est comme une nouvelle édition revue et corrigée (non par l'auteur). Les scribes de profession se contentent, à la vérité, d'apporter le plus souvent des changements de détail d'ordre grammatical; mais les autres prennent plus de libertés, ajoutent des éclaircissements, suppriment ce qu'ils trouvent inutile, changent ce qu'ils ne comprennent pas, et le texte primitif finit par s'altérer profondément.

De la sorte, un classement réel des manuscrits devient à peu près impossible, et on manque d'éléments suffisants pour déterminer avec certitude la rédaction véritable de l'auteur. Au reste, elle importerait moins au point de vue historique que celle qui aurait eu le plus de vogue, si l'on pouvait prouver qu'il y en a eu une jouissant de ce privilège; mais les collations que j'ai faites ne me permettent guère de croire à cette possibilité pour notre Traité du quadrant.

[1] Cf. Oxford, Bodleienne, *Digbeianus* 174 (fol. 145-173) « *De altimetria sive altitudinum mensurationes cum figuris*, avec le même début. Si l'époque indiquée pour ce ms. (fin du XIIe siècle) est exacte, on pourrait avoir là le prototype de la partie géométrique du Traité du quadrant.

Le point intéressant me paraît être, en pareil cas, de montrer, au moins dans une certaine mesure, les divergences des manuscrits d'après leur âge; j'en ai donc choisi quatre antérieurs en tout cas au XVIe siècle :

A = 7416 B est un des plus anciens (XIIIe siècle); il n'offre malheureusement, ainsi que le second de la même époque (15121), aucune garantie réelle de fidélité, comme on pourra en juger par les variantes.

B = 7298, écrit vers 1327, est dû à un scribe de profession, de même que le suivant. Son plus grand défaut consiste dans d'assez fréquentes lacunes (amenées par *homoioteleuton*).

C = 7195 est à peu près de la même époque. Mais nombre de ses leçons m'ont paru moins bonnes.

D = 7437 me paraît être du commencement du XVe siècle; souvent il offre la même leçon que A, à la différence des deux précédents; mais la rédaction commence à subir de sérieuses modifications.

J'ai pris comme base le manuscrit B, ne m'en écartant que dans le cas de fautes évidentes; j'en ai donc reproduit fidèlement l'orthographe, avec les quelques bizarreries qu'elle présente.

Pour les variantes des trois autres manuscrits, je n'ai donné que celles qui intéressent le sens; nombre d'entre elles peuvent être préférées à celles du texte; d'autres sont des fautes manifestes, qu'il était utile de noter pour que l'on puisse porter un jugement sur la valeur propre de chaque manuscrit. J'ai laissé, au contraire, de côté les variantes seulement orthographiques et aussi celles (excessivement fréquentes) qui sont relatives à l'ordre des mots dans la phrase.

En ce qui concerne la langue, elle est relativement assez pure et d'une clarté suffisante pour que j'aie jugé inutile de surcharger cette édition de notes explicatives. Comme mots de basse latinité, il n'y en a guère que trois à signaler; ils n'offrent d'ailleurs rien de nouveau :

Conus revient plusieurs fois dans le sens de coin (*cuneus*). Maître Robert paraît en ignorer la signification technique. (Voir paragraphes 31 et 62 du Traité.)

Denariata (d'où *denrée*) signifie la quantité d'une marchandise que l'on peut avoir pour un denier (83, 86).

Nummata a une signification analogue; mais, contrairement aux indications du Glos-

saire de Du Cange, il paraît désigner un équivalent ou un multiple de la *denariata* plutôt qu'un sous-multiple.

Si l'on compare le texte grec publié en regard, on verra qu'il est en général une traduction littérale d'un manuscrit qui ne différait certainement pas d'aucun des quatre que j'ai choisis, plus qu'ils ne diffèrent entre eux. La plupart des divergences sérieuses avec le texte donné ont, en effet, leurs correspondances dans les variantes ou doivent s'expliquer par des erreurs de lecture[1].

Mais ces erreurs sont fréquentes et les contresens abondent; je les ai marqués par une croix (†), ne corrigeant que les fautes qui m'ont paru imputables au copiste, non au traducteur.

Ce dernier semble avoir écrit le grec littéraire du XIVe-XVe siècle à peu près aussi purement que tout autre auteur de la même époque; c'est ce qui rend d'autant plus frappantes quelques anomalies que je signalerai tout à l'heure. Mais il n'entend évidemment rien aux mathématiques, et surtout il ignore absolument les expressions techniques et le mode d'emploi des prépositions suivant les opérations à indiquer. Les fautes qu'il a commises sous ce rapport, et que je n'ai pas marquées, se trouvent, pour ainsi dire, à chaque ligne[2]. Tous ceux que la question intéresse les apercevront immédiatement.

Je n'ai jamais jusqu'à présent, chez aucun Grec ou Byzantin ayant touché même par hasard aux mathématiques, rencontré une ignorance aussi profonde de la langue technique; il est d'autant plus étrange que notre traducteur anonyme se soit attaqué au Traité du quadrant de Maître Robert.

Sa syntaxe offre deux singularités : ἔσθ' ἄν, couramment employé dans le sens de *donec*, pour ἕως ἄν, mais surtout ἐν τῷ suivi de l'infinitif pour traduire le gérondif latin, tournure qu'on pourrait croire empruntée au français.

Quant à son lexique, il n'y a pas un seul mot de basse grécité; on est d'autant plus surpris de le voir traduire *annus* par ὁ ou ἡ ἄνος (36, 37) tout aussi bien que par ἔτος ou par χρόνος. Une autre bizarrerie, que je ne puis guère m'expliquer, c'est l'emploi constant du mot θέσις pour traduire *tabula*, et cela

[1] Ainsi κλεῖς (31), *clavis*, pour *clavus*.

[2] Par exemple, *punctus* est indifféremment traduit par κέντρον et par σημή, *recta* l'est par ὀρθή, *conus* = *cuneus* par κῶνος; *area* est rendu par περίμετρος, περίοδος, περίχωρος, etc.

soit dans le sens propre de *tablette*, soit dans le sens figuré de *table* (*astronomique*).

Malheureusement, il ne me semble pas possible de déterminer avec certitude ni l'époque où vivait ce traducteur, ni même sa véritable nationalité; je ferai seulement remarquer, sur le premier point, qu'il est improbable qu'il ait travaillé, à la fin du XVe siècle, sur un opuscule qui, à cette époque, devait déjà être passablement démodé. Il me semble, d'autre part, que le manuscrit qu'il avait entre les mains devait être au plus tôt de la fin du XIVe siècle. Mais il n'y a là que de simples conjectures, et je préfère laisser entier ce côté du problème.

IV

Je considère comme acquis, d'après l'exposé qui précède, que notre *Tractatus quadrantis* fut écrit, avant 1276[1], par un certain *Magister Robertus* (non *Iohannes*) *Anglicus in* (non *de*) *Montepessulano*. Qu'il ait été composé à Montpellier, c'est ce qu'indiquait au reste suffisamment le fait que l'auteur nomme avant Paris le siège de l'Université du Midi.

Ce *Robertus Anglicus* doit dès lors, dans l'*Histoire littéraire de la France*, être substitué au prétendu *Jean de Montpellier*. Il subsiste de lui, avons-nous dit, un autre ouvrage mathématique, à savoir un Commentaire sur la sphère de Sacrobosco, commentaire qui débute par les mots : *Una scientia est nobilior aliis duabus de causis et melior.*

Le ms. latin 7392 de la Bibliothèque nationale (XIVe siècle) marque, en effet, dans l'index, en tête (fol. 1 v°) : *Tractatum de spera Io. de Sacrobosco ad glo(sas) Ro. Anglici*, et, au fol. 43 v°, donne l'important *explicit* qui suit :

« Finita est ista compilatio supra materiam de spera celesti ad maiorem introductionem scolarium in Montepessulano studentium quam composuit magister Ro. Anglicus et finiuit A. D. 1271, Sole existente in primo gradu Tauri et Scorpione existente in ascendente. »

Il est remarquable que M. Cantor (*Die rœmischen Agrimensoren*, Leipzig, Teubner, 1875, p. 153) ait signalé, dans un manuscrit des Bénédictins de

[1] Voir ci-dessus le manuscrit n° 19.

Saint-Pierre à Salzbourg [1], daté, pour cette partie, de 1295, le même commentaire (sans le Traité de Sacrobosco) avec le titre *Robertus Anglicus supra speram* et le même *explicit* que ci-dessus (jusqu'aux mots *Sole existente*), sauf cette différence que, au lieu de *in Montepessulano*, on lit *Parisiis*.

Évidemment, si nous n'avions que ces deux manuscrits, il serait malaisé de déterminer si Maître *Robertus Anglicus*, en 1271, professait à Montpellier, à Paris ou même à Oxford. Mais on ne peut douter qu'il ne soit le même que l'auteur du *Tractatus quadrantis*; dès lors, nous devons nécessairement le placer à Montpellier.

En tout cas, nous avons obtenu une date précise de la vie de ce *Robertus Anglicus*. Cette date (1271) nous permet d'exclure péremptoirement l'identification qui en a été faite dans deux manuscrits (nos 16 et 18) avec Robert Grosseteste (Grosthead, Capito), évêque de Lincoln, mort en 1253.

Mais pouvons-nous exclure de même un autre Anglais du même siècle, Robert Kilwardby (voir ci-dessus, p. 571, note 2)? Par une singulière rencontre, il a, en 1271, assisté, comme provincial d'Angleterre, à un chapitre de l'ordre des Dominicains tenu à Montpellier (*Scriptores ordinis Prædicatorum*, Paris, 1719, I, 374 B). Ne pourrait-on conjecturer qu'il aurait, venant en France, laissé à Paris et à Montpellier deux copies d'un Commentaire qu'il venait d'achever sur la Sphère de Sacrobosco?

Cette hypothèse me paraît devoir être écartée. Kilwardby est un scolastique bien connu qui a laissé de nombreux écrits; mais aucun d'eux ne touche aux mathématiques; dans les uns, composés alors qu'il était maître ès arts à Paris, vers 1230, il prend le titre de Maître; dans les autres (presque exclusivement théologiques), il s'appelle Frère Robert. Rentré en Angleterre avant 1248, il professa, en effet, sous la robe de dominicain, la théologie à Oxford, puis remplit, à partir de 1261, la charge de provincial de l'ordre pour l'Angleterre. En 1272, il fut élevé à l'archevêché de Cantorbéry; en 1278, nommé cardinal et évêque de Porto, il se rendit à la cour papale et y mourut (à Viterbe) en 1279. Il est tout à fait invraisemblable que ce personnage ait composé vers 1271 des traités mathématiques qui n'aient point été inscrits parmi ses autres ouvrages.

[1] C'est le manuscrit qui a servi à Pez pour éditer la *Geometria* de Gerbert et les deux traités d'Hermannus Contractus sur l'astrolabe.

Mais surtout le *Tractatus quadrantis* ne peut être l'œuvre d'un Anglais ayant professé à Oxford et venu accidentellement à Montpellier; car il aurait, sans aucun doute, mentionné le siège de l'Université anglaise et donné sa latitude, comme pour Montpellier et Paris. Nous devons donc regarder notre *Robertus Anglicus* comme étant maître ès arts à Montpellier, et, s'il était réellement né en Angleterre, ce que nous ignorons, comme établi en France depuis sa jeunesse et cela sans esprit de retour.

Les archives de l'Université de Montpellier ne sont malheureusement pas dans un état qui permette actuellement une recherche utile de renseignements sur la vie, la carrière et l'origine de Maître Robert. Cependant, dans le cartulaire qui a été publié[1], je relève, parmi les noms des huit témoins qui figurent (sans qualités) au bas de l'acte statutaire de 1240, ceux de *Iohannis Anglici* et de *Roberti Anglici*, au troisième et au quatrième rang. Si ce Robert est bien le nôtre, il aurait été, en 1271, vers la fin de sa carrière.

Nous ne savons pas, au reste, si son surnom, *Anglicus*, doit être traduit par *l'Anglais* ou s'il représente un nom de famille. Je demande la faculté de laisser la question indécise, tout en transcrivant *Anglès* (sous la forme méridionale actuelle) comme je l'ai fait dans le titre de ce travail. Que son surnom lui vînt de sa patrie ou lui ait été laissé par son père, notre Maître Robert, appelé *Anglès* dans la langue d'oc, aurait été, sans aucun doute, dénommé *Langlois* s'il était venu professer à Paris, *Inglese* s'il avait été se fixer en Italie[2]. La forme *Anglès* n'indique donc, pour moi, que la région où il vécut; elle ne préjuge en rien la question de nationalité.

Au XIIIe siècle, cette dernière question, entre la France et l'Angleterre, dont les classes instruites parlaient la même langue, n'avait certainement pas le caractère qu'elle a présenté depuis la guerre de Cent ans. Le surnom d'*Anglicus*, pour nombre d'écrivains du moyen âge, s'applique incontestablement à des Anglais de naissance, qui sont venus s'établir en France, soit définitivement, soit momentanément; il peut même être donné à des auteurs écrivant en Angleterre. Mais, de même que tous les Anglais qui ont quitté leur patrie n'ont certainement pas tous reçu ce surnom et qu'il peut y avoir plus d'un doc-

[1] *Statuts et privilèges des Universités françaises*, publiés par Marcel Fournier, II, 1891.

[2] Ainsi le *Iohannes Inglesius* (יואני איינגליסי) *medicus Romanus* qui aurait traduit (ou fait traduire) en hébreu un texte latin de Gérard de Crémone. (Steinschneider, *op. cit.*, p. 793.)

teur de Paris qui compte à tort comme Français, parce qu'on ignore le lieu de sa naissance, de même parmi les *Anglici*, que Bale ou Pitz ont classés comme Anglais, il y en a sans doute plus d'un qui l'était tout au plus par ses ancêtres.

A Montpellier, sous la suzeraineté des rois d'Aragon et au milieu d'une population qui ne parlait pas le français, un Anglais de naissance était, au XIIIe siècle, beaucoup plus étranger qu'à Paris. Sans aucun doute, il n'y a pour cela rien d'improbable à ce que plusieurs de nos voisins d'outre-Manche aient été attirés à Montpellier dès l'origine de l'Université, et que l'un d'eux au moins y soit resté comme maître ès arts. Mais le surnom seul d'*Anglicus*, pas plus que le prénom Robert [1], ne suffit pour constituer une preuve du fait.

Au moins pour le XIVe siècle, on peut établir l'existence à Montpellier, comme dans d'autres villes du Midi, de familles portant le nom correspondant. Il était même, dans cette région, devenu un prénom, tout comme *François* (Francesco) l'était en Italie dès le XIIe siècle. Il me suffira de citer *Anglicus Grimoardi*, évêque d'Avignon de 1362 à 1366 et frère du pape Urbain V (*Guillelmus Grimoardi*) de la famille des Grimoard du Gévaudan.

Nous allons enfin tout à l'heure rencontrer, à la date de 1231, un *Guillelmus Anglicus*, né en Angleterre, mais devenu bourgeois de Marseille et s'occupant d'astronomie (à Montpellier?). S'il a fait souche dans le Midi, on a là l'origine d'une des familles Anglès, et on peut même supposer que notre *Magister Robertus* aurait été son fils.

V

Laissons donc indécise la nationalité réelle de l'auteur du *Tractatus quadrantis* jusqu'à ce que de nouveaux documents puissent éclairer la question. Nous avons, au sujet de son œuvre, à examiner un problème plus important en fait : jusqu'à quel point est justifiée l'appellation de *quadrans vetus* ou *antiquus* donnée, en même temps que celle de *communis*, à l'instrument qu'il décrit, appellation qui contraste d'ailleurs quelque peu étrangement avec celle de *quadrans secundum modernos*, fournie par les manuscrits les plus anciens?

[1] Ce prénom, relativement rare dans le Midi, fut, au contraire, d'assez bonne heure fréquent en Bourgogne. Mais, depuis la création de son université, Montpellier était une ville cosmopolite.

Il est aisé tout d'abord de dire quel fut le *quadrans novus* qui s'oppose, dès le XIVe siècle, à celui de Maître Robert. Ce nouveau quadrant fut celui que combina, vers 1288, précisément aussi à Montpellier, un célèbre rabbin juif, Don Profat Tibbon de Marseille (Jacob ben Machir), connu en latin sous le nom de *Profatius*[1]. Je me bornerai à reproduire ici deux *explicit* qu'on trouve dans deux manuscrits de la Bibliothèque nationale :

(Lat. 7437, fol. 183 v°.) « Explicit tractatus super opus noui quadrantis editus a magistro Profatio Iudeo de Massilia sapiente astronomo anno Domini M° CC° nonagesimo et declaratus fideliter per suos discipulos et eius precipuos sectatores anno Domini M° CCC° vicesimo quarto. »

(Lat. 7416 B, fol. 15 v°.) « Explicit noua editio quadrantis a magistro Profacio Iudeo Montispessulani continens omnes utilitates quadrantis antiqui et etiam astrolabii. » — (Cf. *ibid.*, fol. 1. « Incipit novus quadrans correptus a P^e Petro de S^to Audomaro. »)

En second lieu, j'ai déjà dit que Maître Robert ne se donne nullement comme l'inventeur du *quadrans secundum modernos*, et l'on peut prouver que cet instrument avait été introduit en Occident dès une époque sensiblement antérieure.

A côté de son traité, dont la vogue fut due, sans aucun doute, à la clarté et à la précision de son exposition, on rencontre dans les manuscrits de la même époque d'autres descriptions beaucoup moins satisfaisantes, que je n'ai d'ailleurs trouvées que dépourvues de figures, mais qui semblent bien se rapporter à un instrument du même type, c'est-à-dire avec curseur et lignes horaires analogues.

Je mentionnerai en première ligne, fol. 62 à 64 du ms. lat. 7416 B de la Bibliothèque nationale (écriture du XIIIe siècle), un petit opuscule anonyme avec tables, commençant par les mots *Cum quadrantem componere volueris* et suivi (fol. 63 v°) d'une note de première main indiquant les latitudes d'Oxford et de Paris. Cet opuscule semble donc avoir été composé en Angleterre[2].

[1] Renan lui a consacré une étude approfondie dans le tome XXVII de l'*Hist. litt. de la France*, p. 599 et suiv. Sa carrière a été très longue, et il a certainement dû être en relation avec Robert Anglès.

[2] Dans le ms. lat. 7475 (daté de 1371), on trouve, fol. 60 v°, sous le titre *De quadrante*, un autre opuscule sur le même instrument, avec le début : *Ad quadrantem faciendum fiat lamina.* — Dans le *Monacensis* lat. 10661, fol. 32,

D'autre part, le ms. lat. 7196 (XIVe siècle) contient, toujours sur le même sujet, deux autres traités avec noms d'auteurs :

Fol. 25-27 v°. *Tractatus magistri Io. de Sacrobosco super compositione quadrantis simplicis et compositi et utilitatibus utriusque, etc.* — Début : *Omnis scientia per instrumentum operativa.* — Fin : *et hec michi dicta de simplici et composito quadrante sufficiant.*

Fol. 27 v°-30 v°. *Tractatus magistri Campani super composito quadrante.* — Début : *Scire debes quod circulus solis.* — Cet opuscule est mutilé vers la fin.

Campanus de Novare peut avoir été un peu plus jeune que Robert Anglès; mais Jean de Sacrobosco appartenait, au contraire, à la génération antérieure, puisque le maître ès arts de Montpellier a commenté le *Tractatus de spera*[1].

Enfin nous avons une preuve beaucoup plus décisive que le quadrant décrit par Maître Robert était d'un usage courant dès avant 1231.

L. Am. Sédillot a publié (*Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes*, Div. Sav. Acad. Inscr. et B.-L., 1844, p. 185-188), comme faisant partie d'une traduction faite, en 1263, par Profatius et un *Ioannes Brixiensis*, d'un traité d'Arzachel sur la *saphea*, à peu près la moitié d'un petit opuscule qui est une œuvre originale due à un *Guillelmus Anglicus* et datée de 1231[2].

En fait, dans le ms. lat. 7195, fol. 74 v°, après l'*Explicit spera magistri Roberti Grosseteste episcopi Lincolniensis* (col. 1, au bas), commence (col. 2, en haut) l'opuscule en question[3] : *Incipit compositio tabule que saphea dicitur siue*

figure un traité *De compositione quadrantis compositum ut creditur a Thabit.*

[1] Ce n'en est pas moins par suite d'une erreur que l'on fixe d'ordinaire à 1256, d'après Vossius (cf. *Hist. litt. de la France*, XIX, p. 2), l'année de la mort de Sacrobosco. Le vers qui était gravé sur son tombeau et d'où l'on tire cette date appartient à une petite pièce qui termine son *Compotus* et indique en fait l'année où fut terminé cet ouvrage. Voici cette pièce *in extenso*, d'après le ms. lat. 7298, fol. 54 :

O qui perpetua mundum ratione gubernas,
Terrarum celique sator, qui tempus ab euo
Ire iubes, stabilisque manens das cuncta moueri,
Tu stabilire velis opus hoc per temporis euum.
M. Xristi bis C quarto deno quater anno
De Sacro bosco discreuit tempora ramus,
Gracia cui nomen dederat diuina Iohannis.
Annuat hec nobis huius sic carpere fructum
Ecclesie Xristi quod nos hinc fructicemus.
Explicit.

Je préfererais au reste interpréter le vers en question comme indiquant la date de 1244.

[2] L'erreur, facile à reconnaître sur le texte même publié par Sédillot, a déjà été constatée par M. Steinschneider dans son *Étude sur Zarkali* (*Bulletino Boncompagni*, 1883, p. 503 et suiv.). Mais, comme il n'a été qu'insuffisamment renseigné sur le manuscrit de Paris, j'entrerai dans quelques détails à ce sujet.

[3] Sédillot indique, comme pour toutes les autres mentions jusqu'à la fin du Traité d'Ar-

astrolabium Arzachelis. Il finit (fol. 77 v°, col. 2-fol. 78 v°, col. 1) par l'alinéa que Sédillot a donné page 190, en note, alinéa qui fournit le nom de *Guillelmus Anglicus* et la date de 1231. Suit une petite *Tabula stellarum fixarum secundum Arzachelem*, qui doit être considérée comme faisant également partie de l'opuscule. Après cette table commence, vers le milieu de la colonne 1 du fol. 78 r°, le *Liber operationis tabule que nominatur saphea patris Ysaac Arzachelis : primum capitulum, de nominibus descriptionum positarum in tabula communi.* C'est là la traduction à laquelle se rapporte l'*explicit* donné par Sédillot, p. 190 : *Explicit liber tabule que nominatur saphea patris Ysaac Arzachelis cum laude Dei et eius adiutorio. Translatum est hoc opus apud Montem Pessulanum de arabico in latinum in anno Domini nostri Jhu. X^i. 1263, Profatio gentis Hebreorum vulgarizante et Iohanne Brixiensi in latinum reducente. Amen.*

Le travail de *Guillelmus Anglicus* est des plus intéressants, parce que nous saisissons là, en 1231, le moment où un savant de l'Occident latin arrive, non sans peine, comme il l'avoue naïvement, à s'assimiler le principe de la construction des instruments arabes. Aussi publierai-je ci-après, en Appendice, la partie restée inédite, en y joignant les explications nécessaires et en indiquant les corrections à apporter au texte déjà publié. Pour le moment, je me bornerai aux remarques suivantes :

La *saphea* d'Arzachel est un cercle plein portatif muni, pour la visée, d'une alidade mobile autour du centre, tandis que le rayon aboutissant au zéro de la graduation est maintenu horizontal. Le quart de cercle inférieur tourné vers l'observateur présente absolument les mêmes tracés que le quadrant sans curseur, avec cette différence toutefois que les lignes horaires sont concaves vers la verticale, au lieu de l'être, comme dans le quadrant de Maître Robert, vers la ligne de visée. L'alidade, sur laquelle on peut repérer un point déterminé, joue dès lors, *mutatis mutandis*, pour la détermination de l'heure sur la *saphea*, le rôle du fil à plomb avec perle sur le quadrant.

Or tout cela, non seulement Guillaume l'Anglais le comprend très nette-

zachel, le fol. 89. De fait, tous ces feuillets portent l'ancien chiffrage 8°, c'est-à-dire *octavus*, parce que cet ensemble était compté comme le *huitième* ouvrage contenu dans le manuscrit. Il n'y a, au reste, qu'une seule figure de la *saphea* pour l'opuscule de *Guillelmus Anglicus* et pour la traduction du Traité d'Arzachel, ce qui a contribué à produire, entre les deux ouvrages, la confusion que présente le catalogue et que Sédillot a laissée subsister.

ment, mais, réservant ses développements pour les autres complications de la *saphea*, il se réfère au quadrant comme à un instrument parfaitement connu : *In quarta inferiori que est a dextris, lineetur quadrans sine cursore. Designentur hore e contrario ei quadranti qui annulum sive perpendiculum habet, quia ibi movetur instrumentum, hic movetur regula.* Après avoir indiqué le tracé du carré des ombres (*sicut in astrolabio et secundum doctrinam Ptholomei*), il répète : *Deinde lineentur hore secundum doctrinam datam* (*dictam* ms. lat. 16652) *de quadrante, tamen, ut dixi, e contrario ei quadranti qui movetur, etc.*

Ainsi, en 1231, non seulement notre quadrant était bien connu, mais il y avait déjà un traité expliquant la façon de le construire et d'y tracer les lignes horaires. Était-ce celui de Sacrobosco, était-ce un modèle antérieur, ou *Guillelmus Anglicus* lui-même était-il l'auteur d'une description reprise plus tard par *Robertus Anglicus?* Il est difficile de se prononcer à cet égard.

Avant tout, il importe de savoir si l'opuscule sur la *saphea* a bien été écrit à Montpellier, comme semble l'indiquer la relation étroite qui le lie de fait avec la traduction postérieure du traité d'Arzachel; s'il a dû, par suite, y avoir entre *Guillelmus Anglicus* et *Robertus Anglicus* un rapport plus intime que la similitude de surnom et d'étude.

M. Steinschneider (*op. cit.*) a cherché à identifier ce *Guillelmus Anglicus* avec un médecin du même nom, Anglais d'origine et auteur, entre autres ouvrages, d'un traité médico-astrologique : *De urina non visa.* A une époque où les indications et contre-indications de thérapeutique étaient tirées non pas de l'état du malade, mais de celui du ciel, des connaissances astronomiques sont, en effet, à supposer chez tous les médecins, en dehors de l'intérêt pratique qu'ils devaient prendre aux instruments portatifs permettant de connaître l'heure; *a fortiori*, quand il s'agit d'un personnage qui prétend juger d'après les astres, et sans la voir, de l'urine d'un malade, on peut bien admettre qu'il se soit occupé de la *saphea* d'Arzachel. Cependant, une preuve précise est d'autant plus nécessaire que les bibliographes assignent à ce *Guillelmus Anglicus* une époque très éloignée de 1231, savoir le milieu du XIVe siècle. (Voir Fabricius, *Bibl. Lat. med. et inf.*, III, p. 148, v. *Guillelmus Grisaundus.*)

Quoique cette donnée soit rendue très suspecte par l'évidente fausseté d'une autre qui s'y trouve jointe, à savoir que ce même *Guillelmus* aurait été le père du pape Urbain V, elle ne peut être écartée sans un témoignage décisif. Mais ce

témoignage existe dans l'*explicit* d'une autre copie de l'opuscule sur la *saphea*, que j'ai rencontrée sans titre fol. 7-9 du ms. lat. 16652 de la Bibliothèque nationale (XIIIe siècle) et dont je donne les leçons dans l'Appendice. L'auteur s'y dénomme expressément *ego Guillermus Anglicus ciuis Massiliensis professione medicus, ex merito scientie astronomus dictus*, et se donne comme ayant écrit d'autres traités. Qu'on rapproche ce texte de l'*explicit* tout à fait analogue de l'ouvrage *De urina non visa*, tel que M. Steinschneider l'a reproduit (*op. cit.*), aucun doute ne peut subsister sur l'exactitude de l'identification proposée par ce sagace érudit.

Que Guillaume l'Anglais ait fait de l'astronomie à Marseille ou à Montpellier, la question n'a plus d'ailleurs qu'un intérêt secondaire; car ces deux villes étaient en relations immédiates. Il semble cependant plus probable qu'il ait été appelé de Marseille à l'université naissante, et que là il se soit de plus en plus adonné à des études pour lesquelles il était sans doute mieux fait que pour la médecine véritable.

VI

Avant 1231, je n'ai pu rencontrer aucune preuve de la connaissance du type de quadrant de Robert Anglès. Comme je l'ai déjà indiqué, Léonard de Pise, dans un ouvrage écrit en 1220, décrit avec précision le carré géométrique d'un quadrant; mais il ne parle point des tracés astronomiques.

La plus ancienne mention dans l'Occident latin d'un instrument de ce genre (toutefois sous un nom un peu différent : *quadra astrolabii*) est probablement celle qui se trouve au chapitre V du livre II de l'ouvrage *De utilitatibus astrolabii* publié par Pez sous le nom d'*Hermannus Contractus*[1]. Mais si cet instru-

[1] Ce livre II de Pez (et de la *Patrologie* de Migne) forme, dans la très grande majorité des manuscrits, un *libellus* anonyme bien distingué de l'ouvrage d'*Hermannus Contractus*. Dans le *Monacensis* lat. 13021, qui, comme d'autres, attribue d'ailleurs à Gerbert (Gerbertus, Girbertus, Gilebertus) le *De utilitatibus astrolabii*, l'opuscule en question suit, au contraire, sous le nom d'Hermann (*Incipit liber Hermanni de compositione horologiorum*); mais, quand on pourrait avoir pleine confiance dans cette attribution, et en admettant aussi qu'il n'y ait pas eu confusion avec *Hermannus secundus* (le Dalmate), qui vivait vers le commencement du XIIe siècle, on devrait toujours suspecter, dans une compilation dont la composition n'est point absolument constante, l'origine des derniers chapitres. On n'a guère le droit, en effet, de leur attribuer une date antérieure à celle des manuscrits qui les contiennent. Or

ment possède déjà un curseur, le procédé pour trouver l'heure repose sur un principe essentiellement différent, autant qu'on peut en juger par la figure et par la description, au reste passablement obscure.

Ainsi on a pu se servir dans l'Occident latin, peut-être dès le XIe siècle, de quadrants plus ou moins compliqués; le nom resté à l'instrument semble même moins ancien que l'instrument lui-même; mais le modèle décrit par Robert Anglès n'a point été le premier en usage.

Les précieux documents réunis par Sédillot dans son mémoire précité sur les instruments astronomiques des Arabes peuvent ici nous éclairer d'autant moins qu'ils sont tirés d'auteurs qui ne remontent pas au delà du XIIIe siècle et ne donnent guère de détails sur les inventeurs des instruments dont ils parlent. Le quadrant *destour* apparaît comme très ancien; mais il en existe plusieurs types, dont aucun ne représente exactement celui de Robert Anglès. Celui qui s'en rapproche le plus par le tracé des lignes horaires (Sédillot, fig. 2, p. 68 et 89) n'a pas de curseur; cette dernière invention ne se voit que sur le quadrant d'Arzachel (Sédillot, fig. 14, p. 104), dans lequel les heures sont, au contraire, déterminées par un procédé tout différent[1]. Enfin les descriptions données sont trop insuffisantes pour qu'on puisse se rendre compte aisément du fonctionnement des appareils.

Pour former une conjecture plus précise sur l'époque où le quadrant de Maître Robert fut introduit en Occident, nous sommes donc obligé de recourir à un autre indice dont le caractère est un peu incertain. Mais, avant d'exposer en quoi consiste cet indice, nous devons expliquer plus clairement que nous ne l'avons fait jusqu'ici le principe de l'appareil.

Au point de vue théorique, le cadran de Maître Robert présente deux imperfections : la première est relative au système des lignes horaires, la seconde au tracé du curseur.

A. — Remarquons tout d'abord que les heures données par ce quadrant ne sont point, comme les nôtres, la vingt-quatrième partie de l'intervalle compris

je n'en connais pas, jusqu'à présent du moins, d'antérieurs au XIIe siècle, même pour les deux traités sur l'astrolabe attribués à Hermannus Contractus.

[1] C'est donc à tort que Sédillot renvoie, pour ce quadrant d'Arzachel, aux manuscrits de la Bibl. nat. lat. 7195 ou 7336, qui ne renferment que le Traité de Maître Robert.

entre deux midis consécutifs (vrais ou moyens), mais la douzième partie du temps (essentiellement variable) que le soleil reste chaque jour au-dessus de l'horizon. En d'autres termes, ce sont les heures que les anciens Grecs appelaient καιρικαί (temporaires ou saisonnières) et qu'au moyen âge on dénommait plutôt *artificielles*.

D'autre part, la solution géométrique du problème n'est qu'approchée. La ligne horaire de midi (VI heures) est une demi-circonférence ayant pour diamètre une longueur arbitraire (soit a_0) sur le côté du quadrant parallèle à la ligne de visée. Les cinq autres lignes sont des arcs de cercle dont le centre est situé sur le même côté du quadrant et qui, sur le quart de circonférence décrit du centre du quadrant avec a_0 pour rayon, interceptent des portions croissant en progression arithmétique : 15°, 30°, 45°, 60°, 75°. Le côté perpendiculaire à la ligne de visée vaut enfin pour la ligne horaire correspondant au lever et au coucher (0 et XII heures). Ainsi, si nous désignons par θ le temps en heures artificielles (tel qu'il est donné par le quadrant), compté à partir de midi et transformé en degrés (en multipliant par 15), si nous appelons a_θ le diamètre de la ligne circulaire correspondante, on a

$$(1) \qquad a_0 = a_\theta \cos\theta.$$

Soit encore l la latitude du lieu, d la déclinaison du soleil, h sa hauteur, φ l'angle formé avec le méridien par le cercle horaire (mené par le pôle et le centre du soleil), enfin M la valeur maxima de cet angle horaire, celle qui correspond à la hauteur $h = 0$ (lever ou coucher du soleil), on aura

$$(2) \qquad \sin h = \sin l \sin d + \cos l \cos d \cos\varphi$$

$$(3) \qquad \cos M = -\operatorname{tg} l \operatorname{tg} d,$$

et l'on devrait enfin avoir

$$(4) \qquad \frac{\theta}{90} = \frac{\varphi}{M}.$$

Mais reportons-nous à la description du procédé pour prendre l'heure sur le quadrant. Il est aisé de voir qu'il consiste à prendre tout d'abord sur le fil à plomb à partir du centre une longueur $a_0 \cos(l-d) = a_0 \sin h_0$, en appelant h_0 la hauteur méridienne du soleil (correspondant à $\varphi = 0$, $\theta = 0$, heure VI).

Puis on cherche en fait la ligne horaire de diamètre a_θ sur laquelle cette même longueur sous-tend un angle à la circonférence de h degrés, h étant la hauteur du soleil au moment de l'observation.

On a donc

$$(5) \qquad a_0 \sin h_0 = a_\theta \sin h,$$

d'où l'on peut aisément tirer, en tenant compte des relations (1), (2), (3),

$$(6) \qquad \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{M}{2}}.$$

C'est donc cette dernière relation, au lieu de l'équation (4), qui détermine théoriquement le temps θ auquel correspondent les indications du quadrant. Ce temps n'est donc pas rigoureusement le *temps artificiel;* la solution du problème, ainsi que je l'ai dit, n'est qu'approximative; l'écart, dans nos latitudes, est cependant de 2 à 3 minutes au plus. Eu égard aux diverses autres chances d'erreur que présente l'instrument, il pouvait donc être regardé comme pratiquement satisfaisant, du moment qu'il ne s'agissait pas d'observations astronomiques réclamant une certaine précision.

B. — Le curseur suppose une correspondance fixe entre les jours de l'année julienne et les degrés du zodiaque où se trouve le soleil. Or on sait que cette correspondance fixe n'est pas rigoureuse, puisque, dans l'année julienne, l'équinoxe du printemps (par exemple) avance progressivement vers le 1er janvier. Même en dehors de cette circonstance, il y aurait, par suite de l'intercalation d'un jour tous les quatre ans, une oscillation d'environ huit heures en temps, ou près d'un tiers de degré, autour d'une position moyenne. L'emploi du curseur ne permet pas une exactitude plus grande.

Quant à la différence entre l'année tropique et l'année julienne moyenne de 365 jours $\frac{1}{4}$, elle était, au XIIIe siècle, de 11 minutes 9 secondes de temps, ce qui correspond à peu près à un arc de $27'',5$ par an, et amenait un déplacement de 1 degré en 131 ans. En somme, le curseur pouvait servir à peu près une vie d'homme, si l'on n'exigeait pas une approximation supérieure à deux tiers de degré.

C. — Avec des tables constamment corrigées, l'inconvénient théorique du curseur pouvait être évité. Ces tables, jointes au Traité du quadrant dans les manuscrits les plus soignés, sont en fait au nombre de cinq. J'ai cru inutile de les reproduire; mais je dois d'autant plus entrer ici dans quelques détails à leur sujet.

La première porte pour titre : *Tabula declinationis Solis que est distancia eius ab equinoctiali secundum Albategni.*

Elle donne, pour chacun des degrés de chacun des douze signes, la déclinaison du soleil en degrés et minutes. La déclinaison maxima (obliquité de l'écliptique) est comptée pour 23° 33′. Il est remarquable que ce nombre soit inférieur de 2′ à la valeur que donnent les documents authentiques pour la détermination d'Al-Battani. Il est beaucoup plus voisin de celle de Thabit ben Korah (23° 33′ 30″); en tout cas, il représente sensiblement l'obliquité réelle de l'écliptique pour la première moitié du XIIe siècle.

Les tables suivantes donnent en degrés et minutes la longitude du soleil pour chaque jour de chaque mois, en commençant par mars et en finissant par février. Elles sont au nombre de quatre, parce qu'il y en a une pour chaque rang de l'année dans le cycle bissextile. Les titres sont :

Tabula solis prima in anno bisextili ad inueniendum locum eius in orbe decliui fixo scilicet nono.

Tabula solis secunda ad annum primum post bisextum.

Tabula solis tercia ad annum secundum post bisextum.

Tabula solis quarta ad annum tercium post bisextum.

Dans le manuscrit B, ces tables sont dites vérifiées pour les années 1292, 1293, 1294, 1295; les longitudes du soleil respectivement indiquées pour le 13 mars sont 0° 53′, 0° 39′, 0° 24′, 0° 10′.

Or, en fait, en 1295 l'équinoxe du printemps a eu lieu le 13 mars à minuit 35 minutes. En supposant que les longitudes indiquées se rapportent à minuit, c'est-à-dire au commencement du jour naturel, cet équinoxe aurait, au contraire, eu lieu, d'après les tables précitées, 4 heures 3 minutes avant le minuit du 12 au 13 mars 1295; l'erreur est de 4 heures 38 minutes, ce qui correspond à une avance d'environ 25 ans.

Les tables du manuscrit C présentent avec celles du manuscrit B une dif-

férence moyenne de longitude de 1° 5′. En les supposant dressées exactement pour une année donnée, cette année devrait tomber vers 1175; mais, si l'erreur possible est de 25 ans, on peut tout au plus assigner la seconde moitié du XIIe siècle comme époque de leur rédaction.

Enfin les manuscrits A et C présentent dans le corps du Traité une petite table que j'ai reproduite et qui donne la longitude du soleil au premier de chaque mois. Cette petite table, omise par B, sans doute comme désormais trop inexacte, offre en moyenne avec les grandes tables du manuscrit C une différence de 33 minutes. Elle nous reporterait donc à 75 ans plus tôt, c'est-à-dire vers le commencement du XIIe siècle.

Ainsi Maître Robert aurait utilisé, sans les mettre d'accord, des documents remontant, au plus tard, l'un aux environs de l'an 1200, l'autre à trois quarts de siècle plus tôt.

Mais on ne peut en conclure avec certitude que les tables qu'il a ainsi empruntées aient été primitivement dressées pour le quadrant du type qu'il a décrit. Elles ont pu, en effet, être établies, soit pour l'usage de l'astrolabe, soit pour celui de quadrants d'un autre modèle. L'indice qu'elles semblent fournir à première vue, pour la détermination de l'époque où notre quadrant fut introduit en Occident, est donc loin d'être assuré.

Si l'on considère cependant que Maître Robert a très probablement utilisé un traité antérieur sur le quadrant et qu'il y a grande chance pour que, à l'époque où l'instrument fut introduit, il ait été accompagné de tables faites exprès et dressées aussi exactement que possible, celles du manuscrit C semblent bien les représenter.

Il y a donc une certaine vraisemblance que le quadrant de Maître Robert remonte en fait, dans l'Occident latin, à la seconde moitié du XIIe siècle; la probabilité est moins grande pour la moitié antérieure, très faible pour le XIe siècle.

Il n'y a pas de doute enfin que les dispositions générales de l'instrument n'aient été empruntées aux Arabes; la seule véritable innovation a pu consister à marquer les mois juliens sur le curseur et peut-être à dresser des tables, s'il n'en existait déjà de semblables pour les astrolabes, ce qui n'est pas prouvé.

Mais il est très possible que ces innovations ne soient pas, en réalité, dues à des astronomes chrétiens. Les Maures d'Espagne étaient évidemment assez

familiarisés avec les mois juliens pour avoir créé un type de quadrant approprié aux besoins des Occidentaux latins, soit pour l'usage de leurs sujets (comme les Arabes l'avaient fait en Égypte pour les Coptes), soit comme article d'exportation.

En résumé, le problème de l'introduction du quadrant en Occident ne peut être, pour le moment, complètement résolu. Maître Robert Anglès n'a nullement été un inventeur, et l'emploi qu'il a fait de tables trop anciennes ne témoigne guère en faveur de l'étendue de ses connaissances astronomiques. Dans la partie géométrique de son opuscule, il n'a pas davantage fait preuve d'originalité et de sens véritablement mathématique[1]; mais il écrit, pour son temps, dans une langue claire et relativement correcte; sa description du quadrant est, en réalité, excellente et mérite que son nom reste attaché à cet instrument. Enfin le succès considérable qu'eut son ouvrage suffirait, aux yeux de l'historien, pour lui valoir d'être tiré de l'oubli où il est tombé.

Guillaume l'Anglais semble avoir eu, comme mathématicien, une valeur plus haute; mais je ne puis entreprendre dans cette étude d'apprécier l'ensemble de son œuvre, de rechercher si, malgré ses folies astrologiques, il a laissé une autre trace utile que son petit traité *De l'astrolabe universel*.

[1] C'est ainsi qu'il reproduit encore, pour la mesure de l'aire du pentagone régulier, la formule sommatoire qui, du Traité de Vitruvius Rufus, était passée dans les Géométries du Ps.-Boèce et du Ps.-Gerbert.

[TRACTATVS QVADRANTIS

MAGISTRI ROBERTI ANGLICI IN MONTEPESSVLANO.]

Mss. Bibl. nat. latin 7416 B (fol. 51 v°-57 v°) = A; 7298 (fol. 54 v°-59 r°) = B; 7195 (fol. 36 r°-41 v°) = C; 7437 (fol. 119 r°-125 v°) = D.

---

5 *Prohemium in compositionem et utilitatem quadrantis secundum modernos.*

1. Geometrie due sunt partes [scilicet] theorica et practica. Theorica est que sola mentis speculatione quantitatum proportiones et earum mensuras intuetur. Practica est quando alicuius rei quantitatem ignotam experimento sensibili mensuramus. Mensurationis autem artificialis, que practica dicitur, 10 tres sunt species, scilicet altimetria, planimetria et steriometria. Altimetria est

De titulis vide Prolegomena. — 5 *Nullum capitulorum titulum habet* A, *hunc* B *solus.* — 6 Geometrice B; — scilicet A *sol.* — 7 quantitatis A, quantitates CD; — proportiones rerum et D. — 9 artificialis *om.* A. — 10 tres] due D; et *om.* D; — et planimetria B.

[Ms. Bibl. nat. 2385 (fol. 40-48) = *a*.]

Περὶ τοῦ τετραγώνου.

1. Ἡ γεωμετρία θεωρεῖται εἰς δύο, εἴς τε θεωρητικὴν καὶ πρακτικήν. καὶ θεωρητικὴ μέν ἐστιν ἡ μόνῃ τῇ τοῦ νοὸς θεωρίᾳ † τὰς ποσότητας τῆς 5 ἀναλογίας καὶ τὰ μέτρα τῶν πραγμάτων θεωρεῖται· πρακτικὴ δὲ ἐν ᾗ ποσότητα ἀδιάγνωστον πράγματός τινος πείρᾳ μετροῦμεν αἰσθητῇ. εἴδη δὲ τῆς τεχνικῆς μετρήσεως τρία εἰσίν, ὑψιμετρία, στερεομετρία καὶ ἐπιπεδομετρία. ὑψιμετρία μέν ἐστιν ὅτε μόνον τὸ τοῦ πράγματος ὕψος † καὶ μῆκος ζητοῦμεν·

4 ἡ; — νοὸς *sic.* — 7 στερεωμετρία.

quando solam rei altitudinis longitudinem querimus. Planimetria est quando rei latitudinem † querimus. Steriometria est quando longitudinem, latitudinem et profunditatem querimus et inuestigamus. Primo modo mensuramus linearem dimensionem, secundo modo [dimensionem] superficialem, tercio modo di-
5 mensionem corporalem.

2. Tractatum igitur istum, in quo docebimus mensuras omnium rerum cognoscere secundum quod ad introductionem artis pertinet, in duas partes diuidimus. Nam in prima parte tractabimus de quadrantis compositione, dicti a quarta parte circuli quam continet; in secunda parte, de opere quod per
10 ipsum exercetur et de utilitatibus eius.

3. Est igitur quadrans quoddam instrumentum quartam partem circuli et quasdam linearum protractiones continens, per quod possumus gradum Solis et eius declinationem et stellarum altitudines accipere, horas temporis

1 rei... querimus] longitudinem altitudinis mensuramus A. — 2 longitudinem et latitudinem *desideres;* — est *om.* B. — 3 querimus et *om.* A; — modo] inuestigamus et *add.* B; — linearum A. — 4 dimensionem (*ante* superf.) A *sol.* — 6 Tractatum est igitur C; — omnium rerum *om.* B. — 7 secundum] *om.* C, quantum ad id D; — istius artis D. — 9 quem D; — opere] eo C. — 12 continens *om.* C; — quod] quem D. — 13 declinationes D; — temporum A.

στερεομετρία δὲ ὅταν μῆκος καὶ πλάτος καὶ βάθος ἀνιχνεύωμεν· ἐπιπεδομετρία δὲ ὅταν τοῦ πράγματος τὸ πλάτος καὶ μῆκος ζητῶμεν. ἀλλὰ πρῶτα μὲν μετροῦμεν τὴν γραμμικὴν διαμέτρησιν· δεύτερον δὲ τὴν ἐπιφανικὴν ζητοῦμεν διαμέτρησιν· εἶτα τρίτον τὴν σωματικὴν καταμέτρησιν.

5 2. Ἡ ἐξέτασις αὕτη, ἐν ᾗ διδάξομεν πάντων τῶν πραγμάτων τὰ μέτρα γινώσκειν καθὰ πρὸς εἰσαγωγὴν ἀνήκει τῆς τέχνης, εἰς δύο διαιρεῖται· ἐξετάσομεν δὴ ἐν μὲν τῷ πρώτῳ μέρει περὶ τῆς τετραγώνου συνθέσεως τοῦ λεγομένου † τεταρτημορίου τοῦ κύκλου, ὃ περιέχει· ἐν δευτέρῳ μέρει, περὶ ἔργου ὃ δι' αὐτοῦ γυμνάζεται καὶ περὶ τῆς ὠφελείας αὐτοῦ.

10 3. Ἔστι τοίνυν τετράγωνον ὄργανόν τι, τοῦ κύκλου τεταρτημόριον καί τινας † ἐξελκομένας γραμμῶν περιέχον, δι' οὗ δυνάμεθα τὴν μοῖραν τοῦ ἡλίου καὶ τὴν ταύτης ἔγκλισιν καὶ τῶν ἀστέρων τὰ ὕψη λαμβάνειν καὶ τὰς τοῦ καιροῦ

1 στερεωμετρία — 7 δή] δὲ. — 11 δι' οὗ] δ' οὗ.

discernere, rerum altitudines, ciuitatum distancias, terrarum longitudinem, puteorum profunditatem inuenire.

4. Fiat igitur quadrans hoc modo : accipiatur materia enea, lignea uel auricalcea. Deinde reducatur ad formam quarte partis circuli. Deinde fiat circulus in aliqua tabula plana, cuius quarta adequetur quadranti, et illius circuli uerissime accipiatur quarta pars cum circino, et secundum illius quantitatem fiat quadrans, et infra latera quadrantis dimittatur spacium paruum ex omni parte, protrahendo duas lineas rectas constituentes angulum omnino rectum et infra angulum quadrantis : qui angulus uocetur *a* et fiat secundum hanc artem.

5. Protractatur linea [una] subtilis ab angulo quadrantis *b* ad angulum *c*, et diuidatur in duas partes equales, et in puncto medie diuisionis ponatur pes

1 distinguere D. — distancias] $\overline{\text{dras}}$ = differentias BD; — terrarum] rerum A. — 4 ad quartam partem circuli A. — 5 plana *om.* A; — adequatur B. — 5-6 uerissime] rectissime ACD. — 7 ex omni parte *post* constituentes 8] *transf.* A. — 9 angulus *om.* A; — et . . . artem *om.* A. — 10 linea una A, una linea CD. — subtilis *om.* A. — angulum quadrantis *c* C. — 11 partes *om.* A.

διασήζειν ὥρας, τῶν τε πραγμάτων τὰ ὕψη καὶ τῶν πόλεων τὰς διαφοράς, τῶν γαιῶν τὸ μῆκος καὶ τῶν φρεάτων τὰ βάθη εὑρεῖν.

4. Γινέσθω τοίνυν τετράγωνον τοιούτῳ τρόπῳ· ληφθήτω τοίνυν ὕλη χαλκῆ ἢ ξυλίνη ἢ χαλκολιβανίτης, καὶ ἀναχθήτω πρὸς εἶδος τεταρτημορίου κύκλου· εἶτα γινέσθω κύκλος ἔν τινι θέσει ὁμαλῇ ἐν ἐπιπέδῳ, οὗ τὸ τεταρτημόριον ἰσαξέσθω τῷ τεταρτημορίῳ· λαμβανέτω δὲ ἐκείνου τοῦ κύκλου ἀριδηλότατα τὸ τεταρτημόριον μετὰ διαβήτου, καὶ κατὰ τὴν ἐκείνου ποσότητα γενέσθω τετράγωνον. περὶ δὲ τὰ πλευρὰ τοῦ τετραγώνου ἀφεθήτω διάστημα μικρὸν ἐκ μέρους παντός, ἐν τῷ ἐφελκύειν ἴσας γραμμὰς ἀποκαθιστάμενας εἰς γωνίαν παντελῶς ὀρθὴν ὑπὸ γωνίαν τοῦ τεταρτημορίου· ἥτις γωνία καλείσθω A, γινέσθω δὲ κατὰ ταύτην τὴν τέχνην.

5. Ἑλκύσθω λεπτὴ γραμμὴ ἀπὸ γωνίας τοῦ τεταρτημορίου B ἐπὶ γωνίαν Γ, καὶ διαιρείσθω εἰς δύο μέρη ἴσα· ἐν δὲ τῷ κέντρῳ τῆς μέσης διαιρέσεως τεθήτω

3 ληφθείτω. — 7 διαβίτου (item infra ubique). — 12 B] βῆτα; — ἐπὶ] ἀπὸ. — 13 τεθείτω.

circini immobilis, et alius pes extendatur ad aliquem punctum iuxta *a*, a quo puncto tu uis protrahere duas lineas rectas iuxta latera quadrantis, que intra se debent includere quartam partem circuli. Extenso pede mobili circini ad illum punctum, postea secundum illum situm moueatur uersus *b* et *c* et sic signetur locus in linea subtili iam protracta, ubi pes circini mobilis tangit illam lineam; et a puncto iam dicto iuxta *a* usque ad punctum contactus iuxta *b* et *c* ducantur due linee [recte], et includent infra se superius angulum rectum et inferius unam quartam partem circuli, protrahendo unam lineam circumferencialem, que contineat quartam partam rectissime unius circuli. Et illa pars inferior quadrantis, ubi est illa linea circumferencialis, uocetur *lymbus;* et ille due alie partes extreme uocentur *latera quadrantis*. Et super latus quadrantis

1 aliquem] alium A. — 2 tu *om.* D; tu uis protrahere] protrahe A; — duas *om.* CD; — iuxta latera quadrantis *om.* A; — infra ACD. — 3 Et extenso A. — 4 punctum CD, rectum B, angulum rectum A; — sic *om.* A. — 5 ubi] ut A; — mobilis *om.* A. — 5-6 tangit illam lineam] tangat eam A. — 6 a] si D. — 7 recte *om.* ACD; — includant AC. — 7-8 angulum. . . . circuli] unam quartam partem circuli iuxta angulum rectum, et A. — 9 continet A. — 10 limbus ACD *ubique*. — 11 partes extreme *om.* A.

ὁ ϖοὺς τοῦ διαβήτου ἀκίνητος· ὁ δὲ ἕτερος ϖοὺς ἐκτεινέσθω ϖρός τινα σίιγμὴν κατὰ τὸ Α, ἀφ' ἧς σίιγμῆς ἐθέλεις ἑλκῦσαι τὰς γραμμὰς ὀρθὰς κατὰ τὰ ϖλευρὰ τοῦ τεταρτημορίου, αἳ δὴ γραμμαὶ ὀφείλουσιν ἐγκλείειν ἐν ἑαυταῖς τὸ τεταρτημόριον τοῦ κύκλου. ἐκτεταμένου τοῦ διαβήτου τοῦ κινητοῦ ϖοδός, μετὰ ταῦτα κατ' ἐκείνην τὴν θέσιν κινείσθω ϖερὶ τὸ Β καὶ τὸ Γ, καὶ οὕτω σημειούσθω ὁ τόπος ἐν τῇ λεπτῇ γραμμῇ ἤδη ἑλκυσθείσῃ, ὅπου ὁ ϖοὺς τοῦ διαβήτου κινητὸς ψαύει τῆς γραμμῆς ἐκείνης. καὶ † ἀπὸ τῆς ἤδη ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀχθείσης κατὰ τὸ Α μέχρι τοῦ κέντρου τοῦ συνημμένου κατὰ τὸ Β καὶ Γ, ἀχθήτωσαν δύο γραμμαὶ ϖερικλείουσαι ἐν ἑαυταῖς ἄνω † εἰς γωνίαν ὀρθὴν ἓν μέρος τοῦ τεταρτημορίου τοῦ κύκλου, καὶ ἐν τῷ ἑλκύειν μίαν γραμμὴν ϖεριφερικήν, ἣ ϖεριέξει τὸ τεταρτημόριον ὀρθότατα τοῦ κύκλου. ἐκεῖνο δὲ τὸ κατώτερον μέρος τοῦ τεταρτημορίου, ὅπου ἐστὶν ἡ ϖεριφερικὴ γραμμή, καλείσθω ἴτυς· ἐκεῖναι δὲ αἱ δύο γραμμαὶ αἱ ἔσχαται καλείσθωσαν ϖλευραὶ τοῦ τετραγώνου.

2 ἐθέλεις] εἰ θέλεις. — 3 αἱ δὲ. — 4 ἀκήνιτου. — 6 διαβήτου] Λ^{δ} — 6-7 ἀκίνητος. — 11 ὀρθότητα. — 12 ὅπου ἐ ἐστὶν. — 13 ἔσχατοι.

dextrum due tabule parue equidistantes erunt ab extremitatibus lateris *ac;* et sint perforate paruis foraminibus equidistantibus linee *ac* descendenti.

6. Item iuxta lineam circumferencialem [inferiorem] scilicet *cb*, protrahantur due linee circulares equedistantes inter quas dimittantur aliqua spacia infra que describi possint in inferiori spacio iuxta lymbum singuli gradus et in superiori numerus graduum, ut patebit in figura. Et linea inferior, scilicet *cb*, diuidatur in duas partes equales et a puncto medie diuisionis, scilicet *e*, usque ad *a* protrahatur linea recta diuidens quadrantem in duas partes equales, et quelibet pars linee *cb* diuidatur in tres, et quelibet illarum [partium] in alias tres. Et linee diuisionum protrahantur a linea circulari inferiori ad lineam

1 parve *om.* D, perforate *add.* A; — erunt *om.* A; — *ac om.* A, scilicet *ac* C. — 1-2 et sint perforate] cum A. — 2 equidistanter A; — *ac*] ab *a* ad *c* C. — 3 iuxta] infra A; — inferiorem *om.* A, inficialem B; — *cb*] *bc* ACD. — 4 circulares] circumferenciales A. — 4-5 infra que] infra B, ita quod C. — 5 possunt BD; — singuli *om.* A; — et *om.* C. — 5-6 superiori] inferiori D. — 7 medie *om.* A. — 8-9 et quelibet] quelibet tunc A. — 9 *eb*] *cb* AC; — tres] 2 B, partes equales *add.* A — illarum] pars diuidatur A; — partium *om.* AB; — alias *om.* A. — 10 diuisionis D. — 9 linea] aliam B.

καὶ ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ δεξιοῦ τετραγώνου ἔσονται δύο θέσεις μικραὶ ἴσης διαστάσεως ἀπὸ τῶν ἄκρων τῆς πλευρᾶς, αἳ διατετορημέναι λεπταῖς ἐστῶσαν ὀπαῖς ἴσως διεστημέναις τῇ γραμμῇ τοῦ ΑΓ τοῦ κατέοντος.

6. Πάλιν περὶ τὴν περιφερικὴν γραμμὴν τὴν κατωτέρω ἤτοι ΒΓ ἑλκυσθήτωσαν δύο γραμμαὶ περιφερικαὶ ἴσαι διεστάμεναι· ἐν τῷ μεταξὺ τούτων ἐαθήτωσαν ὀλίγα τινὰ διαστήματα ἐν οἷς ὀφείλουσι καταγράφεσθαι ἐν τῷ κατωτέρῳ μέρει τῆς ἴτυος μοῖραι καὶ ἐν τῷ ἀνωτέρῳ ἀριθμὸς μοιρῶν, ὡς δειχθήσεται ἐν τῷ σχήματι· ἡ δὲ κατωτέρα γραμμή, ἤγουν ἡ ΓΒ, διαιρείσθω εἰς δύο μέρη ἴσα, καὶ ἀπὸ τῆς σιγμῆς τῆς διαιρέσεως, ἤγουν Ε, ἕως τοῦ Α ὑφελκυσθήτω γραμμὴ διαιροῦσα τὸ τεταρτημόριον ἐν δυσὶ μέρεσιν ἴσως· ἕκαστον δὲ πάλιν μέρος πρῶτον διαιρείσθω εἰς τρία, καὶ πάλιν ἕκαστον τούτων τῶν μερῶν πάλιν εἰς τρία ἕτερα· ἡ διαιρεθήτωσαν δὲ αἱ γραμμαὶ ἀπὸ τῆς κυκλοφεροῦς γραμμῆς τῆς κατωτέρω πρὸς γραμμὴν ὑπεράνω κυκλικῶς τρίτην,

5 δύο] δε καὶ. — 7 ἀνωτέρῳ] κατωτέρω.

circularem superiorem terciam, occupando duo spacia inter circulos continencia 18 spacia.

7. Inferior quoque pars in lymbo quelibet diuidatur in 5 gradus equales, et protrahantur linee diuisionum ab inferiori circulari linea ad aliam circu-
5 larem sequentem, primum spacium occupando; et erunt 90 gradus. Tot enim debent esse in quarta cuiuslibet circuli. Et istud spacium sic distinctum per gradus uocamus lymbum.

8. Consequenter dimittatur spacium ad quantitatem duorum digitorum et dimidii vel prope illud, et protrahatur linea circularis distinguens spacium
10 inferius a superiori, et vocetur illa linea *fg*. Et linea illa diuidatur in 6 partes equales, et notentur puncta diuisionum ita quod cognoscantur, et vocentur *h*,

1-2 duo] 3 AB; — continencia] contenta et erunt A. — 3 Inferius in limbo et quelibet A; — in] per AD. — 4 aliam] lineam AD, illam C. — 5 ad primum A; — et erunt *om.* D. — 8-9 et dimidii] cum dimidio A. — 9 una linea A; — spacium] scilicet *add.* D. — 11 notentur] vocentur C; — puncta] capita D; — et vocentur *om.* C.

καταλαμβάνουσαι δύο διασίήματα μεταξὺ τῶν κύκλων † κατὰ συνέχειαν εἰς $\overline{\iota\eta}$ διασίήματα.

7. Ἕκασίον δὲ μᾶλλον ὡσαύτως κατώτερον μέρος τῆς ἴτυος διαιρείσθω διὰ $\overline{\epsilon}$ μοιρῶν ἴσων, καὶ ἐφελκυσθήτωσαν γραμμαὶ διαιρέσεων ἀπὸ μὲν τοῦ κατω-
5 τέρου μέρους † γραμμὴ κυκλικὴ πρὸς ἄλλην κυκλικὴν ἀκόλουθοι ἐν τῷ πρῶτον καταλαμβάνειν. καὶ ἔσονται μοῖραι $\overline{\zeta}$· τόσαι γὰρ ὀφείλουσιν εἶναι ἐν τῷ τεταρτημορίῳ ἑκάσίου κύκλου· τοῦτο γὰρ τὸ διάσίημα οὕτω διασιιζόμενον διὰ μοιρῶν καλοῦμεν ἴτυν.

8. Πάλιν ἀκόλουθον ἐαθήτω διάσίημα πρὸς ποσότητα δύο δακτύλων καὶ
10 ἡμίσεος ἢ ἐγγὺς αὐτῶν, καὶ προελκύσθω γραμμὴ κυκλικὴ διασιίζουσα τὸ κατώτερον διάσίημα ἀπὸ τοῦ ἀνωτέρω, καὶ καλείσθω ἐκείνη $\overline{\phi\gamma}$· διαιρείσθω δὲ ἡ γραμμὴ ἐκείνη εἰς $\overline{\varsigma}$ μέρη ἴσα καὶ νοείσθωσαν σιιγμαὶ διαιρέσεων οὕτως ὡς ἂν γινώσκωνται· καλείσθωσαν δὲ Η ⟨Ι⟩ Κ Λ Μ Ν. καὶ ἔκτοτε τεθήτω τὸ τετράγω-

1 καταλαμβάνουσα: — μεταξὺ] μετά, — 12 ς] δ. — 13 I addidi; — τεθείτω.

i, *k*, *l*, *m*, *n*. Et tunc ponatur quadrans in tabula plana, et taliter figatur cum clauis quod non moueatur de loco [illo] de facili.

9. Tunc alia tabula coniungatur ei in equali superficie in puncto *c*, ita quod linea *ac* possit protrahi in continuum et directum in illa tabula versus *c*. Et tunc ponatur unus pes circini in puncto *a*, et alius pes extendatur [in linea *ac*] extra quadrantem et queratur punctus in linea *ac* extra quadrantem, donec pes existens in puncto *a* fiat mobilis et transeat per puncta *ah* directe.

10. Consequenter queratur punctus in linea *ac* versus *c*, donec alius pes circini mobilis transeat per puncta *ai*; et iterum restringatur pes circini et iterum queratur alius punctus in dicta linea versus *a*, donec alius pes mobilis transeat per lineam scilicet *ak*. Et sic fiat semper querendo punctum versus *a*

1 figatur] signetur D, supra planum figatur C. — 2 de loco] in loco; — illo *om.* ACD. — 3 Et tunc A. — 4 continens D; — in illa tabula] et illa tabula ab *a* scilicet A. — 5 ponetur C; — in linea *ac*] in linea C, in linea *a* B, *om.* A. — 6 extra . . . punctus *om.* A. — 7 pes] circini *add.* A; — existens *om.* D; — punctum *h* A. — 8 in linea *om.* C, in eadem linea A; — *ac om.* A; — *c* A, *a* BCD. — 9 et iterum] *ante* mobilis *transf.* B, deinde A. — pes circini] circinus A. — 10 dicta] eadem A; — mobilis *om.* C. — 11 scilicet *ak*] in puncto *k* A; — punctos punctum B.

νον ἐν ἐπιπέδῳ θέσει, καὶ τὸ τοιοῦτον πεπήχθω μετὰ ἥλου ὥστε μὴ κινεῖσθαι ἀπὸ τοῦ τόπου εὐκόλως

9. Ἤδη ἄλλη θέσις συζευχθήτω αὐτῇ ἐν ἴσῃ ἐπιφανείᾳ ἐν κέντρῳ τῷ Γ, ὡς ἂν ἡ ΑΓ γραμμὴ δυνηθείη ἐξελκυσθῆναι εἰς συνεχὲς καὶ ὀρθὸν ἐν ἐκείνῃ τῇ θέσει τῇ περὶ τὸ Γ. καὶ τότε τεθήτω ὁ ἕτερος πους τοῦ διαβήτου ἐν τῷ κέντρῳ τοῦ Α, ὁ δὲ ἕτερος πους ἐκταθήτω εἰς γραμμὴν ΑΓ ἐκτὸς τοῦ τετραγώνου, ἕως ὁ ὑπάρχων πους ἐν τῇ σιγμῇ τοῦ Α γένηται κινητὸς καὶ διελθέτω ὀρθῶς ΗΑ.

10 Πάλιν ἀκολούθως ζητηθήτω σιγμὴ ἐν τῇ αὐτῇ γραμμῇ περὶ τὸ Γ, ἔστ' ἂν ὁ ἕτερος πους τοῦ διαβήτου κινητὸς περιοδεύσῃ διὰ σιγμῶν ΑΓ· καὶ πάλιν συσφιχθῇ διὰ τοῦ κύκλου ὁ πους τοῦ διαβήτου καὶ ζητηθῇ ἑτέρα σιγμὴ ἐν τῇ ῥηθείσῃ γραμμῇ περὶ τὸ Α καὶ ὅταν ὁ ἕτερος κινητὸς πους διέλθῃ διὰ γραμμῆς ΑΚ. καὶ γένηται ἐν τῷ ἀεὶ ζητεῖν σιγμὴν περὶ τὸ Α ἐν γραμμῇ ΑΓ, ὡς

1 ἥλου] δλου. — 3 Ἤδη] ἡ δέ. — 5 τεθείτω. — 6 τετραγώνου] τριγώνου in compendio. — 7 ΗΑ] ἡ α. — 8 σιγμὴ γραμμῆ. — 9 τοῦ διαβίτου post ΑΓ ponitur; — κινητῶς. — 12 γραμμῆ] γραφῆ

in linea *ac*, donec sex linee protrahantur circumferenciales a puncto *a* ad sex puncta *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*. Et iste linee erunt horarum, quoniam per has accipiuntur hore dierum artificialium.

11. Consequenter dicendum est de cursore qui sic fit : fiat quedam concauitas in spacio intercepto inter lineas circuli in lymbo inferiori *cb* et inter lineam circularem superius que vocatur *gf*, et in illa concauitate situetur quedam tabula que currat et moueatur in illa concauitate a termino ad terminum. Illa igitur tabula habeat in longitudinem 48 gradus in limbo; et si habeat plus, hoc erit de bono esse et non deesse cursoris.

12. In latitudine autem diuidatur in 4 partes equales cum quibusdam lineis circularibus, et quelibet quarta in 3 partes equales, et erunt omnes 12.

13. Consequenter longitudo cursoris diuidatur in 2 partes equales per li-

1 sex *om.* D; — circulares A. — 2-3 accipientur A. — 4 fiat] sit A. — 4-5 quedam. . intercepto] interceptio B. — 5 interiecto A; — *cb om.* A. — 6 lineam *om.* A; — que] quod A; — vocetur] A. — 8 habeat] tantum *add.* D; — in longum A, in longitudine CD. — 9 erit] est C. — 10 diuidantur C; — in 4] in 12 A — 11 et quelibet. omnes 12 *om.* A.

ἂν αἱ ἓξ γραμμαὶ ἐφελκυσθῶσιν † αἱ ἄλλαι περιφερικαὶ ἀπὸ τῆς σλιγμῆς τοῦ Α πρὸς τὰς ἓξ σλιγμὰς ΗΙΚΛΜΝ· αὗται δὲ αἱ γραμμαὶ ἔσονται τῶν ὡρῶν, ὅτι διὰ τούτων αἱ ὧραι τῶν τεχνικῶν ἡμερῶν ληφθήσονται.

11. Ἀκολούθως τοίνυν λεκτέον περὶ τοῦ δρομέως ὃς οὕτωσὶ γίνεται. Γενέσθω τις κοιλότης ἐν τῷ διασλήματι τῷ ἐμπεριειλημμένῳ μεταξὺ τῶν γραμμῶν τοῦ κύκλου ἐν τῇ κατωτέρω ἴτυι ΓΒ καὶ μεταξὺ † τῶν ἀνωτέρω κυκλοτερῶν γραμμῶν αἳ καλοῦνται γΝ ἢ γΦ· καὶ ἐν τῇ νῦν ἐκείνῃ κοιλότητι τῇ. . . ἀπὸ ὅρου εἰς ὅρον. ἐκείνη τοίνυν ἡ θέσις ἐχέτω κατὰ μῆκος μοίρας $\overline{\mu\eta}$ ἐν τῇ ἴτυι· εἰ δὲ ἕξει πλέον, ἔσται † ἐκ τοῦ καλῶς ἔχειν μὴ ἔχειν καλῶς.

12. Ἐν τῷ πλάτει δὲ διαιρείσθω εἰς $\overline{\iota\beta}$ πλάτη ἴσα μετά τινων περιφερικῶν γραμμῶν.

13. Ἀκολούθως τοῦ δρομέως τὸ μῆκος διαιρείσθω εἰς δύο μέρη ἴσα διὰ

3 τεχνιτῶν. — 7 ἐν om. — 9 ἔσεται. — 12 δρόμου.

neam rectam protractam per totam longitudinem equedistantem ab extremis. Et sit extremitas cursoris dextra *p*, et sinistra *s*. Et linea media uocetur *qr*; *q* superius sit, et inferius *r*.

14. Tunc sciendum est quod tria spacia inferiora in latitudine cursoris et tria superiora spacia continebunt duas medietates zodiaci cum signis et gradibus et numero graduum; et sex spacia intermedia continebunt duas medietates anni cum mensibus et diebus et numero dierum; que quidem 2 medietates anni respondent 2 medietatibus zodiaci. Nam in una medietate anni mouetur Sol per unam medietatem zodiaci et in alia per aliam. Et ita istis 2 medietatibus respondent 6 inferiora spacia et 6 superiora.

15. Consequenter incipiendum est ponere signa in tribus spaciis inferioribus et in tribus superioribus, et primo incipiendum est ponere Arietem in

2 *p*, sinistra A; — que vocetur *qr* A, notetur *qr* D, ita quod *add.* ACD. — 4 est *om.* BC. — 5 zodiaci] $\overline{\text{ani}}$ zodiaci A. — 5-6 et gradibus *om.* A. — 6 et numero] in numero D. — 7 que] quoniam B. — 10 respondent scilicet VI D — 11-12 spaciis... tribus *om.* B. — 12. Arietem *om.* BC.

γραμμῆς ὀρθῆς ἐκτεταμένης κατὰ μῆκος ἴσως διεσταμένης ἀπὸ τῶν ἐσχάτων. καὶ ἔστω τὸ ἄκρον τοῦ δρομέως τὸ δεξιὸν Π, τὸ δὲ ἀριστερὸν Σ· καλείσθω δὲ ἡ μέση γραμμὴ ΧΡ, ὡς ἂν ἀνωτέρω ᾖ Χ, καὶ κατωτέρω Ρ.

14. Ἰστέον δὲ ὅτι τρία διαστήματα κατωτέρω ἐν τῷ πλάτει τοῦ δρομέως καὶ τρία διαστήματα ἀνωτέρω κατεῖχον τὰς δύο μεσότητας τοῦ ζωδιακοῦ μετὰ τῶν ζωδίων καὶ τῶν μοιρῶν καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μοιρῶν, καὶ ἓξ διαστήματα μεταξύ, [ἃ] κατέχουσι τὰς δύο μεσότητας τοῦ ἔτους ⟨μετὰ⟩ τῶν μηνῶν καὶ ἡμερῶν καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἡμερῶν. αἱ δὴ δύο μεσότητες τοῦ ἔτους ἀποκρίνονται ταῖς δυσὶ μεσότησι τοῦ ζωδιακοῦ· ἐν γὰρ τῇ μιᾷ μεσότητι τοῦ ἔτους κινεῖται ὁ ἥλιος διὰ μιᾶς μεσότητος τοῦ ζωδιακοῦ, καὶ ἐν ἄλλῃ δὴ † ἐν ἄλλοις καιροῖς. καὶ οὕτω ταύταις ταῖς δυσὶ μεσότησιν ἦσαν $\overline{\varsigma}$ κατωτέρω διαστήματα καὶ $\overline{\varsigma}$ ἀνωτέρω.

15. Ἀκολούθως εἰσὶ ζώδια ἐν τοῖς τρισὶ κατωτέρω διαστήμασι καὶ ἐν τοῖς τρισὶν ἄνω διαστήμασι. σκεπτέον τοίνυν θεῖναι τὸν Κριὸν ἐν ταῖς κατωτέρω

2 δρόμου. — 3 ΧΡ] $\overset{*}{\chi}\rho'$. — 4 πλάτει] μηκει. — 7 ἃ seclusi; — μετὰ addidi.

tribus lineis inferioribus iuxta lineam [mediam] *qr* versus *p*. Et ponatur linea media cursoris super principium alicuius gradus in limbo et computentur 11 grad. et dimidius in limbo, quia tanta est declinacio Solis in Ariete; et in fine 11 gradus et dimidii ponatur una pars regule et alia pars supra punctum *a*, et protrahatur una linea recta occupans tria spacia inferiora et tria superiora, et ista spacia respondent duobus signis, inferius Arieti et superius Virgini.

16. Postea a fine 11 grad. et dimidii computentur gradus 8 et dimidius, et ibi ponatur regula sicut prius, et protrahatur linea in tribus superioribus spaciis et in tribus inferioribus; et erunt 2 spacia aliorum 2 signorum, scilicet Tauri et Leonis, quoniam illorum eadem erit declinacio.

1 3 linea inferiori A; — mediam *om.* B. — 2-3 in... grad. *om.* B. — 3 Ariete] fine Arietis D. — 4 regule] infra A; — pars (*post* alia) *om.* A. — 5 trahatur B. — 6 ista 3 spacia A; — duobus] 3 A; — signis] scilicet *add.* D. — 7 Postea] Et A. — 10 erit] est A.

τρισὶ γραμμαῖς κατὰ τὴν μέσην γραμμὴν ΧΡ περὶ τὸ Π. τεθήτω δὲ μέση γραμμὴ τοῦ δρομέως ἐπὶ ἀρχήν τινος μοίρας ἐν τῇ ἴτυι..... τόση γάρ ἐστιν ἡ ἔγκλισις τοῦ ἡλίου ἐν τῷ Κριῷ. καὶ ἐν τῷ τέλει τῶν ιᾱ ς μοιρῶν ἔπειτα τεθήτω δὲ τὸ μὲν ἓν ἄκρον τοῦ πήχεως ἐπὶ τὸ..... τὸ δὲ ἕτερον ἄκρον ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ Α. καὶ ἐκταθήτω μία γραμμὴ εὐθεῖα ὀρθὴ περιέχουσα τὰ τρία διαστήματα δηλαδὴ τὰ κατωτέρω καὶ τὰ τρία τὰ ἀνωτέρω. καὶ οὕτω δὴ τὰ διαστήματα ἀποκρίνονται ἑνὶ ζωδίῳ, κατωτέρω μὲν τοῦ Κριοῦ, ἀνωτέρω δὲ τῆς Παρθένου.

16. Μετὰ ταῦτα ἀπὸ τοῦ τέλους τῆς ια^ης καὶ ς μοίρας ψηφιζέσθωσαν μοῖραι η̄ καὶ ἥμισυ, καὶ τεθήτω ὁ πῆχυς ἐκεῖσε ὡς πρότερον εἴπομεν, καὶ ἐκταθήτω γραμμὴ ἐν τοῖς τρισὶ κατωτέρω διαστήμασι καὶ ἐν τοῖς ἀνωτέρω τρισί. καὶ ἔσονται δύο διαστήματα ἄλλων δύο ζωδίων, ἤγουν Ταυροῦ καὶ Λέοντος· ἐκείνων γὰρ ἔστι αὕτη....

3 ιβ̄. ς. — 4 Post ἐπὶ τὸ lacuna 6 vel 7 litterarum. — 7 ἑνὶ] ἐν. — 13 Lacunam statui.

17. Et tunc in fine cursoris uersus *p* inter lineas iam protractas et illum finem erunt spacia 2 signorum scilicet Geminorum et Cancri.

18. Consequenter fiat diuisio alia in alia parte cursoris *s*, ita quod primo dimittatur spacium 11 grad. et dimidii inferius et aliud superius. Et in istis 2 spaciis scribantur 2 signa, Pisces inferius et Libra superius.

19. Item in 2 spaciis 8 graduum et dimidii ponantur alia 2 signa, Aquarius inferius et Scorpius superius.

20. Postea in 2 spaciis remanentibus in fine versus *s*, ponantur alia 2 signa remanencia, scilicet Capricornus inferius et Sagittarius superius.

21. Et quodlibet spacium de tribus inferioribus spaciis respondentibus

1 inter illas lineas A. — 2 erunt duo spacia AD; — Cancri] quia illorum eadem est declinatio *add.* A. — 3 *s*] *om.* A, scilicet a linea media *qr* versus aliam partem cursoris *s* D. — 4 *Numerum* 11 *om.* C; — et dimidii] cum dimidio A. — 6 Item... ponantur] Postea (dimittantur *add.* D) alia duo signa (spatia D) secundum quantitatem 8 graduum et dimidii in quibus scribantur (in quo ponantur D) AD. — 6-7 Aquarius inferius] scilicet Aquarius. — 8 Postea... ponantur] et in ultimis duobus scribantur A; — alia *om.* C. — 10 spaciis *om.* A.

---

17. Ἔσονται τοίνυν ἐν τῷ τέλει τοῦ δρομέως περὶ τὸ Η ἐν ταῖς ἐκταθείσαις γραμμαῖς καὶ ἐν ἐκείνῳ τῷ τέλει δύο διασήματα δυσὶ ζωδίοις, ἤγουν Διδύμων καὶ Καρκίνου.

18. Πάλιν ἀκολούθως γενέσθω ἑτέρα διαίρεσις ἐν ἑτέρῳ μέρει τοῦ δρομέως οὕτως· καὶ διαιρεθήτω πρῶτον διάσημα μοιρῶν ῑα καὶ ς ἐν τῷ κατωτέρω μέρει καὶ ἕτερον ἐν τῷ ἀνωτέρω· ἐν τούτοις τοιγαροῦν τοῖς δυσὶ διασήμασι τεθήτω δύο ζώδια, κατωτέρω μὲν Ἰχθύων, ἀνωτέρω δὲ Ζυγοῦ.

19. Πάλιν ἐν τοῖς δυσὶ διασήμασιν η̄ μοιρῶν καὶ ς καὶ τεθήτωσαν ἕτερα δύο ζώδια, κατωτέρω μὲν Ὑδροχόου, ἀνωτέρω δὲ Σκορπίου.

20. Εἶτα τὰ ἐναπολειφθέντα ἕτερα δύο ζώδια, ἤτοι κατωτέρω μὲν ὁ Αἰγοκέρως, ἀνωτέρω δὲ ὁ Τοξότης.

21. Ἕκασον δὲ διάσημα μετὰ τῶν τριῶν κατωτέρω διασημάτων διαιρεῖται

4 μέρη. — 7 τεθείτω. — 9 Σκορπίου om. in lacuna.

signis diuidatur unum per 3 partes, secundum per 30, ita quod scribantur gradus inferius et numerus graduum superius, et super numerum graduum nomina signorum; et erunt tria spacia inferiora occupata et tria superiora.

22. Et remanent 6 spacia intermedia in quibus scribantur 12 menses. Hoc autem fiat hoc modo : videatur in tabula in quo gradu Capricorni incipiat Ianuarius, et super illum gradum ponatur regula et super punctum *a*, et protrahatur linea una, tria spacia occupando que sunt supra tria spacia inferiora.

23. Postea uideatur in eadem tabula in quo gradu Aquarii Februarius incipiat, et super illum gradum ponatur unum caput regule et aliud caput super punctum *a;* protrahaturque alia linea occupando ista eadem tria spacia. Et in spacio intercepto inter illas duas lineas iam protractas per illa tria spacia scri-

1 diuidatur per 30 gradus unum A; — secundum per 30 gradus D. — 2 numerum] nomina A. — 3 tria *prius*] nomina A. — 6 punctum] spatium D. — 7 sunt *om.* B. — 8 in quo gradu *om.* B. — 8-9 incipit C. — 9 caput (*prius*) *om.* A. — 10 protrahaturque] et protrahatur A, protrahatur C. — 11 illas *om.* D, istas A; — duas... illa *om.* B; — iam *om.* CD; — et per illa A; — tria *om.* A, duo D.

ἐν τοῖς παροῦσι ζωδίοις διὰ $\overline{\lambda}$ μοιρῶν καὶ οὕτω γραφήτωσαν μὲν αἱ μοῖραι κατωτέρω, ὁ δὲ ἀριθμὸς τῶν μοιρῶν ἀνωτέρω, καὶ ὑπὲρ τὸν ἀριθμὸν τῶν μοιρῶν τὰ ὀνόματα τῶν ζωδίων. καὶ ἔσονται κατωτέρω κατειλημμένα τρία διαστήματα, καὶ ἕτερα τρία ἀνωτέρω.

22. Ἐναπολιμπάνονται δὲ μεταξὺ διαστήματα ἐν οἷς γραφήσονται μῆνες $\overline{\iota\beta}$· τοῦτο δὲ γενέσθω τοιουτοτρόπως. ὀφθήτω ἐν τῇ θέσει ἐν ᾗ μοίρᾳ τοῦ Αἰγοκέρω ἄρχεται ὁ Ἰανουάριος, καὶ ἐν ἐκείναις ταῖς γραμμαῖς τεθήτω ὁ πῆχυς καὶ ἐπὶ τὴν Α στιγμὴν ἐξελθέτω γραμμὴ διαλαμβάνουσα τρία διαστήματα, ἃ εἰσιν † ἐπὶ τὰ κατώτερα τῶν τριῶν διαστημάτων.

23. Εἶτα φανήσεται ἐν τῇ τοιαύτῃ θέσει τοῦ Ὑδροχόου ἐν ᾧ ἄρχεται ὁ Φευρουάριος, καὶ ἐπ' ἐκείνην τὴν μοῖραν τεθήτω μὲν τὸ ἄκρον τοῦ πήχεος, τὸ δὲ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ ἐπὶ τὸ κέντρον Α, καὶ συρέσθω γραμμὴ περιλαμβάνουσα τὰ τρία διαστήματα ταὐτά. καὶ ἐν ἐκείνῳ τῷ ἐμπεριληφθέντι διαστή-

2 ἀριθμὸς] ἀριθμοί. — 5 γραφήσοντα. — $\overline{\iota\beta}$] δύο. — 11 τεθείτω. — 13 ταῦτα.

batur Ianuarius in superiori spacio illorum trium, et in inferiori ponantur dies mensis Ianuarii et in spacio medio numerus dierum.

24. Vnde uidendum est si mensis habeat 30 dies; tunc diuidatur in 6 partes equales, et quodlibet spacium diuidatur in 5 dies, et erunt 30. Si uero mensis contineat 31 diem, tunc primo dimittatur spacium unius diei secundum estimationem propinquam ueritati, et residuum spacium diuidatur in 6 spacia, et quodlibet illorum 6 in 5, sicut prius.

25. Consequenter uideatur in tabula in quo gradu Piscium incipit Marcius, et super illum gradum et super *a* ponatur regula, et protrahatur linea sicut prius, et erit spacium in quo scribitur Februarius, qui solus 28 dies habet. Vnde potest diuidi in 4 spacia equalia, quorum quodlibet tenet 7 dies.

1 in (*posterius*) *om.* B. — 2 intermedio A. — 3 habeat *om.* C. — 4 spacium *om.* AD; — dies *om.* D; — uero] autem D. — 6 spacium *om.* AC. — 7 istorum A. — 9 super punctum *a* A. — 10 scribetur ACD; — solum C. — 11 tenet 7 dies] dies continet 7 dies A, continet dies 7 dies C

ματι μεταξὺ τῶν γραμμῶν ἐκεινῶν τῶν συρεισῶν δι' ἐκείνων τῶν τριῶν διασΊημάτων γραφήτω Ἰανουάριος μὲν ἐν τῷ ἀνωτέρω διασΊήματι ἐκείνων τῶν τριῶν, αἱ ἡμέραι δὲ τοῦ Ἰανουαρίου μηνὸς ἐν τῷ κατωτέρω, ἐν δὲ τῷ μέσῳ διασΊήματι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν.

24. Καὶ ὀπΊέον εἰ ὁ μὴν ἕξει $\overline{\lambda}$ ἡμέρας, καὶ διαιρείσθω τότε εἰς $\overline{\varsigma}$ μέρη ἴσα, καὶ ἕκασΊον διάσΊημα διαιρείσθω εἰς $\overline{\varepsilon}$ ἡμέρας, καὶ ἔσονται $\overline{\lambda}$. ἐὰν δὲ ὁ μὴν περιέχει $\overline{\lambda\alpha}$ ἡμέρας, τότε πρῶτον διαιρείσθω μιᾶς ἡμέρας κατὰ τὸν εἰκασμὸν τὸν ἐγγίζοντα τῇ ἀληθείᾳ, καὶ τὸ ἐπιλοιπον διάσΊημα διαιρείσθω εἰς $\overline{\varsigma}$ διασΊήματα, καὶ ἕκασΊον τούτων τῶν $\overline{\varsigma}$ εἰς $\overline{\varepsilon}$ κατὰ τὸ πρότερον.

25. Ἀκολούθως θεωρηθήτω ἐν τῇ αὐτῇ θέσει ἐν ποίᾳ μοίρᾳ Ἰχθύων ἄρχεται ὁ Μάρτιος, καὶ ἐπ' ἐκείνην τὴν μοῖραν καὶ τὴν Α σΊιγμὴν ἐκτεθήτω πῆχυς, καὶ συρέσθω γραμμὴ ὡς πρότερον. καὶ ἔσΊαι διάσΊημα ἐν ᾧ γραφήσεται Φευρουάριος, ὡς μόνος $\overline{\kappa\eta}$ ἡμέρας ἔχων· ὅθεν δύναται ‹διαιρεῖσθαι› εἰς $\overline{\delta}$ μέρη ἴσα, ὧν ἕκασΊον κρατεῖ ἡμέρας $\overline{\zeta}$.

1 συρέντων. — 2 Ἰαννουαρ (item 3). — 11 A *om.* — 12 ἔσΊω. — 13 διαιρεῖσθαι addidi.

26. Postea uideatur in quo gradu Arietis incipit Aprilis, et ponatur regula sicut prius et erit spacium Marcii cum diebus et numero dierum.

27. Postea fiat ita de omnibus aliis mensibus. Et sciendum quod December et Iunius debent scribi ita quod una medietas illorum scribatur inferius in medietate inferiori et alia medietas in medietate superiori, ad significandum quod in duabus medietatibus 2 illorum mensium ascendit Sol in zodiaco et in duabus descendit. Et sicut scribuntur menses in parte inferiori cursoris, ita scribantur in parte superiori.

28. Et si quadrans est magne quantitatis, tot sint spacia sub mensibus quot sunt dies in mense, ut tantum linee continentes quinos dies vel 6 vel 7 protrahantur occupando duo spacia, ut melius scribantur numeri dierum et dis-

1 videas C. — 2 Marcii] *om.* C, quo scribetur Martius A; — dierum] A *add.* : Et postea ponatur regula super gradum Tauri in quo incipit Maius et protrahatur linea sicut prius. — 4 ipsorum D. — 4-5 in... medietas *om.* D. — 5 signandum C. — 6 duabus] illis A. — 6-7 et in duabus] et in aliis duabus medietatibus A, et in aliis 2^{bus} D. — 7 sicut *om.* A; — inferiori] *r add.* D. — 8 scribuntur A. — 9 est ita magne quantitatis quot tot A; — sunt D. — 10 tantum] cum ACD; — vel 7] vel 8 A. — 10-11 protrahentur B.

---

26. Εἶτα θεωρηθήτω ἐν ποίᾳ μοίρᾳ τοῦ Κριοῦ ἄρχεται ὁ Ἀπρίλλιος, καὶ κείσθω ὡς πρότερον, καὶ ἔσται διάστημα ἐν ᾧ γραφήσεται Μάρτιος μετὰ τῶν ἡμερῶν αὐτοῦ καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἡμερῶν. ἔπειτα τεθήτω πῆχυς εἰς τὴν μοῖραν τοῦ Κριοῦ ἐν ᾧ ἄρχεται ὁ Ἀπρίλλιος, καὶ συρέσθω γραμμὴ ὡς πρότερον.

27. Μετὰ ταῦτα γενέσθω καθὼς περὶ τῶν ἄλλων μηνῶν. ἰσέον δὲ ὅτι ὁ Δεκέμβριος καὶ Ἰούνιος ὀφείλουσι γράφεσθαι οὕτως· τὴν μὲν μίαν μεσότητα αὐτῶν † γράφεσθαι τὴν κάτωθεν οὖσαν δηλαδὴ ἐν μεσότητι κατωτέρω, τὴν δὲ ἄλλην μεσότητα ἐν μεσότητι ἀνωτέρω, πρὸς τὸ δηλῶσαι ὅτι ἐν ταῖς δυσὶ μεσότησιν ἐκείνων τῶν μηνῶν ἀναβαίνει ὁ ἥλιος ἐν τῷ ζωδιακῷ, καὶ ἐν ταῖς δυσὶ καταβαίνει. καὶ ὥσπερ γράφονται οἱ μῆνες ἐν τῷ κατωτέρω μέρει τοῦ δρομέως, οὕτω γραφήτωσαν καὶ ἐν τῷ ἀνωτέρω μέρει.

28. Καὶ εἴ γε τὸ τετράγωνον μεγάλης ποσότητός ἐστιν, ἀλλὰ τὰ διαστή-

2 ἔστω; — Μάρτιος] Μάιος. — 10 ἀναβαίνειν. — 11 οἱ] ἡ; — δρόμου.

tinguantur inter se. Et linee distinguentes dies non occupent nisi unum spacium. Si autem quadrans non fuerit magne quantitatis, ponatur unum spacium pro 2 diebus vel 3, secundum possibilitatem quantitatis cursoris. Et hec de cursore dicta sufficiant.

29.

Inicia dierum mensium.		*Signa*	*Grad.*	*Min.*
Inicium primi diei	Marcii	Pisces	16	53
—	Aprilis	Aries	17	15
—	Maii	Taurus	16	13
—	Iunii	Gemini	16	47
—	Iulii	Cancer	14	37
—	Augusti	Leo	14	30
—	Septembris	Virgo	14	35
—	Octobris	Libra	14	13
—	Novembris	Scorpius	15	30
—	Decembris	Arcitenens	15	52
—	Ianuarii	Capricornus	17	34
—	Februarii	Aquarius	18	52

Hec [precedens] tabula docet in quo loco sit Sol in iniciis mensium, hoc est antequam aliquid istorum sit pertransitum; et hoc ideo ut sciatur primus trac-

1-2 unum spacium] duo unum A. — 2 magne quantitatis] magnitatis D. — 2-3 ponatur... quantitatis *om.* C. — 3 quantitatis] quadrantis et A. — 5 *Tabulam* (5-17) *om.* BD; — mensium *om.* A. — 7 Aries | 17 | 35 | A. — 13 Libra | 15 | 26 | A. — 17 Aquarius | 18 | 53 | A. — 18 precedens *om.* ACD; — in iniciis] inicium C; — est] autem A, est autem C. — 19 transitum A.

ματα τοσαῦτα ἔσται τῶν μηνῶν ὅσαι εἰσὶν αἱ ἡμέραι ἐν τῷ μηνί, ὡς ἂν ὦσιν αἱ γραμμαὶ ζευγνύουσαι ε̄ ἡμερῶν ἢ ς̄ ἢ ζ̄. καὶ συρέσθωσαν ὥστε καταλαβεῖν δύο διαστήματα, καὶ τοὺς ἀριθμοὺς κρεῖττον καταγραφῆναι δυνηθῆναι· ÷ διαστιζέσθωσαν δὲ ἐν ἑαυταῖς αἱ γραμμαὶ αἱ διαστίζουσαι τὰς ἡμέρας, ἑκάστη ἴδιον ἐν διάστημα. εἰ δὲ τὸ τεταρτημόριον οὐκ ἔστι μεγάλης ποσότητος, τεθήτω ἐν διάστημα ἀντὶ δύο ἢ τριῶν ἡμερῶν κατὰ τὴν δύναμιν τῆς ποσότητος τοῦ δρομέως. καὶ ταῦτα λεχθέντα ἀρκείτωσαν.

6 τριώνων.

tatus iniciorum mensium in astrolabio et quadrante secundum hos gradus pertransitos.

30. Consequenter fiat scala altimetra sicut patet in quadrante, et fiat sic : linea *ak*, que est ab *a* usque ad cursorem, si quadrans cursorem habeat, vel ab *a* usque ad *k*, si non habeat cursorem, diuidatur in 2 partes equales. Et in puncto medie diuisionis ponatur pes circini immobilis, et alius pes extendatur usque ad punctum iuxta *a* in angulo; et tunc ille pes mobilis secundum situm in quo tetigerit dictum punctum, motu suo signet duo puncta in lineis descendentibus iuxta latera quadrantis et a puncto *q*, si est cursor, vel in contactu linee medie cum superiori circumferenciali linea in limbo, si non est cursor, protrahantur due linee recte, et iuxta illas alie due occupantes 2 spacia.

31. Et utraque linea diuidatur in 12 partes equales, et protrahantur linee

3 scala] tabula D. — 5 ab *a* usque ad *k*] a *k* usque ad *a* A, ab *a* usque ad *r* (*haud male*) C, ab *a* usque ad *k* limbum D; — habet A; — equales *om.* BC. — 6 ponatur unus pes A; — et *om.* C. — 8 situm] motum A; — tetigit A; — et signet A. — 9 descendentibus] 37 *add.* C; — *q*] *k* ACD; — in] a D. — 10 cum *om.* D, cum superiori *om.* A; — si autem non A. — 11 due *post.*] *om.* A, linee *add.* C; — spacia] linee recte spacia B.

---

30. Ἀκολούθως γενέσθω κλίμαξ ὑψίμετρος, ὡς φαίνεται ἐν τῷ τεταρτημορίῳ, καὶ γενέσθω οὕτως· γραμμὴ AK, ἥτις ἐστὶν ἀπὸ τοῦ A μέχρι καὶ τοῦ δρομέως, ἐὰν τὸ τετράγωνον ἔχῃ δρομέα, ἢ ἀπὸ τοῦ A ἕως τοῦ K, εἰ δὴ οὐκ ἔχει δρομέα, διαιρείσθω εἰς δύο μέρη. καὶ ἐν τῇ σιγμῇ τῆς μέσης διαιρέσεως τεθείσθω ποὺς διαβήτου ἀκίνητος, ὁ δὲ ἕτερος ποὺς ἐκταθήτω μέχρι καὶ τοῦ κέντρου . . . . . τῇ ἰδίᾳ κινήσει, σημειωσάτω τὰ κέντρα ἐν γραμμαῖς καταβαινούσαις κατὰ τὰ πλευρὰ τοῦ τετραγώνου. καὶ ἀπὸ μὲν τῆς K σιγμῆς, εἰ ἔστιν ὁ δρομεύς, ⟨ἢ⟩ μετὰ τῆς ἀφῆς τῆς μέσης γραμμῆς τῆς οὔσης ὑπεράνω κυκλοφεροῦς ἐν τῇ ἴτυι, εἰ δὴ οὐκ ἔστι δρομεύς, συρέσθωσαν εὐθεῖαι, καὶ κατ' ἐκείνας ἕτεραι δύο καταλαμβάνουσαι δύο διαστήματα.

31. Ἑκατέρα δὲ γραμμὴ διαιρείσθω εἰς $\overline{\iota\beta}$ μέρη ἴσα, καὶ συρέσθωσαν γραμ-

3 δέ. — 4 σιγμῇ] γραμμῇ. — 6 Lacunam statui. — 8 ἢ addidi. — 9 δέ.

illas diuisiones designantes. Et spacia inter lineas ex utraque parte intercepta dicimus *puncta*, et scribuntur superius numeri punctorum incipiendo a lateribus quadrantis [et non a cono scale altimetre]. Deinde in puncto *a* ponatur clauus subtilis cui alligemus filum de serico [subtili], in cuius fili extremitate ponatur perpendiculum de plumbo uel alterius rei ponderose. Et margarita perforata moueatur super filum de loco ad locum. Et erit completa compositio quadrantis.

Sequitur de utilitatibus quadrantis in geometricis et astronomicis per quatuor tabulas eius et e contra.

32. Dicto de compositione quadrantis, dicendum est de utilitatibus et operationibus [quadrantis], que habentur per eum.

2 dicimus] dicuntur ACD; — scribatur A, scribantur CD; — numerus A; — punctorum ipsorum D. — 3 et. . . altimetre] *om.* CD, et diuidendo iuxta artem lineam mediam quadrantis A; — conus *idem valet quod* cuneus *hic et infra.* — 4 allegemus C, alligetur D; — de] inde C; — subtili *om.* D, subtile C. — 5 ponamus A; — vel de alt. r. p. materia D. — 6 super filum *om.* A. — 8-9 *De utilitatibus quadrantis* C, *Sequitur de usu quadrantis et primo de altitudine Solis* D. — 11 quadrantis *om.* AD; — eum] ipsum C.

μαὶ ἐκείνας τὰς διαιρέσεις σημειούμεναι. τὰ δὲ διασλήματα, τὰ ἐν ταῖς γραμμαῖς ἐξ ἑκατέρου μέρους ἐμπεριειλημμένα, λέγεται κέντρα· ἀνωτέρω δὲ γραφήτωσαν οἱ ἀριθμοὶ τῶν σλιγμῶν ἐν τῷ ἄρχεσθαι ἀπὸ τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου, διαιρῶν κατὰ τέχνην τὴν μέσην γραμμὴν τοῦ τετραγώνου. μετὰ ταῦτα ἐν τῷ κέντρῳ τοῦ A κλεὶς τεθείσθω λεπλή, ἣν δεσμεύσομεν μίτῳ ἀπὸ μετάξης λεπλῆς· οὗ μίτου τῇ ἄκρᾳ θῶμεν κάθετον ἀπὸ μολίβδου ἤ τινος ἑτέρου πράγματος ἔχοντος βάρος. καὶ μαργαρίτης τετρυπημένος κινηθήτω ἐπὶ τὸ ῥάμμα ἐκ τόπου εἰς τόπον. καὶ οὕτως ἔσται τετελεσμένη ἡ σύνθεσις τοῦ τετραγώνου.

Περὶ τῆς ὠφελείας του τεταρτημορίου καὶ ἐργασίας.

32. Λεχθέντος τοίνυν περὶ τῆς συνθέσεως τοῦ τετραγώνου, λεκτέον καὶ περὶ τῶν λυσιτελειῶν καὶ ἐνεργειῶν αἵτινες γίνονται δι' αὐτοῦ.

2-3 γραφείτωσαν.

33. Si igitur uelis scire altitudinem Solis in omni hora per quadrantem, pone punctum *a* quadrantis versus Solem et punctum *c* uersus te, et dimitte radium Solis pertransire per ambo foramina duarum tabularum perforatarum. Et uide quem gradum ex gradibus in lymbo abscindat perpendiculum, et respice numerum graduum scriptum superius, et numerus graduum ostendet tibi altitudinem Solis

Ad inueniendum in quoto gradu signi sit Sol, ex die mensis per cursorem.

34. Si uis scire in quoto gradu signi sit Sol per cursorem, respice in quo mense es et in quoto die illius mensis, et pone filum cum perpendiculo super illum diem in cursore, et nota super quod signum sub illo mense et super

3 pertransire *om.* A, transire CD; — perforatarum *om.* D. — 4 ex] in A; — in lymbo] limbi A. — 5 scriptum] sumptum ABC. — 7 *Titulum om.* C, *De gradu solis per diem mensis inueniendo* D. — 8 uis] uelis ACD; — quoto] quo A. — 9 mense es] in menses B; — cum perpendiculo] perpendiculi A, perpendiculum C, seu perpendiculum D. — 10 sub] in A.

---

33. Εἰ τοίνυν θέλεις γνῶναι τὸ ὕψος ἡλίου ἐν πάσῃ ὥρᾳ διὰ τοῦ τετραγώνου, θὲς σλιγμὴν A † τετραγωνικὴν περὶ τὸν ἥλιον καὶ σλιγμὴν Γ περὶ τὸ $\overline{\text{τε}}$, καὶ ἄφες τὴν ἀκτῖνα τοῦ ἡλίου διελθεῖν διὰ τῶν δύο μικρῶν τρυπημάτων τῶν δύο θέσεων. καὶ ἴδε ποίαν μοῖραν ἐν τῇ ἴτνι διαιρεῖσθαι διὰ τῆς καθέτου, καὶ βλέπε τὸν ἀριθμὸν τῶν μοιρῶν τὸν ἀνωτέρω ληφθέντα, καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν μοιρῶν δείξει σοι τὸ ὕψος τοῦ ἡλίου.

Πρὸς τὸ εὑρεῖν ἐν ποίᾳ μοίρᾳ ἐσλὶν ὁ ἥλιος.

34. Εἰ θέλεις γνῶναι ἐν ποίᾳ μοίρᾳ τοῦ ζωδίου ὁ ἥλιός ἐσλι διὰ τοῦ δρομέως, βλέπε ἐν τίνι μηνὶ ὑπάρχεις καὶ πόσῃ ἡμέρᾳ τοῦ μηνὸς ἐκείνου, καὶ θὲς τὸν σπάρτον τῆς καθέτου ἐπ' ἐκείνην τὴν ἡμέραν τοῦ δρομέως, καὶ σημείωσα ἐν τίνι ζωδίῳ ὑπ' ἐκείνῳ τῷ μηνί, καὶ ἐπὶ πόσῃ μοίρᾳ ἐκείνου τοῦ ζωδίον πίπλει

2 τὸ $\overline{\text{τε}}$ h. e. « te ». — 4 μοῖρα: — καθέκτου. — 9 ὑπάρχει. — ἡμετέρα. — 10 δρόμου.

quem gradum illius signi cadit filum, quia in illo signo et in illo gradu illius signi erit Sol.

De gradu Solis inueniendo ex die mensis dato per quatuor tabulas eius et e contra.

35. Si uelis scire in quo gradu signi sit Sol per tabulas factas ad quadrantem, vide in quoto die mensis es et in quoto mense anni.

36. Et scire debes quod quatuor sunt tabule : prima est ad annum bisextilem, secunda est ad annum primum post bisextum, tercia ad annum secundum post bisextum, quarta ad annum tercium post bisextum.

37. Quere igitur tabulam respondentem anno in quo es, uerbi gracia, si tu es in anno bisextili, intres ad tabulam ad annum bisextilem, et sic deinceps :

1-2 cadit... signi *om.* A; — signo... signi] gradu et in illo signo D. — 3 *Capitulum om.* D; — *Titul. om.* C. — 4 per quasdam tabulas A. — 4-5 quadrantem] quantitatem A. — 5 in quo die A. — 8 quarta... bisextum *om.* B. — 9 uerbi gracia *scripsi*, vl'g B, volo dicere AC. — 10 intres in tabula C.

τὸ ῥάμμα ὃ λέγεται σπάρτος· ἐν ἐκείνῳ γὰρ τῷ ζωδίῳ καὶ ἐν ἐκείνῃ τῇ μοίρᾳ ἔσται ὁ ἥλιος.

35. Πρὸς τὸ γνῶναι ἐν τίνι μοίρᾳ ἐστὶν ὁ ἥλιος διά τινων θέσεων γεγονυιῶν ἡνωμένων πρὸς τὸ τετράγωνον, ⟨ἴδε⟩ ἐν πόσῃ ἡμέρᾳ ὑπάρχεις καὶ πόσῳ μηνὶ τοῦ ἔτους.

36. Ὀφείλεις εἰδέναι ὅτι τέσσαρές εἰσι θέσεις· καὶ πρώτη μὲν θέσις ἐστὶ πρὸς τῷ ἄνῳ τῶν βισεξστικῶν· δευτέρα δὲ πρὸς τὸν πρῶτον χρόνον μετὰ τὸν βίσεξστον· τρίτη πρὸς χρόνον δεύτερον μετὰ τὸ βίσεξστον· τετάρτη δὲ πρὸς χρόνον τρίτον μετὰ τὸ βίσεξστον.

37. Τούτων οὕτως ἐχόντων, ζήτει θέσιν ἀποκρινομένην ἄνῳ ἐν ᾗ ὑπάρχεις. εἴ γε σὺ ὑπάρχεις ἐν ἔτει βισεξστικῷ, εἴσελθε εἰς τὴν θέσιν πρὸς τὸ βισεξστικὸν ἔτος, λέγω δὴ ἐν τῇ πρώτῃ γραμμῇ τῆς θέσεως, μετὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἡμερῶν † τῶν μηνῶν ἐν ᾧ τυγχάνεις· εἰ μὲν γὰρ ὑπάρχεις ἐν τῇ δὴ ἡμέρᾳ

1 ῥάμα. — 4 ἴδε addidi. — 7 ἄνῳ h. e. « anno » (item 10). — 8 βίσεξτον (posterius : item 9).

et intrabis in primam lineam tabule cum numero dierum mensis in quo es, ut si in quarto die es, intra cum 4, si in quinto die es, cum 5 et sic de aliis.

38. Et in superiore capite tabule inquire mensem in quo es, et descende sub illo mense directe in oppositum numeri dierum cum quo intrasti, et nu-
5 merus in angulo coni respiciente numerum cum quo intrasti primo et mensem in quo es, ostendet tibi signum et numerum graduum in quo Sol est.

De declinatione Solis habenda per cursorem.

39. Si uis scire declinationem Solis et que sit distancia eius ab equinoctiali per cursorem, pone filum super principium Arietis et Libre, et nota gradum

1 dierum] diei C. — 2 intrabis A; — die es *om.* A. — 3 Et *om.* A; — tabule *om.* A; — menses B; — descendendo C. — 4 sub illo mense *om.* A; — oppositum eius numerum dierum mensis cum A; — cum *om.* B; — intrasti primo A. — 5 coni *om.* A, communi C; — et in mensem B. — 6 signum et *om.* C, gradum et A; — Sol est] Solem B. — 7 *Titul. om.* C, habenda *om.* D; — cursorem] quadrantem B. — 8 Si uelis ACD. — 9 principium... Libre] gradum in quo est Sol secundum artem iam dictam A.

τοῦ μηνός, εἴσελθε μετὰ δ̄· εἰ δὲ ἐν τῇ ε̄, εἴσελθε μετὰ ε̄, καὶ οὕτως ἑξῆς περὶ τῶν ἄλλων.

38. *Καὶ εἰ μὲν ἐν τῇ ἀνωτέρω κεφαλῇ τῆς θέσεως ὑπάρχεις, ζήτει τὸν μῆνα ἐν ᾧ ὑπάρχεις, καὶ κάτελθε ἀπ' ἐκείνου ἐπ' ἐκεῖνο τὸ ὀρθῶς ἀντικείμενον*
5 *τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἡμερῶν μεθ' οὗ εἰσῆλθες, καὶ ὁ ἀριθμὸς ὁ ἐν γωνίᾳ † πάσῃ, ἀποβλέποντος τὸν ἀριθμὸν μεθ' οὗ εἰσῆλθες πρώτως καὶ τὸν μῆνα ἐν ᾧ ὑπάρχεις, δείξει σοι τὸ ζώδιον καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν μοιρῶν αὐτοῦ ἐν ᾧ ὁ ἥλιός ἐστιν.*

Περὶ τῆς ἐγκλίσεως τοῦ ἡλίου καὶ τῆς τούτου διαστάσεως
10 *ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ.*

39. *Εἰ θέλεις γνῶναι τὴν ἔγκλισιν τοῦ ἡλίου καὶ πόση ἐστὶν ἡ διάστασις αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ διὰ τοῦ δρομέως, θὲς τὸν σπάρτον ἐπὶ τὴν μοῖραν*

7 μερῶν. — 10 ἰσημερηνοῦ.

in lymbo super quem cadit perpendiculum. Deinde pone iterum filum super gradum in quo est Sol secundum artem iam dictam et nota gradum in lymbo super quem cadit perpendiculum et computa quot sint gradus in lymbo inter primum gradum et ultimum, et tanta erit declinacio Solis.

5 *De declinatione Solis habenda per tabulas.*

40. Et si uelis idem per tabulam, cum gradu Solis iam inuento intra in primam lineam tabule declinationis, et quere signum in quo est Sol in superiori capite tabule, et accipe e directo numerum signi cum quo intrasti declinationem Solis et habebis declinationem Solis certissime ad diem in quo 10 accepisti gradum Solis.

De latitudine regionis habenda per altitudinem Solis meridianam.

41. Si autem uis scire latitudinem regionis id est distanciam cenith ab

1 super... perpendiculum] ubi cadat filum C, super quem cadit filum A; — iterum *om.* C. — 1-2 Deinde... dictam] Et postea pone filum super lineam mediam cursoris A. — 3 perpendiculum et] filum et postea appone filum super lineam mediam cursoris, et tunc nota super quem gradum in limbo cadat perpendiculum. Deinde D; — computa] nota A. — 4 Solis *om.* C. — 5-11 *Capitulum om.* D. — 5 *Titul. om.* C; — declinatione *scripsi*, altitudine B. — 6 idem] scire A. — 6-7 in prima linea C. — 7 declinationis *om.* A. — 8 capite] parte A; — et habebis ex directo A. — 9 in] anni A. — 11 *habenda... meridianam*] *inuenienda* D; — *meridianam*] *meridiei* C. — 12 uis] uelis A.

ἐν ᾗ ἐσῖιν ὁ ἥλιος κατὰ τὴν ωροῤῥηθεῖσαν τέχνην, καὶ σημείωσαι τὴν μοῖραν ἐν τῇ ἴτυι ἐφ' ἣν ωεσεῖται ὁ σπάρτος..... ἐπὶ τὴν μέσην γραμμὴν τοῦ δρομέως καὶ σημείωσαι ἐφ' ἣν μοῖραν ἐν τῇ ἴτυι ωίπῖει ἡ κάθετος· καὶ ψήφισον ωόσαι εἰσὶν αἱ μοῖραι ἐν τῇ ἴτυι μεταξὺ τοῦ ωρώτου σημείου καὶ τοῦ δευτέρου, 5 καὶ ἔσῖαι τοσαύτη ἡ ἔγκλισις τοῦ ἡλίου.

Πρὸς τὸ γνῶναι τὸ ὕψος ἑκάσῖου ωεριχώρου.

41. Εἰ θέλεις γνῶναι τὸ ωλάτος τῆς χώρας, τουτέσῖι τὴν διάσῖασιν τοῦ κατὰ κορυφὴν ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ, ἤγουν ὁπόσον ἐπαίρεται ὁ ωόλος, ὅπερ

2 Lacunam statui. — 3 ψήφησον. — 8 ἰσημερινοῦ] χειμερινοῦ τροπικοῦ.

equinoctiali siue altitudinem poli, quod idem est, altitudinem Solis accipies in meridie Sole existente in principio Arietis uel Libre. Et illam altitudinem subtrahe de 90 gradibus, et residuum erit latitudo regionis siue altitudo poli.

42. Vel sic : Accipe altitudinem Solis in meridie, et de altitudine Solis subtrahatur Solis declinatio eiusdem diei, si Sol est in signis septemtrionalibus, vel addatur si Sol sit in signis meridionalibus, et quod post subtractionem uel additionem remanserit subtrahatur a 90 gradibus, et habes latitudinem regionis siue altitudinem poli.

43. Vel sic : Accipe altitudinem alicuius stelle fixe notabilis iuxta polum quando est in maiori altitudine de nocte, et altitudinem eiusdem stelle quando est in minori altitudine in eadem nocte uel alia ; et minor altitudo subtraha-

1 accipe A. — 2 Solo B; — uel] et A. — 3 de] a A. — 4 Solis (*prius*) *om.* C; — meridie] cuiuscunque diei *add.* D; — et de] latitudine de nocte et *add.* C. — 5 eiusdem diei *om.* A. — 6 si Sol sit] si est A, si Sol est C. — 6-7 uel additionem *om.* A. — 7-8 habes... poli] residuum erit (est D) latitudo regionis siue altitudo poli AD. — 9 Accipe] considera C. — 10 nocte] et ille seruetur *add.* D; — et] accipe etiam AD. — 10-11 quando ipsa est minima siue in minori sua altitudine D. — 11 vel in alia D; — et tunc minor D.

ταὐτόν ἐστι, τὸ ὕψος τοῦ ἡλίου λάβε ἐν τῇ μεσημβρίᾳ, ἡλίου ὑπάρχοντος ἐν Κριῷ ἢ Ζυγῷ, ἐκεῖνο δὲ τὸ ὕψος ἄφελε ἀπὸ τῶν ζ̄ μοιρῶν τοῦ τεταρτημορίου, καὶ τὸ ἐγκαταλειφθὲν ἔσται πλάτος τῆς περιχώρου ἢ ἡ ἔπαρσις τοῦ πόλου τοῦ κόσμου.

42. Ἡ οὕτως· λάβε τὸ ὕψος τοῦ ἡλίου ἐν μεσημβρίᾳ, καὶ περὶ τὸ ὕψος τοῦ ἡλίου ὑφελέσθω ἡ ἔγκλισις τοῦ ἡλίου τῆς αὐτῆς ἡμέρας, καὶ εἰ μὲν ὁ ἥλιός ἐστιν ἐν ζωδίοις βορείοις, ὑφελέσθω, εἰ δὲ ἐν ζωδίοις μεσημβρινοῖς ἐστι, προστεθήτω· ὥστε μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν ἢ πρόσθεσιν τὸ ἀπολειφθὲν ἀφαιρεθείτω ἀπὸ τῶν ζ̄ μοιρῶν, καὶ ἕξεις τὸ πλάτος τῆς χώρας ἢ τὸ ὕψος τοῦ πόλου.

43. Καὶ ἄλλως· λάβε τὸ ὕψος † τοῦ τοιούτου ἄστρου, εἰ βούλει, ἀπλανοῦς σεσημειωμένου περὶ τὸν πόλον, ὁπότε ἐστὶν ἐν μείζονι ὕψει· πάλιν λάβε τὸ ὕψος τοῦ τοιούτου ἄστρου, ὅτε ἐστὶν ἐν ὀλίγῳ ὑψώματι κατὰ τὴν αὐτὴν νύκτα·

1 τῷ ὕψει; — μεσημβρίᾳ] μοίρα. — 3 ἐγκαταληφθέν. — 3-4 τοῦ κόσμου ante ἢ (3) ponitur. — 7 ὑφελείσθω. — 11 ὕψει] ὕψος.

tur de maiori et medietas differencie addatur altitudini minori, et quod inde prouenit est altitudo poli sine latitudo regionis.

Ad inuentionem hore [naturalis] per quadrantem cum cursore.

44. Si autem uis scire horas diei in omni regione, uide latitudinem regionis
5 siue altitudinem poli, ut dictum est, que est in Montepessulano 44 grad. fere et Parisius 48 grad. Et computa tot gradus in limbo quadrantis, incipiendo a latere quadrantis super quod infixe sunt tabule perforate. Et ubi numerus ille terminabitur, moue cursorem donec principium Arietis cadat sub ipso perpendiculo directe, et talis situs cursoris quadrantis erit in regione illa.

2 prouenerit ACD: — est] erit A. — 3 *Rubricum om.* C, *Inuentio hore naturalis per quadrantem cum cursore* D. — naturalis *seclusi*. *oporteret* artificialis. — 4 uis] uelis A. — 5 siue] seu C: — *at om.* B. — que est *om.* C: — fere] terre A. — 6 et Par.] Parisius uero D: — grad. *om.* A. — 8 terminatur AD: — ipso *om.* A. — 9 cursoris *om.* BD: — quadrantis *om.* C: — erit] est perpetuus D, erit eternus A.

καὶ τὸ ἐλάτιον ὕψος ἠφαιρήσθω ἐκ τοῦ μείζονος καὶ προσιεθήτω ἡ μεσότης τῆς διαφορᾶς τῷ μικρῷ ὑψώματι· ὅ ἐστι τὸ ὕψος τοῦ πόλου ἢ τὸ πλάτος τῆς χώρας.

Πρὸς τὸ ἔχειν ὥρας ἑκάστης ἡμέρας ἐν πάσῃ χώρᾳ.

5 44. Εἰ θέλεις γνῶναι τὰς ὥρας τῆς φυσικῆς ἡμέρας ἐν πάσῃ χώρᾳ, βλέπε τὸ πλάτος ἢ τὸ ὕψος τοῦ πόλου ὡς εἴρηται, ὅπερ ἐστὶν εἰς τὸ Ὅρος τὸ Πεσουλανόν τε, $\overline{\mu}$ γὰρ πρὸς τοῖς τέσσαρσίν εἰσι σχεδὸν μοίραις, καὶ εἰς τὸ Παρίσιον, $\overline{\mu\eta}$ μοίραις σχεδόν· καὶ ψηφίσον τοσαύτας μοίραις ἐν τῇ ἴτυι τοῦ τεταρτημορίου, ἀρχόμενος ἀπὸ τοῦ δεξιοῦ πλευροῦ (ἤγουν τοῦ τεταρτημορίου τῆς ὀρθῆς
10 σκιᾶς) ἐν ᾧ αἱ θέσεις ἐπάγησαν δηλαδὴ αἱ τετρυπημέναι· ὅπου γὰρ ἐκεῖνος ὁ ἀριθμὸς τελειωθήσεται, κίνει τὸν δρομέα ἔσθ' ἂν ἡ ἀρχὴ τοῦ Κριοῦ πεσεῖται ἐπ' αὐτῷ διὰ τῆς καθέτου ὀρθῶς· ἡ γὰρ τοιαύτη θέσις τοῦ τεταρτημορίου ἔσται ἐν τῇ χώρᾳ.

1 καὶ *bis*] ἡ. — ἠφαιρέσθω. — 10 τρυπημέναι.

45. Vel sic : Accipe altitudinem Solis in meridie, et non moueas perpendiculum a situ in quo cadet, et moue cursorem donec dies in cuius meridie accepisti altitudinem cadat sub perpendiculo; et iste erit situs cursoris perpetuus in illa regione.

46. Cum igitur cursor fuerit sic dispositus, pone perpendiculum super diem cuius horam uis habere, et trahe margaritam donec cadat super lineam circumferencialem ultimam que est finis 6e hore; post hoc dimitte radium Solis transire per utrumque foramen, et nota locum margarite in horis, quoniam ipsa ostendit tibi horam diei in qua es. Si enim cadat super lineam primam circumferencialem, erit prima hora completa; si super secundam, secunda hora erit completa, et sic deinceps.

2 a quo cadat A; — cadit D. — 3 erit *om.* A; — cursoris] in regione *add.* — 7 ultimam que est finis *om.* A. — 8 transire] intrare A; — foramen] duarum tabularum *add.* A. — 9 ostendet AD, ostendat C; — dies D; — in quo ACD. — 10 primam *om.* D. — 10 completa *om.* ACD. — 11 hora erit completa] *om.* AD, erit C.

---

45. Καὶ ἄλλως· λάβε τὸ ὕψος τοῦ ἡλίου ἐν τῇ μεσημβρίᾳ, μηδὲν κινήσας τὴν κάθετον πρὸς τὴν θέσιν αὐτῆς ἐν ᾧ πεσεῖται, κίνει δὲ τὸν δρομέα ἕσ' ἂν ἡ ἡμέρα [οὗ] ἧς ἐν τῇ μεσημβρίᾳ λαμβάνεται τὸ ὕψος, πεσεῖται ἐπὶ τὴν κάθετον· καὶ τοῦτό ἐστιν ἡ θέσις τοῦ δρομέως ἐν ᾧ πεσεῖται ἡ κάθετος ἐν ἐκείνῃ τῇ χώρᾳ.

46. Ἐπεὶ τοίνυν ὁ δρομεὺς ἐκεῖνος ἔσται οὕτω † διατεθήσεται, θὲς τὴν κάθετον κατὰ τὴν ἡμέραν ἧς τὴν ὥραν θέλεις γνῶναι, καὶ σῦρον τὸ μάργαρον ἕσ' ἂν πέσῃ εἰς τὴν γραμμὴν τῆς ἐσχάτης περιφερείας, ὅπερ ἐστὶν ὅρος τῆς ϛ^ης ὥρας· εἶτα ἐάσον τὴν ἀκτῖνα τοῦ ἡλίου διελθεῖν εἰς ἑκατέραν ὀπήν, καὶ σημείωσαι τὸν τόπον τοῦ μαργάρου ἐν ταῖς ὥραις· δείξει σοι γὰρ αὐτὸς τὴν ὥραν τῆς ἡμέρας ἐν ᾗ ὑπάρχεις. ἐὰν γὰρ πέσῃ ὁ μάργαρος ἐπὶ τὴν πρώτην γραμμὴν τῆς περιφερείας, ἔσται πρώτη ὥρα ἐν τούτῳ τῷ διασήματι μέχρι καὶ τῆς δευτέρας γραμμῆς· καὶ ἔστιν ἡ ἀρχὴ τῆς δευτέρας ὥρας μέχρι τῆς τρίτης, καὶ οὕτως ἑξῆς.

1 μεσημβρίᾳ] ἰσημερίᾳ (item 3). — 3 οὗ seclusi. — 14 ἕξεις.

Inuentio eiusdem hore per quadrantem sine cursore.

47. Si autem idem uis scire per quadrantem sine cursore, accipe in quatuor tabulis quadrantis gradum Solis, et cum gradu Solis in tabula declinationis accipe eius declinationem, et eam subtrahe de latitudine regionis in qua es, si fuerit Sol in signis septemtrionalibus, uel adde, si fuerit Sol in signis meridionalibus; et quod post subtractionem uel additionem remanserit, tene, et tot gradus computa in lymbo a latere quadrantis super quod infixe sunt tabule perforate; et pone perpendiculum ubi terminatur numerus, et moue margaritam usque ad horam meridionalem, et ille erit situs margarite ad talem diem; tunc permitte radium Solis transire per ambo foramina, et nota locum ubi cadit margarita, et habebis horam sicut prius.

De utilitatibus geometricis et primo in planimetria de altitudine.

48. Consequenter dicendum est de mensurationibus et primo de mensuratione altitudinum rerum.

49. Si uis ergo scire altitudinem alicuiùs magne rei accessibilis, respice

1 *Rubricam om.* C, *Capitulum totum* (1-12) *om.* D. — 2 uis scire] uelis habere A, uis C. — 3 quadrantis *om.* A. — 4 eius] solis A; — et eam] quam declinationem A; — 5 si Sol est A; — Sol (*post.*) *om.* A. — 6 uel additionem *om.* A; — remanserit] fuerit C. — 7 in lymbo *om.* A; — fixe A. — 9 horam] lineam C. — 10 dimitte A. — 11 et *om.* C. — 12 *De geometricis operationibus* C, *De altitudine accessibili* D. — 15 ergo *om.* ACD; — rei alicuius B; — magne *om.* ACD.

---

48. Ἀκολούθως ῥητέον καὶ περὶ μέτρων τῶν πραγμάτων καὶ πρῶτον περὶ τοῦ ὕψους αὐτῶν.

49. Εἰ θέλεις γνῶναί τινος ὕψωμα πραγμάτων προσχωρητόν, βλέπε τὸ ὕψος ἐκείνου δι' ἑκατέρων τῶν τρυπημάτων ἐν ἑνὶ ὀφθαλμῷ· εἶτα προσχώρησον πρὸς τὸ ζητούμενον τοῦ πράγματος ἐκείνου ἢ ἀποχώρησον τοσοῦτον τοῦ πράγματος ἔσῃ' ἂν ἡ κάθετος πέσῃ ἐπὶ τὴν γραμμὴν ‹μέσην› τοῦ τεταρτημορίου, τουτέστιν ἐπὶ τὰς $\overline{\mu\epsilon}$ μοίρας. ἐντεῦθεν λάβε τὸ ὕψος τοῦ σοῦ ὀφθαλμοῦ μέχρι

6 μέσην addidi.

altitudinem rei per ambo foramina uno oculo, et accede ad rem vel recede a re in tantum donec perpendiculum cadat super lineam mediam quadrantis id est super 45 grad. Deinde accipe altitudinem oculi tui usque ad plantam pedum, et tantum accipias retro te quantum est altitudo oculi tui ad terram et nota locum. Deinde mensura quot sunt pedes inter notam et fundamentum turris vel alterius rei mensurande, et habebis altitudinem eius.

50. Si uero res non est in loco plano, respice aliquod punctum in re mensuranda, perpendiculo cadente super lineam *a b* que est in sinistro latere quadrantis, et nota punctum. Et tunc non accipias altitudinem que est ab oculo tuo usque ad terram, sed illius [altitudinis siue altitudo] puncti notati a terra; tunc quantum est inter pedem tuum et rem mensurandam, tanta est altitudo a puncto notato superius computando; adde tunc illi altitudini altitudinem puncti notati a terra, et habebis quesitum.

1-2 vel recede a re *om.* A, et recede D. — 3 Et deinde A; — tui *om.* D. — 3-4 pedis A. — 4 quanta ACD; — usque ad AD. — 5 pedes *om.* C. — 6 turris vel alterius] altitudinis A. — 7 aliquem A. — 8 *ab*] a B. — 9 Et *om.* A; — accipies AD. — 10 altitudinis siue (siue B, sit AC) altitudo] *delevi* : sed loco illius altitudinis sit altitudo D. — 12 notata B

τῆς πλέυρης τοῦ οἰκείου ποδός· ἔκδεξαι δὲ τοσοῦτον ὀπίσω σου ὅσον ἐστὶ τὸ ὕψος τῆς γῆς ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ, καὶ σημείωσαι τὸν τόπον. μετὰ ταῦτα μέτρησον πόσα ἴχνη εἰσὶ τοῦ ποδὸς μέσον τοῦ σημείου καὶ τοῦ θεμελίου τοῦ πύργου ἢ ἑτέρου μέτρον λαμβάνοντος πράγματος, καὶ ἕξεις τὸ ὕψος αὐτοῦ.

50. Εἰ δὲ τὸ πρᾶγμα οὐκ ἔστιν ἐν τόπῳ πεδινῷ, βλέπε τινὰ σιγμὴν ἐν τῷ μετρουμένῳ πράγματι, † διὰ τῆς πιπλούσης καθέτου ἐπὶ τὴν γραμμὴν τὴν AB, ἥτις ἐστὶν ἐν τῷ ἀριστερῷ πλευρῷ τοῦ τεταρτημορίου, καὶ σημείωσαι τὴν σιγμήν. Ἀλλὰ τότε μὲν μὴ λάβῃς τὸ ὕψος ὅ ἐστιν ἀπὸ τοῦ ἰδίου ὀφθαλμοῦ μέχρι καὶ τῆς γῆς, † ἀλλ' ἐκείνου τοῦ ὕψους, ἔστω τὸ ὕψος τῆς σεσημειωμένης ἐκείνης σιγμῆς ἀπὸ τῆς γῆς. τότε ὅσον ἐστὶ μεταξὺ τοῦ ποδὸς † τὸ μετρούμενον πρᾶγμα, τόσον ἐστὶ τὸ ὕψος ἀπὸ τοῦ σεσημειωμένου κέντρου ὑψηλότερον· ἐν τῷ ψηφίζειν καὶ πρόσθες τότε ἐκείνῳ τῷ ὕψει ὕψωμα σεσημειωμένης σιγμῆς, καὶ ἕξεις τὸ ζητούμενον.

51. Vel sic : Respice summitatem alicuius rei per ambo foramina sicut prius, et considera super quem locum quadrantis cadat perpendiculum, et si ceciderit super latus umbre recte, sume numerum punctorum umbre recte, respiciendo super quotum punctum cadat perpendiculum. Si autem ceciderit super latus umbre verse, per numerum ipsorum punctorum umbre uerse diuide 144, et quod exierit post diuisionem sume.

52. Deinde mensura distanciam inter te et turrim, et quod fuerit in hac distancia multiplica per 12, et productum diuide per numerum punctorum umbre prius sumpte, et quod exierit, super illud adde quantitatem tue altitudinis, et illud quod remanserit erit altitudo turris.

1 respice] accipe A; — alicuius] altitudinis ACD, — rei *om.* A. — 2 super quod latus quadrantis cadat D; — cadit A. — 2-3 et si ceciderit *om.* B, et si steterit CD. — 3 recte, scilicet in dextro latere, sume CD; — sume... recte *om.* B. — punctorum *om.* CD; — umbre recte] umbre id est D. — 5 ipsorum *om.* A; — punctorum *om.* D. — 5-6 diuide per 144 B. — 6 post diuisionem *om.* A, — sume] tene A. — 7 turrim] altitudinem A. — 8 per 12 *om.* A *in lacuna.* — 9 sumptum A. — 10 illud *om.* A.

---

51. Ἡ οὕτως· βλέψον τὸ ἄκρον τοῦ ὕψους τοῦ πράγματος δι' ἀμφοτέρων τῶν τρυπημάτων, ὡς εἴρηται πρότερον, καὶ κατανόησον ἐφ' ὃν τόπον τοῦ τεταρτημορίου πίπτει ἡ κάθετος. καὶ εἰ μὲν πέσῃ ἐπὶ τὸ πλάτος τῆς ὀρθῆς σκιᾶς (ἐν τῷ δεξιῷ πλευρῷ), λάβε τὸν ἀριθμὸν τῶν κέντρων τῆς ὀρθῆς σκιᾶς, καὶ ἐν τῷ ἐπιβλέπειν ἐπὶ πόσην σημὴν πεσεῖν τὴν κάθετον. ἐὰν δὲ πέσῃ ἐπὶ τὸ πλευρὸν τῆς ἐσταλμένης σκιᾶς, δίελε [ἤγουν ἄφελε] $\overline{\rho\mu\delta}$ διὰ [τὸ] τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κέντρων τῆς † ὀρθῆς σκιᾶς, καὶ ὅσα ἐξέλῃς μετὰ τὴν διαίρεσιν φύλασσε.

52. Μετὰ ταῦτα μέτρησον τὴν διάστασιν τὴν οὖσαν μεταξὺ σοῦ τε καὶ τοῦ πύργου, καὶ ὅπερ ἐστὶν ἐν ταύτῃ τῇ διαστάσει, πολλαπλασίασον ἐπὶ τὸν $\overline{\iota\beta}$· καὶ τὸ προαχθὲν δίελε κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν κέντρων τῆς προληφθείσης σκιᾶς· καὶ εἰς ἐκεῖνο τὸ ἐξελθὸν πρόσθες τὴν ποσότητα τοῦ ὕψους, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἔσται ὕψος τοῦ τείχους.

3 ὀρθῆς] in margine : γρ. εὐθείας. — 5 ἐπί... κάθετον] in margine : γρ. καὶ ἐπὶ πόσην σκιὰν πεσεῖται ἡ κάθετος. — Scriptum est etiam in margine ad hunc locum male, ut videtur : ὅσον γάρ ἐστι μεταξὺ τῆς πλέρνης καὶ τοῦ πύργου· ἀναλόγως διπλάσιοι (!) ἐστὶ τὸ ἄνωθεν τοῦ πυργοῦ. — 6 ἤγουν ἄφελε et τὸ seclusi.

53. Item hoc idem fit, Sole lucente, per umbras sic : Expecta donec Sol fuerit in altitudine 45 graduum; tunc umbra cuiuslibet rei est equalis rei; mensura tunc umbram et habebis altitudinem rei. In aliis autem horis erit proportio umbre cuiuslibet rei ad rem sicut in eadem hora est proportio numeri punctorum umbre recte ad 12 : ut si fuerint 6 puncta in umbra recta, que sunt medietas de 12, erit tunc umbra medietas rei in altitudine : et sic de aliis.

54. Sed ad hoc quod scias omni hora accipere umbras, oportet te mutare umbram rectam in [umbram] uersam et e contra.

55. Si autem uis ex umbra uersa habere numerum punctorum umbre recte, per numerum punctorum umbre uerse diuide 144, et illud quod exierit post diuisionem erit numerus punctorum umbre recte.

1 Item *om.* C. — 2 rei mensurande est equalis rei sue D. — 3 mensura umbram C. — 3-4 In... rei *om.* B; — 4 umbre *om.* D, umbre recte C; — 5 recte *om.* C, terre A; — fuerit C; — in *om.* B; — 6 que est D. — 8 in omni hora A; — umbram A; — oportebit CD; — commutare D. — 9 umbram (*post.*) *om.* ACD. — 10 uis] uelis A.

---

53. Πάλιν τοῦτ' αὐτὸ γίνεται τῷ ἡλίῳ φωτίζοντι διὰ τῆς σκιᾶς οὕτως· μεῖνον ἕως ἂν ὁ ἥλιος ἔσται ἐν ὕψει $\overline{\mu\epsilon}$ μοιρῶν· τότε γὰρ ἡ σκιὰ ἑκάστου πράγματος ἴση ἐστὶν ἑκάστῳ πράγματι· τότε τοιγαροῦν μέτρησον τὴν σκιάν, καὶ ἕξεις τὸ ὕψος τοῦ πράγματος. Ἐν ἄλλαις δὲ ὥραις ἐστὶν ἀναλογία σκιᾶς ἑκάστης τοῦ πράγματος ἕως ἐν τῇ αὐτῇ ὥρᾳ ἐστίν, ἀναλογία τοῦ ἀριθμοῦ τῆς σκιᾶς τῆς ὀρθῆς πρὸς $\overline{\iota\beta}$· καὶ εἰ μὲν ὑπάρχουσιν $\overline{\varsigma}$ κέντρα ἐν τῇ ὀρθῇ σκιᾷ, ἅ εἰσι τὸ ἥμισυ τῶν $\overline{\iota\beta}$, ὑπάρχει τότε σκιὰ ἡμίσεια τοῦ πράγματος ἐν τῷ ὕψει τοῦ λεχθέντος πράγματος· οὕτω γὰρ καὶ περὶ τῶν ἄλλων.

54. Ἀλλὰ πρὸς τούτῳ ἵνα γνωρίσῃς † πᾶσαν ὥραν, λάβε τὰς σκιάς· δεῖ γάρ σε κινεῖν τὴν ὀρθὴν σκιὰν ἢ τὴν ἐστραμμένην ἢ καὶ ἐναντίως.

55. Εἰ θέλεις ἐκ τῆς ἐστραμμένης σκιᾶς ἔχειν τὸν ἀριθμὸν τῶν κέντρων τῆς ὀρθῆς σκιᾶς, διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στιγμῶν τῆς ἐστραμμένης σκιᾶς δίελε $\overline{\rho\mu\delta}$, καὶ ὅπερ ἐξέλθοι διὰ τῆς διαιρέσεως ἔσται ὁ ἀριθμὸς τῶν στιγμῶν τῆς ὀρθῆς σκιᾶς.

1 ἔσεται. — 6 τὸ|τά. — 10 ἐναντίας

56. Si uis inuenire umbras uersas per rectam, diuide 144 per numerum punctorum umbre recte, et exibit tibi in diuisione numerus punctorum umbre uerse.

De turri inaccessibili mensuranda per quadrantem.

57. Si autem turris fuerit inaccessibilis mensuranda, uide summitatem eius per ambo foramina quadrantis, et respice numerum punctorum umbre recte sicut prius, et pone signum [*d*] in loco in quo tu stas in hora considerationis. Et intellige quod foramina debent esse ualde stricta, per que debet transire radius uisualis ad rei altitudinis deprehensionem, aliter quoniam cito esset error.

58. Consequenter elonges te a turri uel appropinqua ei secundum lineam

1 Et si A; — umbram uersam A. — 4 *per quadrantem om.* D. — 6 quadrantis *om.* ACD. — 7 *d om.* A, — in quo in loco B. — 8-9 debet Sol transire uel radius C. — 9 comprehensionem ACD; — quoniam] enim AD, tamen C. — esset] continget A. — 11 elonga A; — ei *om.* C.

---

56. Πάλιν εἰ θέλεις εὑρεῖν τὴν διεσταλμένην σκιὰν διὰ τῆς ὀρθῆς σκιᾶς, χώριζε ρμδ διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κέντρων τῆς ὀρθῆς σκιᾶς [τῆς γῆς], καὶ ἐξελεύσεταί σοι ἐν τῇ διαιρέσει ὁ ἀριθμὸς τῶν στιγμῶν τῆς διεσταλμένης σκιᾶς.

Διαφορὰ δευτέρα τῶν στάσεων. Περὶ καταμετρήσεως πύργου.

57. Ἐὰν ὁ πύργος ὑπάρχῃ ἀπρόσιτος, εἰ βούλει τοῦτον μετρῆσαι, βλέπε τὸ ἄκρον αὐτοῦ δι' ἑκατέρων τῶν τρυπημάτων· βλέπε δὲ καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν κέντρων τῆς ὀρθῆς σκιᾶς, ὥσπερ πρότερον εἴρηται· καὶ ἐν τῷ τόπῳ ἐν ᾧ ἵστασαι, θὲς σημεῖον Δ ἐν τῇ ὥρᾳ τῆς κατανοήσεως. δεῖ δὲ εἰδέναι ὅτι τὰ τρυπήματα (ἅ εἰσιν ἐν ταῖς ὑπερενεστηκυίαις τῶν θέσεων) ὀφείλουσιν εἶναι λίαν ἐστενωμένα, ἐν οἷς δεῖ διελθεῖν τὴν ὀπτικὴν ἀκτῖνα τῆς εὑρέσεως τοῦ ὕψους τοῦ πράγματος· ἄλλως γὰρ οὐσῶν, μεγίστη ἂν πλάνη.

58. Ἀλλὰ ἀκολούθως ἀπόστησον σεαυτὸν πορρωτάτω τοῦ πύργου, ἢ ἐγγὺς

2 τῆς γῆς seclusi. — 5 ὑπάρχει. — 10 δεῖν.

rectam, et iterum respice altitudinem turris, et quere numerum punctorum umbre recte ad hunc situm in quo secundo stabis, et pone signum [c] in illo loco, et mensura quot sunt pedes inter duo signa, et retine illud; postea subtrahe numerum minorem umbre recte de maiori, et seruetur differencia; et distanciam inter dicta duo loca multiplica per 12 et productum diuide per differenciam prius acceptam, et illi quod exierit adde quantitatem tuam et quod remanebit erit altitudo turris.

59. Quod si tu steteris in ualle et altitudinem turris alicuius stantis in monte volueris metiri, considera primo altitudinem montis < per duas stationes secundum formam iam prius dictam. Deinde considera altitudinem montis >

1 turris *om.* AD. — 2 stas A, steteris D, — c *om.* A. — 3 inter te et signa A, — retine] remoue D; — et postea A. — 4 minorem umbre *om.* D. — 4-5 et distanciam] et distantia A, ad illam distanciam D. — 5 dicta] hec A. — 6 tuam] altitudinis tue A, tuæ altitudinis D. — 8 C *hunc profert titulum* : Secundo de mensuracione turris inaccessibilis in monte. — 9 primo] prius A. — 9-10 per . . . montis *om.* B. — 10 iam prius] prius immediate CD.

γενοῦ † μετὰ τῆς ὀρθῆς γραμμῆς, καὶ πάλιν βλέπε τὸ ὕψος τοῦ πύργου, καὶ ζήτει τὸν ἀριθμὸν τῶν κέντρων τῆς ὀρθῆς σκιᾶς πρὸς ταύτην τὴν δευτέραν στάσιν, ἐν ᾗ δεύτερον στήσῃ· θὲς σημεῖον <Γ> ἐν ἐκείνῳ τῷ τόπῳ καὶ μέτρησον πόσοι εἰσὶν οἱ πόδες † καὶ σημ. ΓΔ. κἀκεῖνο τὸ ΓΔ τήρει. μετὰ ταῦτα ὕφελε τὸν ἐλάτιονα ἀριθμὸν τῆς ὀρθῆς σκιᾶς ἀπὸ τοῦ μείζονος, καὶ φύλατιε τὴν διαφοράν. μετὰ ταῦτα ἡ διάστασις ἡ οὖσα μεταξὺ τῶν δύο τόπων πολλαπλασιασθήτω ἐπὶ τῶν ιβ καὶ τὸ προαχθὲν (ἤτοι τὸ ἀναβιβασθὲν) διαίρησον διὰ τῆς προληφθείσης ἐκείνης διαφορᾶς . . . . καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἔσται τὸ ὕψος τοῦ πύργου.

59. Ἐὰν δὲ ἵστασαι ἐν κοιλάδι καὶ θέλεις μετρῆσαι τοῦ ἱσταμένου πύργου τὸ ὕψος ἐν τῷ ὄρει, κατανόησον πρῶτον τὸ ὕψος τοῦ ὄρους διὰ διτίων στάσεων κατὰ τὸ εἶδος τὸ πρώτως ἄμεσον λεχθέν. εἶτα ἑξῆς κατανόησον καὶ τὸ ὕψος τοῦ πύργου τοῦ ἱσταμένου ἐν τῷ ὄρει, ὃν θέλεις καταμετρῆσαι, καὶ τοῦ

3 Γ addidi. — 4 ὕφειλε — 8 Lacunam statui.

et turris simul, et remoue altitudinem montis de altitudine tocius aggregati simul, et residuum est altitudo turris [precise].

De altitudinibus rerum sine quadrante per uirgam.

60. Si autem non habeas quadrantem et uelis mensurare altitudinem alicuius rei, accipe unam uirgam et erigatur super planum perpendiculariter : que habeat notam quantitatem; et tunc pone oculum tuum iuxta terram, mouendo caput huc illuc, donec radius uisualis transeat per summitatem uirge et per superiorem partem altitudinis turris.

61. Deinde considera quantum est inter locum super quem est oculus in hora considerationis, et inter inferiorem partem altitudinis rei, et istam ‹distanciam› multiplica per quantitatem altitudinis uirge, et totum illud productum

2 simul *om.* A; — erit A; — precise *om.* ACD. — 3 *Rubricam om.* C, *De eisdem mensurationibus sine quadrante per virgam* D. — 4-5 alicuius *om.* ACD. — 5 rei *om.* AC; — et ipsa erigatur D. — 6 iuxta *om.* A (ad *man. alt.*). — 7 huc et illud A, huc et illuc D; — visibilis ACD. — 8 turris] rei A. — 9 oculus tuus D. — 10 hora tue considerationis D; — rei *om.* A, rei mensurande D; — 10-11 distanciam *om.* BCD. — 11 multiplicata B.

ὅρους ὁμοῦ· καὶ ὕφελε τὸ ὕψος τοῦ ὅρους ἀπὸ ὅλου τοῦ ὕψους τοῦ συναχθέντος ὁμοῦ, καὶ τὸ ἐγκαταλειφθὲν ἔσται ὕψος τοῦ πύργου.

Περὶ τοῦ μετρῆσαι καὶ εὑρεῖν ὕψος τινὸς εἴδους ἄνευ τοῦ τεταρτημορίου.

60. Εἰ μὲν οὐκ ἔχεις τεταρτημόριον καὶ θέλεις μετρῆσαι ὕψος τινὸς εἴδους, ἔστω τὸ ὕψος ΑΒ· λάβε δὲ καὶ ῥάβδον μίαν ΔΓ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ΔΓ κάθετος, ὅπερ ἕξει τὴν ποσότητα ἐγνωσμένην· εἶτα θὲς τὸν ὀφθαλμόν σου περὶ τὴν γῆν, καὶ κίνει τὴν κεφαλὴν ἔνθεν κἀκεῖσε ἕως ἂν ἡ ὀπτικὴ ἀκτὶς διέλθῃ διὰ τοῦ ἄκρου τῆς ῥάβδου Γ καὶ τοῦ ἀνωτέρου μέρους τοῦ ὕψους πύργου.

61. Εἶτα κατανοείσθω ὅσον ἐστὶν ἐν τῷ τόπῳ ἐφ' ὅν ἐστιν ὁ ὀφθαλμὸς ἐν τῇ ὥρᾳ τῆς καταλήψεως, καὶ ἐν τῷ κατωτέρῳ μέρει Β † τὸ ὕψος ἐκείνου τοῦ

1 ὕφειλε. — 7 ΔΓ κάθετος] δ' διάμετρος. — 8 κίνη.

diuide per distanciam inter oculum et uirgam, et exibit in numero denotante quociens quantitas altitudinis rei.

62. Item aliter id ipsum scilicet per rerum umbras : Cum enim aliqua res, cuius altitudinem uolueris cognoscere, umbram fecit super planum, accipe uirgam erectam perpendiculariter super planum prope terminum umbre rei mensurande, ita quod una pars uirge cadat in umbra et alia pars extra umbram : et nota locum in uirga ubi umbra incipit tangere uirgam, et per quantitatem uirge, que est inter contactum umbre ‹et› planum, multiplicetur quantitas tocius umbre que est inter inferiorem partem rei mensurande et conum umbre; et productum diuide per quantitatem umbre que est inter conum umbre et uirgam, et exibit altitudo rei mensurande.

1 diuide] multiplica A. — 2 quociens] quota est C. — 3 Item . . . umbras *om.* A; — id] ad B, hoc D. — 4 uolueris] uis A. — fecerit CD; — super planum *om.* A. — 6 cadit B. — in umbram et alia extra A. — 7 in umbra ubi virga D; — ubi virga incipit tangere umbram A; — virgam] umbram rei et e contra D. — 8 tactum AC, radium D; — et *om.* B. — 9 umbre *om.* A. — 10 umbre, productum C; — conum] tactum A, contactum D, terminum C. — 11 virge et umbram A, virge et virgam D.

πράγματος, καὶ ταύτην τὴν διάσ[ι]ασιν EB πολλαπλασίαξε διὰ τῆς ποσότητος ΓΔ, † ἐν τῷ διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ E καὶ ῥάβδου Δ ἐξελεύσεσθαι ἀριθμὸν σημειοῦντα ὁπόση ἡ ποσότης AB δηλαδὴ τὸ ὕψος τοῦ πράγματος.

62. Πάλιν τὸ αὐτὸ τοῦτο ἤγουν διὰ τῆς τῶν πραγμάτων σκιᾶς· ὅταν γάρ τινος εἴδους τὸ ὕψος θέλεις γνῶναι ἀπὸ τῆς ἐκείνου σκιᾶς, ὅταν ποιήσῃ σκιάν, λάβε ῥάβδον ὀρθὴν ΔE κατὰ κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ΓB ἐγγὺς τοῦ ὅρου τῆς σκιᾶς τοῦ μετρηθησομένου εἴδους, ὡς ἂν τὸ μὲν ἓν μέρος τῆς ῥάβδου πέσῃ ἐν τῇ σκιᾷ, τὸ δὲ ἕτερον ἐκτὸς τῆς σκιᾶς· καὶ σημείωσαι τὸν τόπον τῆς ῥάβδου ἔνθα ἡ σκιὰ ἄρχεται ἅπτεσθαι τῆς ῥάβδου. καὶ διὰ τῆς ποσότητος ΔE τῆς ῥάβδου, ἥτις ἐστὶν εἰς τὴν ἀφὴν τῆς σκιᾶς καὶ τὸ ἐπίπεδον, πολλαπλασιασθήτω ἡ ποσότης ὅλης τῆς σκιᾶς AB, ἥτις ἐστὶν ἐν τῷ κατωτέρῳ μέρει τοῦ μετρηθησομένου εἴδους καὶ τῷ κώνῳ τῆς γῆς· καὶ τὸ συναχθὲν δίελε διὰ τῆς ποσότητος τῆς σκιᾶς, ἥτις ἐστὶν † ἐν τῇ ἀφῇ τῆς σκιᾶς καὶ τῆς ῥάβδου, καὶ ἐξέλθῃ τὸ ὕψος τοῦ μετρηθησομένου πράγματος.

1 EB] τ'β'. — 2 E] γ'. — 6 ΔE κατὰ κάθετον] α'ε' καὶ διάμετρον.

De altitudine mensuranda sine quadrante per speculum.

63. Item aliter satis curialiter : Ponatur speculum in plano et procede huc illuc donec uideas rei altitudinem, et per altitudinem oculi tui a plano multiplicatur quantitas que est inter inferiorem altitudinis partem et speculum, et productum diuidatur per distanciam inter pedem tuum et speculum, et exibit altitudo rei mensurande.

Sequitur secundo de planimetria, et primo de mensura plani in longitudine.

64. Secunda pars mensurandi huius doctrine, que est planimetria, habet duas partes : prima est de arte mensurandi planum in longum tantum, secunda in longum et latum. De prima igitur prius dicendum.

65. Cum uolueris mensurare longitudinem alicuius plani cum quadrante,

1 *Rubr. om.* C, *De altitudine rei mensuranda per speculum* D. — 2 unum speculum A; — in plano *om.* D. — 2-3 huc et illuc AD. — 3 illud B; — videatur rei altitudo A; — et per altitudinem *om.* A. — 4 inferiorem *om.* A. — 5 distantiam que est A; — et speculum *om.* D. — 7 *De plani metria* C, *De planimetria et primo in longum* D. — 8 mensurandi] pars *add.* A. — 9 tantum *om.* A. — 9-10 secunda est de arte mensurandi in A. — 10 et in latum C; — De... dicendum *om.* C; — primo B. — prius est dicendum A. — 11 Cum igitur volueris A; — longum A.

---

63. Πάλιν ἱκανῶς καὶ ἀσφαλέως δύναται τοῦτ' ἐκεῖνο νοεῖσθαι μετὰ ἐσόπτρου· τεθήτω τὸ ἔσοπτρον ἐν ἐπιπέδῳ, προχώρει δὲ ἔνθεν κἀκεῖσε ἕως ἂν ἴδοις τὸ ὕψος τοῦ πράγματος $\overline{\Phi\gamma}$· καὶ διὰ τοῦ ὕψους τοῦ ὀφθαλμοῦ ἐν ἐπιπέδῳ πολλαπλασιασθήτω ἡ ποσότης ἥτις ἐστὶν ἐν τῷ κατωτέρῳ μέρει τοῦ ὕψους καὶ τοῦ ἐσόπτρου..... καὶ γνωσθήσεται τὸ ὕψος τοῦ μετρηθησομένου πράγματος.

Περὶ μέτρου τοῦ ἐπιπέδου, τοῦ δευτέρου μέρους τοῦ βιβλίου.

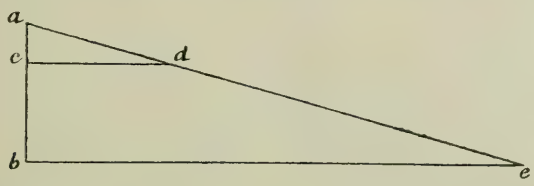
64. Τὸ δεύτερον μέρος τοῦ μετρεῖν τοιούτῳ τρόπῳ ταυτησὶ τῆς διδασκαλίας ἐστὶν ἡ ἐπιπεδομετρία· ἔχει μέρη δύο, καὶ τὸ μὲν πρῶτόν ἐστι περὶ τῆς τέχνης τοῦ μετρεῖν τὸ ἐπίπεδον εἰς μόνον μῆκος· τὸ δὲ δεύτερον τὸ μετρεῖν μῆκος † ἐπηρμένον· καὶ πρῶτον μὲν περὶ ἐκείνου τοῦ πρώτου λεκτέον.

65. Ὅτε θέλεις μετρῆσαι μῆκός τινος ἐπιπέδου μετὰ τοῦ τεταρτημορίου,

sta in uno termino plani, et respice alterum terminum plani per ambo foramina, tenendo conum quadrantis, in quo est clauus cui filum annectitur, iuxta oculum, et conum quadrantis per quem intrat tabula cursoris uersus planum mensurandum. Tunc perspecto termino plani mensurandi accipiatur numerus punctorum umbre recte, et per 12 multiplicetur quantitas ab oculo tuo usque ad pedem, et productum diuide per numerum punctorum umbre recte et exibit quantitas longitudinis plani.

De eodem mensurando sine quadrante per uirgam.

66. Vel sic sine quadrante : erigatur uirga una perpendiculariter in uno



termino plani terre vel aque, et causa exempli terre uocetur planum *be*, et uirga erecta *ab*, et uirge *ab* insistat alia uirga equidistanter plano, constituens cum uirga *ab* angulum rectum, et sit uirga *cd*.

1 et respice . . . plani *om.* B. — 2 quadrantis cui infixe sunt tabule siue in D. — 4 termino] fine D; — accipiatur *om.* B. — 5 multiplica quantitatem que est ab A. — 7 longi A. — 8 *Rubr. om.* C, *De eodem aliter sine quadrante* D. — 10 terre *om.* A C; — *bc* D. — 11 erecta *om.* D; — alia] aliqua *add.* D; — equedistans A; — constituens] et constituat A. — 12 *ed* D (*item infra*).

σῆθι ἐν ἑνὶ ὅρῳ ἐπιπέδου καὶ βλέπε τὸν ἕτερον ὅρον τοῦ ἐπιπέδου δι' ἀμφοτέρων τῶν τρυπημάτων, κρατῶν τὸν κῶνον τοῦ τεταρτημορίου . . . . δι' οὗ εἰσέρχεται ἡ θέσις τοῦ δρομέως, † ἐν τῷ μετρεῖν περὶ τὸ ἐπίπεδον. Θεωρηθέντος γὰρ τοῦ μετρουμένου ἐπιπέδου, ληφθήτω ὁ ἀριθμὸς τῶν κέντρων ἐν τῇ ὀρθῇ σκιᾷ· καὶ πολλαπλασίαζε † ἐπὶ τὴν ποσότητα ἀπό γε τοῦ σοῦ ὀφθαλμοῦ μέχρι καὶ τοῦ ποδός· καὶ τὸ συναχθὲν δίελε διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κέντρων τῆς ὀρθῆς σκιᾶς· καὶ τοῦτο ἔσται ποσότης τοῦ μήκους τοῦ ἐπιπέδου.

66. Χωρὶς δὲ τοῦ τεταρτημορίου, ὀρθωθήτω μία γραμμὴ κατὰ κάθετον ἐν

3 δρόμου. — 3-4 Θεωρηθέντος γὰρ τοῦ μετρουμένου correctum ex Θεωρουμένου.

67. Postea iuxta uirgam erectam ponatur oculus tuus, et respiciatur alter terminus plani mensurandi, et notetur punctus in uirga *cd* per quem transit radius uisibilis, et sit ille punctus in linea uirge *cd* punctus *d*, per quem transit radius; deinde per quantitatem *cd* multiplica quantitatem *ab* et productum diuide per quantitatem *ac* et exibit *eb*, longitudo plani quesita.

De eodem sine quadrante per speculum.

68. Idem sit per speculum, ut intelligatur superior figura iacens in plano, sicut prius et iacens intelligatur erecta, et linea que ibi significabat altitudinem, modo significabit plani longitudinem, et reliqua que prius significauit·

1 et respiciatur post hoc D. — 2 terminus] cuneus D; — *cd* punctus *d* A. — 3-4 uisibilis... radius *om.* A. — 3 quam D. — 4 quantitatem *ab*] *ab* C. — 5 *eb om.* A; — longum A; — quesita *om.* D. — 6 *Rubr. om.* C, .. *sine quadrante om.* D. — 7 fit CD; — figura *corr.* in virga D. — 8 et iacens intelligatur] intelligebatur ACD; — signat A. — 9 signabit A; — longum A; — longitudinem. . significauit *om.* C; — signauit A, significabat D.

ἑνὶ ὅρῳ τοῦ ἐπιπέδου ἢ τῆς γῆς ἢ τοῦ ὕδατος· καὶ † αἰτία ἐκ παραδειγμάτων, καλείσθω ἐπίπεδον BE, καὶ ῥάβδος ὀρθὴ AB. καὶ ἐπὶ τῆς ῥάβδου AB σταθήτω ῥάβδος. . . ΓΔ.

67. Εἶτα περὶ τὴν ὀρθὴν ῥάβδον τεθήτω ὁ ὀφθαλμός σου καὶ θεαθήτω ὁ ἕτερος ὅρος τοῦ μετρουμένου ἐπιπέδου, καὶ σημειωθήτω ὁ τόπος ὁ ἐν τῇ ῥάβδῳ ΓΔ δι' ἧς διέρχεται ἡ ὀπτικὴ ἀκτίς, καὶ ἔστω ἐκεῖνο κέντρον ἐν τῇ γραμμῇ τῆς ῥάβδου ΓΔ, κέντρον Δ δι' ἧς διέρχεται ἡ ἀκτίς. ἐντεῦθεν διὰ τῆς ποσότητος ΓΔ πολυπλασίαζε τὴν ποσότητα AB, καὶ τὸ συναχθὲν δίελε διὰ τῆς ποσότητος AΓ, καὶ ἐξελεύσεται τὸ μῆκος τοῦ ζητηθέντος ἐπιπέδου.

Περὶ μετρήσεως ὕψους δι' ἐσόπτρου.

68. Πάλιν γίνεται δι' ἐσόπτρου, ὥστε νοηθῆναι τὸ ἀνωτέρω κείμενον ἐν τῷ ἐπιπέδῳ AB, ὡς πρότερον εἴρηται, † κείμενον γὰρ ὀρθῶς ΓB, καὶ γραμμὴ ἥτις ἐκεῖσε ἐδήλου τὸ μῆκος AΓ, ἄρτι σημειώσει τοῦ ἐπιπέδου τὸ μῆκος, καὶ τὰ λοιπὰ ἃ ἐδήλωσε πρότερον ΓB ἐπιπέδου, † εἴ γε γραμμὴ ἡ κατὰ κάθετον ἐγ-

planum, sit linea perpendiculariter instans longitudini in plano in quo debet poni speculum erectum super unum latus eius, et tu stabis inter speculum et terminum plani mensurandi.

De mensuratione plani in latum et longum.

69. Si autem uis mensurare planum in longum et latum, tunc planum aut erit circulare, aut angulare. Si circulare, medietas dyametri ducatur in medietatem circumferencie, et productum dabit aream tocius circumferencie circuli.

70. Quantitas [vero] circumferencie habetur sic : tripletur dyameter et addatur ei septima pars, et productum dabit quantitatem circumferencie

71. Si autem superficies fuerit triangula, tunc si fuerit equilatera, mensuretur sic : diuiditur vnum latus trianguli in duas partes equales, et a puncto

1 in qua C. — 4 *Rubr. om.* C; — *mensurationibus* D. — 5 planum *prius om.* C; — latam D, — aut *om.* D. — 6 aut] uel D; — tunc medietas A; — dyametri] plani D. — 7 circumferencie (*post.*) *om.* A. — 8 vero *om.* B; — circumferentie circuli D; — sic] si A; — diametri C. — 9 pars diametri D. — 10 sit triangula C, fuerit 3 B. — 11 diuidatur CD.

κειμένη ἐν ἐπιπέδῳ ἐν ᾧ ὀφείλει τίθεσθαι τὸ ἐσοπτρον ἐγειρόμενον ἐφ' ἓν πλάτος ΓΒ αὐτοῦ. καὶ σὺ σήσῃ μεταξὺ τοῦ ἐσόπτρου καὶ τοῦ ὅρου τοῦ μετρουμένου ἐπιπέδου.

Περὶ καταμετρήσεως τοῦ ἐπιπέδου εἰς μῆκος καὶ πλάτος.

69. Εἰ θέλεις καταμετρῆσαι τὸ ἐπίπεδον εἰς μῆκος καὶ πλάτος, [εἰ] τὸ ἐπίπεδον ἔσται ἢ κυκλοφερές, [ἰσόπλευρον] ἢ γωνιαῖον. καὶ εἰ μὲν κυκλοφερές, μεσότης ΑΒ διαμέτρου ἀχθήτω ἐν τῇ μεσότητι περιφερείας ΒΔ· καὶ τὸ συναχθὲν δώσει τὴν περίμετρον τοῦ ὅλου κύκλου.

70. Ἡ ποσότης δὲ τῆς κυκλοφορίας νοείσθω οὕτως· τριπλασιασθήτω ἡ διάμετρος καὶ προσλεθήτω αὐτῇ τὸ ἕβδομον μέρος· καὶ τὸ συναχθὲν δώσει τὴν ποσότητα τῆς περιφερείας.

71. Ἐὰν δὲ ἡ ἐπιφάνεια ὑπάρχῃ ἰσόπλευρος, μετρηθήτω οὕτως· διαιρείσθω ἓν πλευρὸν τοῦ τριγώνου εἰς δύο μέρη ἴσα, καὶ ἀπὸ τῆς σλιγμῆς τῆς διαιρέ-

5 εἰ seclusi. — 6 ἰσόπλευρον seclusi. — 7 διάμετρος; — τῇ μεσότητι] δε μέσω τῆς

diuisionis ad angulum oppositum protrahatur una linea recta, tunc linea sic ducta ducatur in unam partem lateris diuisi, et habebitur quantitas trianguli.

72. Si autem triangulus habeat tantum duo latera equalia et tercium inequale, diuidatur illud in duo equalia, et a puncto diuisionis protrahatur linea ad angulum oppositum, et una medietas linee diuise ducatur in lineam protractam ab angulo ad punctum diuisionis, et productum dabit aream.

73. Si autem fuerit trium laterum inequalium, tunc ab angulo ad latus oppositum trahatur linea perpendicularis, et illud latus super quod cadit perpendicularis ducatur in illam perpendicularem et producti medietas dabit aream eius.

74. Si autem superficiem quadratam uis mensurare, duc unum latus in alterum, et productum dabit aream quadrati.

1-2 tunc illa linea sic directa vel ducta A. — 4 diuidatur... equalia] illud latus tertium diuidatur in duas partes equales A. — 5 linee sic diuise A. — 8 linea] nam B. — 8-9 cadit linea perpendicularis A, cadit perpendiculum D. — 9 dicatur B; — perpendicularem] partem A; — et productum dabit A; — eiusdem trianguli D. — 10 mensurare] inuenire A.

σεως πρὸς τὴν γωνίαν συρέσθω ἀντικειμένην μία γραμμὴ ὀρθὴ ΓΔ· ἔπειτα ἀχθήτω ἐκείνη ἡ γραμμὴ τῆς διαιρέσεως πλευρᾶς ΓΔ. . . ., καὶ ληφθήσεται ἡ ποσότης τοῦ τριγώνου.

72. Εἰ δὲ τὸ τρίγωνον ἔχει δύο πλευρὰς ἴσας καὶ τρίτη ἄνισος † ἀχθήτω εἰς δύο ἴσα, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς διαιρέσεως συρέσθω γραμμὴ εἰς τὴν ἀντικειμένην γωνίαν, καὶ μία μεσότης γραμμῆς διῃρημένης μέσον ἀχθήτω γραμμῇ ἐκτεταμένῃ ἀπὸ γωνίας εἰς τὸ κέντρον (πρὸς τὸ κέντρον δηλαδὴ τῆς διαιρέσεως), καὶ τὸ συναχθὲν δώσει τὴν περίοδον.

73. Εἰ δέ ἐσῖι τριῶν πλευρῶν ‹ἀνίσων›, τότε ἀπὸ τῆς γωνίας πρὸς τὴν ἀντικειμένην πλευρὰν συρέσθω γραμμὴ κατὰ κάθετον, καὶ ἐκεῖνο τὸ πλευρὸν ἐφ' ὃ πίπτει ἡ κάθετος, ἀχθήτω εἰς ἐκείνην τὴν κάθετον, καὶ τοῦ συναχθέντος τὸ μέσον δώσει τὴν περίοδον τοῦ τριγώνου [ἢ τετραγώνου].

1 ΓΔ $\overline{\text{Γο}}$. — 9 ἀνίσων addidi. — 12 ἢ τετραγώνου seclusi.

75. Quod si quadranguli uis superficiem metiri, ducatur minus latus in maius, et productum dabit aream eius.

76. Quod si superficiei pentagone uis aream habere, si sit equalium laterum, tunc unum latus in seipsum ducatur, et productum ternario multiplicetur; a summa exeunte subtrahatur quantitas unius lateris semel, et medietas tocius erit area.

De steriometria et primo de mensura putei.

77. Dictum est de mensuranda rerum altitudine et planicie : nunc de puteorum profunditate et uasorum capacitate dicamus.

78. Si igitur uis putei profunditatem metiri, ab uno latere putei respice cum quadrante terminum oppositi lateris in profundo putei, et notetur quantitas diametri latitudinis putei [primo]. Accipiatur igitur ‹in hora› considera-

1 metiri] inuenire A. — 3 superficies pentegone D. — 5 et a summa ACD; — excrescente A. — 7 *De profunditate rerum mensuranda* C, *De steriometria et primo de puteo* D. — 8 de mensura rerum duarum scilicet altitudinis et plani D. — 10 uis puteorum A; — latere respice D. — 11 fundo AD. — 12 latitud.] altitudinis A; — primo *om.* ACD; — in *om.* BD.

---

75. Ἐὰν δὲ θέλῃς τοῦ τετραγώνου τὴν ἐπιφάνειαν μετρῆσαι, ἀχθήτω ἡ ἐλάττων πλευρὰ ἐπὶ τὴν μείζονα, καὶ τὸ προαχθὲν δώσει τὴν περίοδον αὐτοῦ.

76. Ἐὰν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πενταγώνου θέλῃς τὴν ἄλωνα νοῆσαι, εἰ ἔστιν ἰσόπλευρον, τότε τὸ ἓν πλευρὸν ἀχθήτω εἰς ἑαυτό, καὶ τὸ συναχθὲν πολλαπλασιασθήτω τριχῶς, καὶ ἀπὸ τῆς ὅλης συλλογῆς συρέσθω ἅπαξ μία πλευρά, καὶ τὸ ἥμισυ τοῦ ὅλου ἔσται ἡ περίοδος ὅλη.

Περὶ μέτρου τοῦ βάθους τῶν σωμάτων.

77. Ἐλέχθη περὶ μέτρου εἴδους τινὸς ὑψηλοῦ καὶ ἐπιπέδου· νῦν δὲ περὶ φρέατων βαθύτητος καὶ σκευῶν χωρήσεως.

78. Εἰ θέλεις γοῦν μετρῆσαι βάθος φρέατος, ἀπὸ τοῦ ἑνὸς πλευροῦ τοῦ φρέατος μετὰ τοῦ τεταρτημορίου, βλέψον † μόνον τοῦ ἀντικειμένου πλευροῦ ἐν τῷ βάθει τοῦ φρέατος· καὶ σημειωθήτω τὸ ποσὸν του διαμέτρου τοῦ πλάτους

tionis numerus punctorum umbre in latere quadrantis, et multiplica quantitatem dyametri latitudinis putei per 12, et diuide per numerum punctorum umbre, et exibit profunditas putei.

79. Si uero putei capacitatem uis habere, per aream putei, inuentam ut supra dictum est, multiplicetur putei profunditas, et productum dat putei capacitatem.

80. Si uero columpne grossiciem uis inuestigare, sumatur quantitas latitudinis columpne et ducatur in se et habebis aream, per quam aream multiplicetur latus columpne, et productum eius dabit grossiciem.

81. Si nunc alicuius modii rotundi uis habere capacitatem, sumatur dyameter fundi modii [rotundi] et dyameter superior, et equetur medietate excessus maioris addita minori.

82. Et inueniatur tunc area fundi, ut dictum est de circulo, et uideatur

1 umbre recte D — 2 diuide productum per D. — 3 exibit quantitas putei et profunditas C. — 5 dabit A, dabit tibi D. — 5-6 putei profunditatem et capacitatem A. — 7-8 latitudinis] lateris AD. — 8 columpne *om.* A; — eius aream. — 9 grossitudinem A. — 10 nunc] autem A, uero CD; — uis habere capac.] capacitatem uis perscrutari A. — 11 fundi modii] fundii medii C; — rotundi *om.* ACD. — 13 de] in A.

τοῦ φρέατος. ληφθήτω τοιγαροῦν τῇ ὥρᾳ τῆς κατανοήσεως ὁ ἀριθμὸς τῶν κέντρων τῆς σκιᾶς ἐν τῇ πλευρᾷ τοῦ τεταρτημορίου· καὶ πολλαπλασιασθήτω ἡ ποσότης τῆς διαμέτρου † καὶ τὸ πλάτος τοῦ φρέατος ἐπὶ τῶν $\overline{\iota\beta}$· καὶ διελέσθω ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν κέντρων τῆς σκιᾶς, καὶ γνωσθήσεται τὸ βάθος τοῦ φρέατος.

80. Εἰ δὲ θέλεις ἀνιχνεῦσαι κίονος πάχος, ληφθήτω ἡ ποσότης τοῦ πλάτους, καὶ ἀχθήτω ἐν ἑαυτῷ, καὶ ἕξεις τὴν περίμετρον, δι' ἧς πολλαπλασιασθήτω ἡ πλευρά, καὶ τὸ συναχθὲν δώσει τὴν τούτου παχύτητα.

81. Εἰ δέ τινος μοδίου κυκλοτεροῦς ἐθέλεις εὑρεῖν τὴν περίχωρον, ληφθήτω ἡ διάμετρος τοῦ † τοιούτου μοδίου, ὁμοίως καὶ ἡ ἄνω διάμετρος· καὶ ἰσασθήτω τῇ μεσότητι † ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος τεθείσης τῆς μικροτέρας.

82. Καὶ εὑρεθήσεται ἡ περίχωρος τοῦ βάθους ὡς ἐδείχθη περὶ τοῦ κύκλου· φανήσεται δὲ πόσων . . . . .

quod digitorum sit, vel palmorum; per aream illam multiplicetur altitudo modii ‹et productum dabit quantitatem capacitatis modii›.

83. Quod si habueris aliquam mensuram paruam unius denarii uel duorum, tenens mensuram uini, quantitas modii diuidatur per numerum quanti-
5 tatis mensure parue, et denominatio ostendet quociens minus vas continetur in modio; et ita si paruum uas fuerit unius denarii, scietur quot denariate uini sunt in modio.

84. Si autem alicuius dolii capacitatem uis habere, primo inuenies aream fundi dolii per eius diametrum, ut dictum est prius : postea sume longitudi-
10 nem secundum uini capacitatem, et per illam longitudinem multiplicetur area, et denominatio dabit quantitatem dolii.

85. Quod si habueris modium et uelis scire quociens dolium contineat modium, sume eius quantitatem per predicta, et quantitas dolii diuidatur per quantitatem modii; denominatio dabit quociens modius continetur in dolio.

15 86. Quod si modius fuerit unius nummate uini, scietur quot denariate uini erunt in dolio.

87. Si autem quadranguli capacitatem uasis uis habere, sumatur area fundi uasis secundum artem superius dictam : que area multiplicetur per eius altitudinem et productum dabit capacitatem ‹eius›.

Explicit tractatus quadrantis.

1 palmarum BC, — et per AD. — 2 et productum. modii *om.* BC. — 3 aliquam] unam A; — denarii] digiti A. — 4 tenentem *melius* D; — mensurata B; — uini] una C; — modii *om.* C; — diuidatur per *scripsi*, multiplicet A, multiplicetur in BCD. — 5 quociens *om.* C; — continetur] contentum C. — 6 modio] maiori *add.* D; — et ita... modio (7) *om.* A; — sciemus D. — 8 habere] inuenire A; — inuenias ACD. — 9-10 longitudinem] longum A, dolii *add.* AD. — 10 capacitatem] continenciam AC. — 12-13 et uelis... modium *om.* A. — 13 diuidatur] multiplicetur A. — 14 et denominatio AD; — quotus modius D. — 15 Quod si... dolio (16) *om.* AD; — numate C. — 16 uini *om.* C. — 17 quadranguli] quadrati A. — 19 eius *om.* B, vasis quadrangularis D.

APPENDICE

SUR

LE TRAITÉ DE L'ASTROLABE UNIVERSEL OU *SAPHEA* D'ARZACHEL,

PAR GUILLAUME L'ANGLAIS.

Le texte donné par Sédillot (*Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes*, p. 185-188) est généralement intelligible. L'auteur, après avoir rappelé que l'astrolabe grec (qu'il attribue à Ptolémée) nécessite une pièce spéciale pour chaque climat, dit qu'Arzachel de Tolède a inventé un instrument pour lequel cet inconvénient n'existe pas. Avant de décrire cet instrument, il définit sur la sphère céleste les cercles qui doivent être représentés : le méridien, l'équateur, les parallèles et les cercles horaires, tracés les uns et les autres de 5 en 5 degrés; d'autre part, l'écliptique, ses parallèles (cercles de latitude) et les cercles de longitude, également tracés de 5 en 5 degrés.

Page 186, lignes 5-6, il faut lire : *equidistantes autem latitudines stellarum, magni vero circuli gradus eorum designant.* Les parallèles (à l'écliptique) marquent les latitudes des étoiles, et les grands cercles (menés par l'axe de l'écliptique), les degrés (de longitude).

L'instrument est un cercle plein pour lequel Guillaume suit la nomenclature de l'astrolabe. L'une des faces est appelée le *dos;* l'autre, l'intérieure ou la *mère.* Le limbe du dos est divisé en degrés, et une alidade (*regula*) mobile autour du centre permet la visée, l'instrument étant tenu verticalement au moyen d'un anneau de suspension (*armilla*). Sur le quadrant droit inférieur de la même face sont tracés le carré des deux ombres (pour les opérations de l'arpentage) comme sur l'astrolabe et aussi les lignes horaires comme sur l'instrument décrit par Maître Robert (voir plus haut, p. 564, 588).

Page 186, lignes 17-19, les manuscrits donnent : *et consideretur quanta sit altitudo Solis meridiana* minima (numera *Séd.*) *in regione tua vel in climate quarto,* quod quasi (quantam quia *Séd.*) *commune est omnibus terris et nota eam in linea dividente quartam circuli* dictam (ductam *Séd.*) *per medium.*

Le sens de ce passage est assez obscur, d'autant qu'on n'aperçoit guère le motif de cette indication et qu'il n'y a rien de semblable sur la figure. Il ne s'agit pas, en tout cas, du degré marqué sur le limbe au point de bissection du quadrant, ce degré ne pouvant être que 45. Or le quatrième climat, d'après la nomenclature courante au moyen

âge, est celui de 14 heures et demie, à peu près la latitude 36° (Rhodes-Gibraltar); la hauteur méridienne minima du Soleil y est d'environ 30°. Il n'y a là rien qu'on puisse dire proprement être commun à tous les pays [1].

Je pense qu'Arzachel, pour éviter l'addition d'un index mobile sur l'alidade, avait tracé sur le dos de la *saphea* une série d'arcs concentriques d'un quart de circonférence avec des rayons proportionnels aux sinus des hauteurs. Si l'on se reporte à ce que nous avons dit du moyen de prendre l'heure sur le quadrant de Maître Robert, il est aisé de voir que l'arc intérieur devait correspondre à la hauteur méridienne minima du Soleil; la partie de la *saphea* plus voisine du centre pouvait être réservée exclusivement au carré des deux ombres. La ligne divisant le quart de cercle par moitié, dont parle Guillaume, serait donc une ligne circulaire séparant la partie où se trouve le carré des ombres de celle dont on se sert pour trouver l'heure. Le quatrième climat est choisi parce qu'ainsi la *saphea* est appropriée à toutes les latitudes supérieures à 36 degrés, c'est-à-dire à celles des pays chrétiens. Guillaume aura d'ailleurs abrégé la description, trouvant, à ce qu'il semble, peu utile le tracé des autres arcs de hauteur méridienne.

Nous arrivons à la seconde face de l'instrument; le limbe, également gradué, en représente le méridien qui sert de plan de projection stéréographique. Les tracés comprennent : 1° la série des parallèles à l'équateur, de 5 en 5 degrés, comme il a été indiqué; 2° de même la série des cercles horaires; puis, l'écliptique étant supposé perpendiculaire au méridien, c'est-à-dire représenté par une droite; 3° la série des cercles de latitude; 4° celle des cercles de longitude.

Page 187, lignes 11 et 20, au lieu de *IG*, il faut lire *18*; il s'agit précisément du nombre des cercles tracés dans chaque demi-série. De même, ligne 27, au lieu de *G*, lire *6*.

Même page, ligne 25, après *pone H*, Sédillot a omis les mots : *et in eius opposito pone I*, que le contexte rend d'ailleurs nécessaires.

L'horizon est représenté par un diamètre (faisant un angle égal à la latitude avec celui qui représente l'équateur); suivant ce diamètre est tendu un fil à demeure. Chaque cercle de hauteur dont on peut avoir besoin est, d'après Guillaume, obtenu en tendant un autre fil parallèlement au précédent. C'est passer de la projection stéréographique à la projection orthographique; mais, comme on a également sur le réseau la projection orthographique des cercles de latitude, on obtient exactement la projection orthographique de l'intersection, et, si on tend le fil entre cette projection et le centre, on a, à la rencontre de l'arc qui représente le cercle de latitude, la projection stéréographique de l'intersection [2].

L'instrument ainsi décrit, Guillaume passe à son emploi; c'est cette partie dont je

[1] C'est ainsi que se justifie ma lecture *quasi* d'une abréviation qu'on peut également prendre pour celle de *quia*.

[2] A la vérité, notre auteur n'indique nullement cette dernière opération; peut-être supposait-il seulement une correction au jugé.

donne ci-après le texte, suivant le manuscrit de la Nationale lat. 16652 (fol. 8-9) = A, avec les variantes du lat. 7195 (fol. 75-77) = B qui a servi à Sédillot. Mais j'indiquerai tout d'abord les leçons intéressantes propres au ms. A pour la partie déjà éditée :

Page 185, ligne 16 : duplex *omis;* — 17 : inter cetera sui ingenia] inter cetera sui negocii; — 20 : scientia] sententia; — 21 : omnes fere modo nos latuit] omnes fere modernos latuit; — 30-31 : arcus de equatore qui interiacent meridianum et stellas, similiter et stellas et orizonta.

Page 186, ligne 8 : Hoc autem instrumentum super meridianum in planum comprimitur (*componitur* Séd.); — 15 : Designantur] Distinguantur; — 30 : parte vel planitie] planitie; — 31-32 : facias et simili modo distinguas. Postea modo planitiem..... in 4 quartas diuide.

Page 187, ligne 13, *après* D, *ajouter :* et isti sint circuli equidistantes equatori. Postea pone unum caput regule in puncto D; — 17 : ex parte D] ex parte B; — 21 : dici *omis;* — 23-24 : pone ibi F in G] pone ibi F et in eius opposito pone G, et duc lineam ab F in G; — 24-25, *lire :* Item a C versus A 24 gradus enumera et ibidem pone H et in eius opposito pone I et duc lineam, etc.; — 25-26, *ponctuer :* poli. Deinde; — 28, *après* Cancrum *est ajouté :* super zodiacum sive iuxta ipsum sive in latere ipsius; — 30, *après* iuxta, *ajouter* G; — 31 : prout patent (*iacent* B) in precedenti figura *omis;* — 33 : A C] a C.

SECONDE PARTIE DU TRAITÉ.

I. Hiis[1] ad hunc modum dispositis, deinceps ad operis utilitates conuertamur. Ad cuius rei euidenciam prosciendum occurrit necessariam esse tabulam circuli recti[2] et tabulam regionis[3], quibus habitis operis prima est utilitas ascendentis[4] et hore scientia. Solis igitur gradum scito, et altitudine eiusdem cum regula in dorso instrumenti percepta, eandem in parte interiori ab orizonte versus meridiem ubi est armilla enumera. Deinde filum a puncto altitudinis equidistanter orizonti trahas et ubi tangit viam gradus Solis[5], signa. Postea computa circulos magnos equatoris ab illo signo[6] usque ad orizonta, et habes ascensiones inter gradum Solis et orizonta, quas addas super ascensiones gradus Solis in orizonte, que sunt ascensiones gradus Solis in circulo obliquo[7]. Collectum in tabula regionis quere et signum sub quo collectum inueneris, scilicet gradus equalis illius signi propositus illi collecto est[8] ascendens.

[1] Titre dans B : *Sequitur ultima pars de utilitatibus.* — [2] *directi* A. La table des ascensions droites pour chaque degré de l'écliptique. — [3] La table des ascensions obliques pour un climat donné. — [4] Le point de l'écliptique à l'horizon du levant. — [5] A ajoute : *que est linea equedistans equatori transiens per gradum Solis.* — [6] ab illo signo *om.* B. — [7] que s. a. g. S. i c. oblique *om.* B. Il s'agit de l'ascension oblique, à prendre dans la table. — [8] scilicet... est gradus ei equalis propositus eiusdem signi est B. Ayant ajouté à l'ascension oblique du lieu du Soleil l'arc d'équateur entre le cercle horaire et l'horizon, on a une somme (*collectum*) qui est l'ascension oblique de l'ascendant; ce dernier est donc donné par la table.

Ascensiones autem[1] inter gradum Solis et ascendens per partes horarum gradus Solis[2] diuide, et habebis horam presentem[3] et partem hore. Ascensiones autem[4] ascendentis (scilicet in circulo regionis)[5] in circulo recto quere et in earum directo gradus equalis est gradus medii celi.

Hoc modo agendum est ante meridiem. Post vero meridiem altitudine Solis percepta, et via eius[6] inuenta, et per rectorem[7] siue filum equidistanter orizonti ductum loco[8] Solis inuento[9], circulos equatoris usque ad meridianum computa, et habes[10] ascensiones in circulo recto que sunt a gradu Solis usque ad medium celi[11], quas addas super ascensiones gradus Solis in circulo recto, et gradus equalis eis propositus in circulo recto est medium celi[12]. Quas autem[13] in tabula tue regionis quere et in earum directo est ascendens.

Longitudinem[14] Solis a medio celi per partes horarum gradus Solis diuide, et habes horam presentem et[15] partem hore. Vel, si limitaueris[16] horas in dorso instrumenti, ut dixi, eas inuenire poteris, cum signata fuerit altitudo Solis meridiana in regula ut fieri solet in filo[17] perpendiculi.

II[18]. Altitudinem Solis meridianam[19] in singulis diebus in hoc instrumento sic inuenies : addito motu quarte spere[20] super gradum Solis, illius gradus viam considera, et vide ubi illa via tangit meridianum qui est citimus[21] in limbo, et inde gradus usque ad orizonta computa, et habes altitudinem meridianam illius diei in orizonte determinato.

Et nota quod filum siue rector, de quo dictum est superius, equidistanter orizonti ductum est in[22] loco almicantaratorum[23] que in instrumento Ptholomei limitantur.

III. Ascendens in nocte sic accipies[24] : accepta altitudine alicuius stelle fixe in nocte[25], in tabula de[26] stellis fixis consideretur eius gradus et latitudo et pars latitudinis[27]. Deinde

[1] item B. A ajoute *ascendentis*. — [2] C'est-à-dire par le douzième de l'arc diurne correspondant au lieu du Soleil. L'heure cherchée est l'heure artificielle. — [3] prefixam A. — [4] item B. — [5] scilicet in circulo regionis *om.* B. Il s'agit de trouver avec les tables le degré de l'écliptique au méridien (medii celi), connaissant l'ascension oblique du point ascendant. — [6] eius *om.* B. — [7] et p. rect.] in rectore A. — [8] A *ajoute* qui est contactus fili et vie. — [9] A *ajoute :* scilicet ab illo loco. — [10] habebis B. — [11] usq. a .m. c.] in medium celum A. — [12] et gradus ei propositus equalis est gradus medii celi B. — [13] item B. — [14] L'angle horaire. — [15] et *om.* B. — [16] Au lieu du verbe *limitare*, B met partout *lineare*. — [17] ut fit in fili B. — [18] La place d'une rubrique est réservée dans B devant ce chapitre. — [19] meridianam *om.* A. — [20] Quarte spere *om.* B; la quatrième sphère est celle du Soleil, dont le mouvement propre jusqu'à midi du jour donné doit être ajouté au nombre donné par la table. — [21] intimus B. — [22] est *om.* A, in] a B. — [23] almucatharath B. — [24] Titre de B: *Inuencio horarum noctis et ascendentis.* Texte : Horas noctis et ascendens sic inuenies et primo ascendens sic. — [25] in nocte] et note, in parte scilicet orientis vel occidentis B. — [26] de *om.* B. — [27] B. *continue ainsi :* per equedistantes zodiaco et vide viam stelle et viam sui gradus. Postea pone filum, siue rectorem, supra sui altitudinem in matre; equedistanter orizonti extende per viam stelle et puncta : et ibidem est stella. Deinde considera quis de magnis circulis zodiaci transeat per punctum stelle, et signa. Et si stella est ex parte orientis, ascensiones que sunt inter gradum stelle et oriens per circulos equatoris sume, et pone super ascensiones gradus stelle in oriente, et habes ascendens.

Si vero fuerit stella ex parte occidentis, accipe ascensiones per circulos equatoris inter gradum stelle et

in matre consideretur gradus stelle in zodiaco, et consideretur quis de circulis magnis zodiaci transit per illum gradum. Deinde incedendo per illum circulum enumera latitudinem stelle et gradum ipsius versus partem in qua est, et habebis locum stelle et suum gradum. Viam gradus stelle considera et viam stelle per equidistantes equatori, quia quodcumque equidistans equatori tangit terminum latitudinis in circulo magno zodiaci est via stelle. Similiter quodcumque equidistans tangit gradum stelle in zodiaco est via gradus stelle. Deinde pone filum super altitudinem stelle, et extende equidistanter orizonti et vide ubi secat viam stelle, et ibi est stella. Postea considera quis de magnis circulis zodiaci transeat per stellam et ubi secat viam gradus stelle in celo : a quo gradu, si stella est ex parte orientis, enumera ascensiones incedendo in via stelle per circulos magnos equatoris, et adde illas super ascensiones gradus stelle in circulo obliquo, et habes ascendens. Easdem ascensiones quere in circulo recto, et habes medium celi.

Si stella est ex parte occidentis, ascensiones quere que sunt a gradu stelle usque ad medium celi; adde super ascensiones gradus stelle in circulo recto, et habes gradum medii celi, per quem inuenies ascendens.

IV[1]. Horam noctis sic inueniēs : considera nadayr Solis[2] in qua parte fuerit. Si in parte orientis, ascensiones in tabula regionis inter ipsum et ascendens per partes horarum nadayr diuide, et habes quod queris. Si in parte occidentis fuerit, ascensione inter ipsum et medium celi in circulo recto per partes horarum nadayr Solis diuide, et habes horas a media nocte preteritas[3].

V[4]. Ad euitandum tedium et opus, huius negocii[5] ymaginator Axarchel[6] secundum latitudinem Toleti ad quemlibet gradum ascendentem, scilicet sex signorum ab Ariete incipiens, domos iudiciorum distinxit, ut in[7] tabulis Tholetanis inuenitur, ut[8] in iudiciis astrorum laborem compoti auferret. Tamen, ut secundum diuersarum regionum latitudines domos distinguere possis, viam subiiciemus. De latitudine regionum inueniendа pleni sunt canones apud astrologos : hic autem brevitati insistimus.

Domos per quas fiunt iudicia sic distingue : partes horarum gradus ascendentis duplicatas[9] super ascensiones gradus[10] medii celi in circulo recto adde : collectum in circulo recto quere, et in eius directo est inicium XI domus[11]. Item easdem partes horarum adde

medium celi, et eas adde super ascensiones gradus stelle in circulo recto, et habes medium celi, et per medium celi inuenies ascendens, et e conuerso, ut dictum est. *Fin du chapitre.*

[1] Titre de B : *De horis noctis inueniendis.* Horas, etc. — [2] Le *nadir* du Soleil est le point de l'écliptique qui lui est diamétralement opposé. — [3] B *ajoute* : et hoc est quod volumus. — [4] B place ce chapitre apres le suivant sous le titre : *sequitur de domibus.* — [5] ingenii B. — [6] Arzachel B (*hic et infra*). La forme Axarchel ou Azarchel est plus voisine de l'arabe (Al-Zarkali). — [7] in *om.* B. — [8] ut *om.* B. — [9] dupplicatos A. — [10] ascendentis dupl. s. asc. gradus *om.* B. — [11] Les douze maisons sont des parties égales de l'écliptique qui se comptent à partir de l'horizon (ascendant, commencement de la première maison) et en descendant d'abord au-dessous. Mais ici le commencement de la onzième maison désigne le point qui est le plus voisin de l'horizon (à 30° au-dessus sur l'écliptique).

super ascensiones inicii XI domus; collectum[1] quere in circulo recto, et habes inicium 12e domus. Item partes horarum ascendentis duplicatas a 60 minue : residuum super ascensiones ascendentis in circulo recto adde : collectum[2] in circulo recto quere, et in eius directo habes inicium secunde domus. Item residuum super ascensiones inicii secunde domus adde; collectum quere in circulo recto, et in eius directo habes inicium tercie domus. Relique[3] sex domus per opposicionem istarum sumantur.

VI[4]. Vt autem[5] scias de stella an orta sit de die vel de[6] nocte, considera utrum[7] gradus stelle an gradus nadayr Solis sit plus gradibus. Si gradus nadayr Solis est[8] plus gradibus, orta est stella de die; si minus, orta est de nocte.

Et nota quod stella nunquam venit ad ortum nec ad medium celi cum suo gradu, nisi illa que est in via Solis, carens[9] latitudine. Ad medium autem celum[10] tamen veniunt cum suo gradu, que sunt in primo gradu Cancri vel Capricorni, siue habeant latitudinem siue non, non autem ad ortum vel occasum. Et hic abreviatur opus illud in canone tabularum ubi fit incessus secundum sectorem siue *cata* inueniendo[11] arcus et multiplicando sinus in sinus.

Et non confidas[12] de altitudine meridiana Solis vel stelle a 5 gradibus vel[13] infra ante meridianum vel[14] post, quia, ut[15] dicit Phtolomeus, 5 gradus ante meridianum et 5 post eiusdem altitudinis sunt. Vnde vera meridies non scitur, nisi per catetum[16] in plano et[17] lineam meridionalem, vel per coranstum[18] in orthogonali superficie erecta, ut in multis usitatur locis religiosis[19].

VII[20]. Quantum autem ubique terrarum ponit[21] signum in ortu vel occasu, per tabulam regionis scitur. Similiter quantum transierit de hora presenti vel quantum adhuc venturum est[22], per gradus Solis vel eius nadayr scitur, ut supra demonstratum est.

Arcum diei vel noctis scire potes per hoc instrumentum sic[23]. Considera viam Solis et enumera in orizonte a via sua[24] per circulos equatoris gradus usque ad meridianum et habes medietatem arcus diei, quam duples, et habes arcum totum diei. Eodem modo facias in nocte de nadayr Solis, et habes arcum noctis.

Quos arcus si per[25] partes horarum diei vel noctis diuiseris, habes horas diei vel noctis artificiales; si[26] per 15 diuiseris, horas naturales siue equales inuenies.

[1,2] et collectum B. — [3] Relique vero B. — [4] Titre de B : *De ortu nocturno vel diurno stellarum.* — [5] A *om.* autem. — [6] A *om.* de. — [7] an B. — [8] sit B. — [9] carens] que caret B. — [10] celi B. — [11] kata in medio B. Guillaume oppose le procédé instrumental à l'emploi des tables de sinus pour calculer l'heure d'après la hauteur. Le *cata* est le nom arabe de la figure du quadrilatère sphérique complet à laquelle Ptolémée ramène tous les problèmes de trigonométrie sphérique. — [12] consideras A. — [13] et B. — [14] et 5 B. — [15] ut *om.* B. — [16] katecam B. C'est le style vertical du cadran solaire horizontal. — [17] et per B. — [18] choranstum B. C'est le style horizontal du cadran solaire vertical. — [19] Témoignage intéressant sur la fréquence des cadrans solaires verticaux dans les couvents du XIIIe siècle. — [20] Titre de B : *De arcu diurno vel nocturno.* — [21] ponat B. — [22] vel adhuc venturam est A. — [23] sic *om.* B. — [24] in orizonte a via sua *om.* B. — [25] per] in B. — [26] et si B.

VIII[1]. Ascensiones signorum per hoc instrumentum sic inuenies secundum propriam quantitatem, que in tabulis inuenitur veracissime.

Imprimis nota quod ascensiones Arietis et Piscium sunt equales, Tauri et Aquarii, Geminorum et Capricorni. Vnde ascensionibus ab inicio Arietis habitis in finem Geminorum, habentur de tribus iam dictis, quibus subtractis a 60 remanebunt ascensiones suorum oppositorum secundum propinquitatem.

Cum ergo volueris ascensiones Arietis, considera ultimum gradum eius et circulum magnum zodiaci transeuntem per eum. Postea considera viam eiusdem gradus et computa in illa via per magnos circulos equatoris usque ad ultimum gradum ipsius Arietis ab orizonte, et quod fiunt sunt eius ascensiones.

Similiter facias de ultimo gradu Tauri, et habes ascensiones Arietis et Tauri : minues ergo ascensiones Arietis, et habes ascensiones Tauri.

Deinde viam ultimi gradus vide Geminorum, et computa ab orizonte usque ad ultimum gradum ipsius, et habes ascensiones trium signorum; minue ergo ascensiones Arietis et Tauri, et remanebunt ascensiones Geminorum.

Similiter potest fieri de 10 vel 20 gradibus, et habes porcionem ascensionum eius exacte, et per istas, ascensiones suorum collateralium, et per diminucionem ascensionum istorum signorum, hoc est a 60, habes ascensiones suorum oppositorum.

IX[2]. Vltimum est tabulam de[3] stellis fixis secundum Azarchelem huic instrumento[4] necessariam adiungere ad minus unam vel duas stellas in quolibet signo.

Opera quidem[5] omnia et mensure quas docet astrolabium Ptholomei per dorsum istius instrumenti fieri possunt, cum in nullo discordent; que omnia cum in locis innumeris[6] (scribantur)[7], eis in hoc nostro opere supersedemus.

Et nouit Deus quod ego Guillermus Anglicus[8], ciuis Massiliensis, professione medicus, ex merito scientie astronomus dictus, ex debili principio studio vehementi et ymaginatione[9] perspicua circa hoc opus fere per sex annos quantum licuit animam meam fatigaui; quod hoc meum[10] principium non fuit, nisi quod Azarchel speram super meridianum, ut dictum est superius[11], compressit. Expletum[12] est hoc opus anno Domini[13] 1231, secunda die Ianuarii[14]. Et ego (precor)[15] inspectorem huius mei tractatus et etiam aliorum meorum tractatuum, ut illos dirigat et adornet et Deus qui cuncta nouit actus nostros dirigat et vere speculantes multiplicet.

Explicit Astrolabium Vniuersale. Deo gratias.

Chapitre omis dans B. — [2] B donne d'abord, sous la rubrique : *Ubi inueniatur*, le second alinéa de ce chapitre; puis sous le titre : *De stellis fixis*, le reste très écourté. Pour le premier mot *Vltimum*, il y a *Al* suivi d'une lacune. — [3] tabula B. — [4] instrumento | operi B. — [5] autem B. — [6] innumeris | inuenieris A. — [7] scribantur *om.* A. — [8-9] B *donne seulement :* Guill[us] Anglicus ibi cogitaui per 6 annos : hu meum. — [10] magneA. — [11] superius *om.* B. — [12] Completum B. — [13] hoc opus anno Domini *om.* B. — [14] B omet tout ce qui suit. — [15] J'ai ajouté *precor*

TABULA STELLARUM FIXARUM

SECUNDUM ARZACHELEM[1].

NOMINA SIGNORUM.	NOMINA STELLARUM FIXARUM.	LONGITUDO. Grad.	LONGITUDO. Min.	LATITUDO. Grad.	LATITUDO. Min.	PARS LATITUDISIS stellarum.	DÉSIGNATIONS MODERNES.
Aries	Caput Mulieris	1	37	26	0*	Septentrionalis.	α d'Andromède.
	Cor Piscis	18	0	27	20	"	β d'Andromède?
Taurus	Caput Gorgonis	13	17	23	0*	"	β de Persée (Algol).
	Cor Tauri	26	17	5	10*	Meridionalis.	α du Taureau.
Gemini	Pes Orionis	3	57	31	50	"	β d'Orion.
	Humerus eius sinister.	4	27	16	50	"	γ d'Orion.
Cancer	Alhabor	1	17	39	10*	"	Sirius.
	Algomeiza	13	17	16	10*	"	Procyon.
Leo	Collum Leonis	16	47	8	50	Septentrionalis.	γ du Lion.
	Cor Leonis	16	37	0	10*	"	β du Lion (Regulus).
Virgo	Cauda Leonis	13	37	11	50*	"	α du Lion.
	Collum Corvi	16	26	17	40	Meridionalis.	ε du Corbeau?
Libra	Alramec	11	7	31	30*	Septentrionalis.	Arcturus.
Scorpius	Cor Scorpii	26	43	3	0	Meridionalis.	Antarès.
Sagittarius	Cauda Scorpii	11	47	16	7	"	λ du Scorpion?
	Sagitta Sagittarii	16	40	11	50	Septentrionalis[2].	γ du Sagittaire?
Capricornus	Vultur cadens	1	26	62	0*	"	α de la Lyre (Wega).
	Vultur volans	17	0	34	0	"	α de l'Aigle (Altaïr).
Aquarius	Cauda Galline	23	17	60	0*	"	α du Cygne.
Pisces	Humerus Equi	16	17	31	0*	"	β de Pégase.

[1] Cette table manque dans le ms. A. Les nombres du ms. B ne peuvent inspirer aucune confiance, cas trop fréquent dans les tables analogues. Quelquefois ils sont assez gravement corrompus pour que l'identification de l'étoile reste incertaine. Je me suis contenté de marquer d'un astérisque les nombres de latitude qui sont les mêmes que ceux de Ptolémée (11 sur 20). Quant aux différences avec les longitudes de Ptolémée, celle de 14°7' est la plus fréquente, mais elle ne se présente que quatre fois.

[2] Il faut lire très probablement *Meridionalis* pour la *Sagitta Sagittarii*.

Extrait des *Notices et Extraits des Manuscrits de la Bibliothèque Nationale et autres Bibliothèques*, 1897, t. XXXV, 2e partie, p. 561-640. Imprimerie nationale.

LE TRAITÉ DU QUADRANT

DE MAITRE ROBERT ANGLÈS [*]

Pendant que M. Curtze publiait une *Practica Geometriæ*, qui, comme je l'ai dit, doit avoir été composée, dans la seconde moitié du douzième siècle, par un maître ès arts de l'Université de Paris, du nom de Hugues, j'éditais un Ouvrage analogue, rédigé un siècle plus tard, mais par un maître de Montpellier.

Le *Quadrans secundum modernos* est, en effet, malgré son titre, un Traité de Géométrie pratique, qui, comme l'Opuscule du douzième siècle, enseigne les opérations d'arpentage (*allimétrie et planimétrie*), en y ajoutant, toutefois, les formules élémentaires pour la mesure des surfaces, et en substituant à la *cosmimétrie* une *stéréométrie*, c'est-à-dire une série de formules pour la mesure des solides. On voit, par là, qu'Euclide commence à être connu ; mais le progrès réel n'est pas, malgré cela, très sensible. Si le Traité de Montpellier est pour nous plus facilement lisible que celui de Paris, il n'accuse guère plus de connaissances géométriques et semble l'œuvre d'un esprit moins original.

[* Cf. *Notices et Extraits des manuscrits de la Bibliothèque nationale et autres Bibliothèques*, 1897, t. XXXV, p. 561-640. — Plus haut, n° 8. — Nous publions exceptionnellement ici ce compte rendu qui complète l'article qui précède.]

Mais, en dehors de l'intérêt documentaire que, surtout si on les compare l'un à l'autre, présentent ces deux Ouvrages à qui veut se rendre compte du caractère de l'enseignement de la Géométrie pendant le Moyen âge, le Traité du Quadrant mérite l'attention sous un point de vue spécial. Tandis que Hugues, pour l'arpentage, se sert de l'astrolabe et qu'il n'en indique que les dispositifs utiles pour son objet, le maître de Montpellier emploie un autre instrument, également à toutes fins; il le décrit complètement et assez clairement pour permettre de le restituer entièrement; il en enseigne les usages astronomiques (trouver le degré de longitude du Soleil pour un jour donné et inversement; trouver la déclinaison du Soleil; mesurer la latitude du lieu; prendre l'heure).

Cet instrument, ainsi susceptible de remplacer l'astrolabe de tous points, est évidemment une invention arabe, quoiqu'on n'ait pas exactement retrouvé, parmi les types décrits par les auteurs orientaux, celui de l'appareil du maître de Montpellier. L'introduction dans l'Occident latin paraît avoir eu lieu dès le douzième siècle; l'instrument est essentiellement un quart de cercle à limbe gradué (avec carré inscrit, à côtés également gradués, pour les opérations d'arpentage). On visait suivant un des côtés du quart de cercle en tenant l'instrument dans un plan vertical et en s'arrangeant pour faire tomber sur le limbe un fil à plomb partant du centre, ce qui donnait l'angle avec le plan horizontal de la ligne de visée, ou bien, sur la graduation du carré, l'*ombre verre* ou *droite* (tangente ou cotangente de cet angle) évaluées en *points* (douzièmes du rayon). D'autre part, des lignes horaires sont tracées sur le quadrant, et si la ligne de visée est pointée sur le Soleil, elles donnent immédiatement l'heure, grâce à un index (en forme de perle) que porte le fil à plomb. Il faut, toutefois, régler chaque jour cet index, qui peut, à cet effet, glisser

à frottement dur sur le fil à plomb; mais l'opération à faire pour cela est très simple, soit que l'on connaisse par des Tables la déclinaison du Soleil pour le jour de l'observation, soit que l'appareil porte un curseur, gradué en mois et jours, et donnant cette déclinaison sur le limbe.

En somme, cette solution du problème de trouver l'heure est très ingénieuse, et l'usage de l'appareil, dans ce but, était beaucoup plus rapide et plus commode que celui de l'astrolabe. C'était un véritable cadran solaire portatif, et c'est même évidemment le nom de cet instrument (*quadrans*, ce qui signifie quart de cercle) qui a passé aux cadrans solaires fixes, puis aux cadrans des horloges mécaniques.

Quant au nom de l'auteur du *Quadrans*, en transcrivant *Robert Anglès* (sous la forme méridionale actuelle) le nom *Robertus Anglicus* donné par la tradition manuscrite la plus autorisée[1], je n'ai nullement voulu trancher la question de nationalité; mais j'ai tenu à indiquer au moins la possibilité que le surnom ait été patronymique.

J'ai, en effet, en Appendice au *Traité du Quadrant*, complété la publication partielle faite par Sédillot, dans son *Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes*, d'un Traité de l'*Astrolabe universel* ou *Saphea* d'Arzachel, écrit en 1231 par un *Guillermus Anglicus*, lequel, dans la souscription que j'ai donnée, se qualifie de citoyen de Marseille, médecin de profession et, grâce à sa science, surnommé l'*Astronome*. Cet Opuscule est également des plus intéressants, en ce qu'on y saisit le moment où un savant de l'Occident latin arrive de lui-même, non sans peine (il avoue naïvement qu'il y a mis six ans), à s'assimiler le principe de la construction des instruments arabes. Or il est particulièrement

1. Plusieurs manuscrits portent, au contraire, le nom de *Johannes*, par suite d'une erreur dont j'ai montré l'origine probable.

remarquable que, dans cet astrolabe universel, le mode de détermination de l'heure soit, au fond, le même que dans le quadrant décrit par *Robertus Anglicus*. En tous cas, il est bien clair que ce *Guillaume l'Anglais* a pu faire souche dans le Midi et laisser son surnom à ses enfants.

Tant que les archives de l'Université de Montpellier ne seront pas classées de façon à permettre des recherches utiles, l'origine de celui que j'ai appelé *Robert Anglès* peut, en tous cas, rester en suspens; mais on a de lui un autre Travail, encore inédit : c'est un *Commentaire sur le Traité de la sphère de Jean de Sacrobosco*, commentaire daté de 1271, et expressément mentionné comme écrit pour l'usage des étudiants de Montpellier. L'époque où il vivait est donc bien déterminée.

Quant à la date du *Traité du Quadrant*, j'ai dit, dans l'Introduction très détaillée dont je l'ai fait précéder, qu'un manuscrit de la bibliothèque de l'Université de Cambridge (n° 1767) étant, d'après le Catalogue, daté de 1276, le Traité devrait être antérieur. Depuis, j'ai pu examiner ce manuscrit à Cambridge et reconnaître que l'indication du Catalogue est inexacte; la date de 1276, inscrite au folio 139 verso, est, non pas celle de la copie du manuscrit, mais celle de l'achèvement des *Canones* (Tables astronomiques) qui commencent au folio 117. Quant au Traité du *Quadrant*, il occupe les feuillets 56–60; au folio 57 verso, la petite Table qui donne la longitude du Soleil, au commencement de chaque mois, est expressément marquée comme prise *ab almanac anni 1299*. Mais il est certain que cette indication est due au copiste qui a voulu substituer des nombres plus exacts à ceux que portait le manuscrit qu'il reproduisait. Le manuscrit de Cambridge, qui est tout entier d'une même main, semble donc executé vers 1299, mais il ne permet pas de préciser davantage la date du *Traité du Quadrant*.

Cette date peut, en revanche, être assignée assez sûrement à l'année 1274, d'après un manuscrit anonyme du treizième siècle, dont je n'avais pas une connaissance suffisante (n° 324 du Catalogue du prince Boncompagni, édition de 1862)[1]. Les Tables annexées au Traité y portent en effet la mention (folio 12 verso) : *Anno ab incarnatione Domini* MCCLXXIII *incipit hæc tabula quæ durabit per centum et XIII annos successive*[2].

D'un autre côté, dans mon Introduction, j'ai remarqué que la partie géométrique (et non la description du quadrant) se trouvait assez souvent dans les manuscrits isolée et anonyme, et que, si elle n'avait pas été extraite du Traité de Robert Anglès, elle pouvait représenter un Opuscule antérieur qu'il aurait compilé. J'indiquais, comme pouvant peut-être permettre de trancher la question, un manuscrit de la Bodléienne d'Oxford (*Digbeianus* 174), catalogué comme de la fin du douzième siècle. J'ai pu également examiner ce manuscrit et constater que le fragment visé ne contient en fait qu'un feuillet et demi (folio 145-146) d'une écriture du quinzième siècle seulement, intercalé au milieu d'une traduction d'Euclide, d'une date très antérieure. Quant au texte de ce fragment, il est très voisin de celui du *Digbeianus* 147 (du quatorzième siècle) qui est intitulé : *Practica Geometriæ*, ne contient pas la description du quadrant, et est d'ailleurs incomplet. La question que j'ai soulevée ne peut donc être tranchée au moyen de ces manuscrits ; ils semblent plutôt dériver du texte du Traité de Robert Anglès, remanié et plus ou moins augmenté.

1. N° 323 du Catalogue de 1892, que j'avais seul consulté. De même, pour le n° 51 de ce dernier Catalogue, celui de 1862 marque expressément (n° 326) qu'il provient de la bibliothèque du couvent de Saint-Marc de Florence, ainsi que j'avais cru seulement pouvoir le supposer.

2. Cette mention est remarquable comme indication de la connaissance du degré d'approximation de l'année julienne par rapport à l'année tropique exacte.

Il est particulièrement remarquable que, dans cette recension, la troisième Partie de la Géométrie pratique soit appelée *steriometria vel cosmimetria*, par une malheureuse réminiscence de la subdivision introduite dans la *Practica Hugonis*.

Comme l'a remarqué M. Curtze dans la *Deutsche Litteraturzeitung* (17 décembre 1898), le Traité de Robert Anglès peut être regardé comme ayant été classique au Moyen âge. Si j'en ai signalé onze manuscrits[1], rien qu'à la Bibliothèque nationale de Paris, et, d'après des Catalogues, vingt-quatre autres, dont plusieurs m'avaient d'ailleurs été indiqués par M. Curtze, il pourrait aujourd'hui, dit-il, donner facilement une liste double. Si j'ai été amené à m'en occuper par le fait, assez bizarre, qu'il en existe une traduction grecque sans nom d'auteur, dont j'ai voulu chercher l'original latin, il y a, de même, d'anciennes traductions en hébreu et en allemand. Enfin, ce Traité a été singulièrement démarqué sous le titre de *Scenographia practica* et inséré presque textuellement par Waldseemüller dans une des éditions de la *Margarita philosophica* (celle de Strasbourg, 1508). C'est dire qu'il a été de même utilisé par la plupart des auteurs du Moyen âge qui ont traité, après Robert Anglès, soit du Quadrant, soit de la Géométrie pratique. Son importance historique dépasse donc de beaucoup sa valeur propre, mais il méritait ce succès par sa clarté et sa parfaite adaptation aux besoins de l'enseignement de son temps.

1. Je viens d'en rencontrer un douzième (anonyme), Ms. lat. 15125 (quatorzième siècle), f°s 49 à 55.

[Extrait du *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e s., t. XXIII, 1899, p. 145-150.]

PRACTICA GEOMETRIÆ

Ce minime opuscule, dont M. Curtze, avec sa compétence bien connue, a reconnu toute l'importance et qu'il a fait sortir de l'innombrable légion des inédits inconnus du Moyen âge, n'est point en réalité anonyme. Si l'illustre professeur de Thorn l'a trouvé sans nom d'auteur dans le *Codex latinus* 13021 de Munich (f° 202 à 211), s'il n'est pas spécifié davantage dans le manuscrit latin 7185 de notre Bibliothèque nationale, un hasard m'a fait, quelques mois après avoir pris connaissance de sa publication, reconnaître le même texte, mais sous le titre *Practica Hugonis*, à Cambridge, dans le manuscrit 413 du Collège Caïus-et-Gonville. A la vérité, ce simple prénom de *Hugues* ne nous apprend pas grand'chose; cependant, en tenant compte de ces circonstances que l'opuscule peut être approximativement daté de la seconde moitié du douzième siècle, que la forme en indique assez clairement qu'il a été rédigé pour l'enseignement dans une Université, qu'enfin le prénom de Hugues appartient surtout à la France, on est amené à identifier l'auteur avec un

[Nous avons cru devoir publier ici ce compte rendu qui a la valeur d'un article.]

Hugo physicus (Hugues le Médecin), qui, après avoir, comme maître ès arts, professé le *quadrivium* (les Mathématiques) à Paris, se consacra à la Médecine, y acquit une certaine réputation, et mourut en 1199. La *Practica Hugonis* peut donc être revendiquée pour la France.

L'intérêt que présentent ces quelques pages pour l'histoire de la Géométrie provient de ce qu'elles marquent un moment singulier de son enseignement. Euclide a déjà été traduit de l'arabe (par Adélard de Bath), depuis un demi-siècle au moins ; mais si notre Hugues n'ignore plus, comme les écolâtres du onzième siècle, qu'il y a une Géométrie théorique, ce doit être pour lui quelque chose comme, de nos jours, la Géométrie supérieure pour nos instituteurs d'école primaire. Il n'a, de fait, aucune teinture de science gréco-arabe ; il ne sait même pas encore, par exemple, mettre des lettres sur ses figures, pour en désigner les points. Il représente donc la pure tradition latine, à l'instant où son évolution normale, dans notre Occident, va se trouver brusquement déviée par les apports des doctrines orientales.

A la vérité, cette tradition latine a déjà adopté, au cours du onzième siècle, un instrument d'origine grecque, rapporté en Espagne par les Maures. Cet instrument, qui sert à toutes fins, à prendre l'heure comme à pratiquer l'arpentage, c'est *l'astrolabe*. Hugues n'en parle que pour son usage sur le terrain, c'est-à-dire comme d'un cercle qu'on tient dans un plan vertical, au moyen d'un anneau de suspension, et qui porte, mobile autour de son centre, une règle de visée (*mediclinum* ou *alhidada*, suivant la transcription de l'arabe, que Hugues emploie deux fois, et qui est passée en français). Mais la graduation dont on se sert pour l'arpentage n'est pas celle du limbe du cercle. Elle est marquée sur les côtés (horizontaux et verticaux) d'un carré inscrit

(chaque demi-côté étant divisé en douze parties). C'est dire que la théorie sur laquelle repose l'usage de l'instrument est uniquement celle des triangles rectangles semblables.

Quant aux sources écrites, notre auteur en utilise deux principales : la première est un recueil que l'on peut désigner par ses premiers mots, *Géometricales diversitates*, Recueil dont l'origine n'a pu, jusqu'à présent, être reconnue. Il paraît avoir été formé au onzième siècle et a été incorporé dans la compilation connue sous le nom de *Geometria Gerberti*. Il consiste en descriptions de procédés d'arpentage, conçues principalement au point de vue instrumental. Hugues a pris ce Recueil comme base des deux premières parties qu'il distingue dans la Géométrie pratique, à savoir, l'*altimetria* et la *planimetria*. Il développe surtout la première de ces deux parties, après l'avoir fait précéder de quelques définitions et énoncés théoriques nécessaires. C'est un esprit méthodique, qui se rend bien compte de ce qu'il enseigne, et qui indique avec soin tout ce qui est essentiel. A cet égard, son écrit tranche singulièrement sur les Œuvres similaires du Moyen âge.

Mais Hugues n'échappe point au grand défaut de son temps, la science *livresque*. Avant de le montrer plus amplement à propos de la dernière partie de son Opuscule, je prendrai comme exemple le dernier Chapitre de son *Altimétrie*. Pour mesurer la profondeur d'une eau, il décrit gravement le procédé suivant : on a une sphère métallique creuse, munie d'un anneau, et qui, seule, flotterait sur l'eau ; on la fait immerger en y suspendant une masse, laquelle, en se décrochant au fond de l'eau (grâce à un dispositif assez simple), laissera remonter la sphère. On mesurera le temps entre l'immersion et l'émersion, avec l'astrolabe (c'est-à-dire, de fait, en observant la hauteur du Soleil !) et l'on conclura la profondeur par proportion, d'après des

expériences faites sur des eaux où l'on puisse employer la sonde. Ce procédé avait été indiqué, avant Hugues, dans des textes qui nous sont parvenus, mais qui, sans le sien, seraient à peu près inintelligibles ; en tout cas, si cette idée a pu paraître assez ingénieuse pour être essayée, il est bien difficile de croire qu'on n'ait pas immédiatement reconnu qu'elle n'était point réalisable en pratique, faute d'un instrument assez précis pour mesurer les faibles durées. Hugues avoue bien qu'il n'a pas lui-même fait l'expérience, mais il croit cependant devoir l'indiquer à ceux qui voudraient la tenter; c'est bien là le savant du Moyen âge, croyant facilement, mais assez mal, à tout texte écrit, car il est ignorant de bien des choses. Cependant il a à moitié conscience de son ignorance : il voit bien qu'il faut expérimenter, mais il ne sait point s'y prendre, ou ne pense qu'à des expériences impossibles.

La *Planimétrie* de Hugues, à la différence de son *Altimétrie*, est très écourtée; elle se réduit à peu près à parler de la visée de l'extrémité d'une longueur, à un bout de laquelle se tient l'arpenteur. C'est la taille de celui-ci qui servira de troisième terme connu dans la proportion, les deux premiers étant, par exemple, fournis par l'astrolabe; au moins Hugues a-t-il soin de dire, sur les opérations de ce genre, qu'il faut chaque fois mesurer, avec une règle verticale, la hauteur à assigner à la taille.

Comme troisième partie de la Géométrie pratique, il ajoute le *Cosmimetria*, c'est-à-dire la mesure des dimensions du Monde. Cette singulière addition paraît être de son propre cru. Martianus Capella avait bien rempli, avec une nomenclature géographique, la plus grande partie du Livre qu'il consacrait à la Géométrie, comme s'il entendait ce mot dans le sens de mesure de la Terre, et comme si cette mesure était inséparable d'une description; mais si cet exemple peut bien faire comprendre jusqu'à

quel point l'objet véritable de la Géométrie était perdu de vue dans l'Occident latin, si, d'autre part, aux compilations d'arpentage étaient déjà venues se mêler des mentions de la célèbre mesure d'Ératosthène, nul, avant Hugues, ne semble avoir eu l'idée de détacher de l'Astronomie, et de rattacher à la Géométrie, comme en constituant une branche spéciale, tout ce qui concernait la mesure des dimensions du Monde.

Dans cette troisième partie de son Opuscule, notre auteur suit, en le nommant, Macrobe (*Commentaire sur le Songe de Scipion*). C'est dire que les données qu'il peut utiliser seront très maigres et singulièrement fautives. Mais l'histoire des erreurs de l'esprit humain est peut-être aussi importante que celle de ses progrès vers la vérité : je m'arrêterai donc sur ce point.

Hugues commence par expliquer, assez intelligemment, le principe de la mesure d'Ératosthène; il en déduit, en employant le rapport d'Archimède, la longueur en stades du diamètre de la Terre. Il calcule de même la circonférence de l'orbite solaire et le diamètre de cet astre, en procédant toujours avec une rigueur qu'il croit absolue, en mélangeant, de façon assez bizarre, les fractions romaines et les fractions exprimées à la moderne, et opposant ses résultats à ceux de Macrobe, qui ne donne que des nombres approchés.

Mais Macrobe, qui semble avoir disposé de sources très anciennes (prétendûment égyptiennes), avait combiné entre elles des données contradictoires. Ainsi il admet, d'une part, que l'extrémité du cône d'ombre de la Terre atteint précisément l'orbite solaire, ce qui revient à supposer que le diamètre du Soleil est double de celui de la Terre. En second lieu, il admet que la distance du Soleil est de soixante fois le diamètre de la Terre, ce qui correspond très probablement, avec l'approximation primitive $\pi = 3$, et en tenant compte du premier postulat,

à l'hypothèse que le diamètre apparent du Soleil est de 2°. Que cette donnée fantaisiste ait réellement eu cours dans l'antiquité, qu'elle ait même eu une certaine vogue, nous le savons du reste, car elle est précisément celle qu'adopte numériquement un auteur qui cependant en connaissait certainement toute l'exagération, Aristarque de Samos, dans son Traité des *Grandeurs et distances du Soleil et de la Lune*.

Mais Macrobe ajoute une troisième donnée inconciliable avec les précédentes. D'après lui, en observant avec la clepsydre le temps que dure le lever du Soleil, on aurait constaté que son diamètre occupe la 216e partie de son orbite (c'est-à-dire 100′). S'il s'agit d'une opération réellement faite, et non de quelque combinaison aussi chimérique que les précédentes, on ne peut évidemment que supposer une grossière erreur de transcription; car déjà Thalès semble avoir connu le rapport du 720e comme résultat de l'observation.

En présence du texte de Macrobe, comment va se comporter notre Hugues? Il se figurera que la distance du Soleil a pu être obtenue par les procédés d'arpentage, comme peut l'être toute hauteur terrestre. Il prendra donc comme valable le nombre assigné par Macrobe[1] (4 820 000 stades). Il doublera ce nombre, ajoutera scrupuleusement le diamètre de la Terre, et ayant ainsi celui de l'orbite solaire, il calculera la circonférence, puis divisant par 216, arrivera au diamètre du Soleil. Cela fait, il montrera que, contrairement aux assertions de Macrobe, ce diamètre est sensiblement inférieur au double de celui de la Terre, et que, par suite, l'ombre de la Terre doit dépasser l'orbite solaire.

C'est ainsi que se termine la *Practica Hugonis*. Ce n'est certainement pas à notre niveau qu'il faut la comparer, mais elle n'en

1. Nombre calculé comme étant 60 fois le diamètre de la Terre.

est pas moins en progrès énorme sur les écrits géométriques antérieurs. Il y a au moins constitution d'un enseignement pratique, raisonné, et visant un but précis. Cependant, comme connaissances théoriques, nos ancêtres du douzième siècle ne savent guère plus que les Grecs avant Pythagore. S'ils peuvent utiliser quelques résultats de la Science hellène comme le rapport d'Archimède, ils sont sans doute incapables de concevoir comment ces résultats ont pu être atteints. Quant à ce qu'ils trouvent dans Martianus Capella ou dans Macrobe, cela leur est plus nuisible qu'utile; leur respect pour la Science antique ne leur permet au plus que d'y relever des contradictions flagrantes. Il est bien difficile de deviner ce qui fût advenu sans l'infiltration de la Science arabe, puisque le génie d'invention géométrique ne s'est pas révélé, en Occident, avant la fin du seizième siècle, et une fois connus, non seulement Euclide, mais encore Archimède, Apollonius et Pappus[1].

1. Je viens de constater ces jours derniers que le même traité se trouve, avec une continuation de la dernière partie, et avec l'annonce d'un Livre lui faisant suite et consacré à l'Astronomie, dans les Manuscrits latins, Bibliothèque nationale 15362 et Bibliothèque Mazarine 717. Ce dernier (du treizième siècle) est exclusivement un Recueil d'œuvres de Hugues de Saint-Victor, et suppose donc une attribution (que je crois erronée) de la *Practica geometriæ* au célèbre théologien (mort en 1140). Cette attribution, admise par Hauréau, doit provenir de l'identité des prénoms.

[Extrait du *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1899, t. XXIII, p. 140-145. Comptes rendus et analyses.]

BOÈCE

Bibliothèque Nationale :

Manuscrit latin 6401 fol. 13 v°

NOTES SUR LA PSEUDO-GÉOMÉTRIE DE BOÈCE[*]

1[1].

Dans le second volume des *Gromatici veteres* (Berlin 1852, Reimer, p. 66-68) Blume dit qu'il existe des manuscrits où la *Géométrie* de Boèce est mise sous le nom de Nypsus; il en énumère deux : « Der älteste bisher bekannte Kodex dieser Klasse, « nämlich der Bamberger HJ IV 22, von Jäck in das elfte, von « Hrn. Professor von Jan zu Schweinfurt mit besseren Gründen « in das neunte oder zehnte Jahrhundert gesetzt[2]. Enthält auf « 29 Seiten nur die *Demonstratio artis geometricæ* unter dem Titel : « *Lib. Junij Nipsj de mensuris.* Wir besitzen durch die Güte des

[* Cf. *La Grande Encyclopédie*, t. VII, p. 28. — *Revue de Synthèse historique*, 1901, t. II, pp. 283-299, et plus loin.]

1. Je désigne par le mot *Pseudo-Géométrie* la compilation (en cinq livres) qui existait sous le nom de Boèce dès le neuvième siècle, sinon plus tôt, et qui n'est rien moins qu'une *Géométrie*. Elle diffère essentiellement, comme on sait, de la *Géométrie* en deux livres, où il est parlé de l'*abacus* et des *apices*, et dont le plus ancien manuscrit connu, celui d'Erlangen, est du onzième siècle.

2. « Jäck, *Beschreibung der öffentlichen Bibliothek zu Bamberg*, t. I, 1831, S. 119. — Dazu L. von Jan in der *Zeitschrift für Altertumswissenschaft* 1884, Nr. 55. »

« Hrn. von Jan eine vollständige Abschrift. Von Lachmann als « cod. *b* benutzt und in der Tabelle pag. XI genauer zerlegt[1]. »

Quoique Lachmann, qui parle plus longuement de ce manuscrit de Bamberg (*ibid.* p. 82-90), ne relève nullement cette attribution singulière, personne ne pourrait certainement s'imaginer, en lisant le passage de Blume ci-dessus, qu'elle se présente sous la forme d'une note, écrite, au dix-septième siècle seulement, dans le blanc réservé pour inscrire une rubrique beaucoup plus longue, rubrique qui n'a jamais été mise, comme c'est si souvent le cas dans les manuscrits latins.

Il est clair que l'on n'a à tenir aucun compte de cette note, et que le *Bambergensis* doit valoir comme manuscrit anonyme.

Quant au second manuscrit avec l'attribution à Nipsus, son existence est simplement supposée par Blume, parce que Goesius (*Rei agr. auctores*, Amsterdam 1674) a donné sous le nom de Nipsus des variantes à la *Lex de sepulchris* (*Grom. vet.*, p. 271-272), que cette loi ne figure actuellement sous ce nom dans aucun manuscrit connu, mais qu'on en trouve trois lignes dans un endroit, deux dans un autre du texte du manuscrit de Bamberg publié par Lachmann. Autant dire que l'hypothèse est absolument gratuite.

Blume n'a guère été plus heureux dans ce qu'il dit à propos des autres manuscrits du Pseudo-Boèce. Mais je crois inutile d'insister sur d'autres points, aujourd'hui que la question se trouve débrouillée, grâce aux patientes recherches de Nicolas Bubnov (*Gerberti Opera mathematica*, Berlin 1899, Friedländer). Et si j'ai signalé une des affirmations inexactes de Blume, c'est que précisément elle a trompé M. Bubnov, et par suite, dans une

1. A savoir dans le premier volume des *Gromatici veteres*. — L'analyse de Lachmann est toutefois insuffisante, parce qu'il n'a pas jugé à propos de publier diverses parties du texte de Bamberg.

certaine mesure, entaché d'erreur une de ses conclusions les plus intéressantes.

Le savant professeur de Kiev a en effet remarqué que l'attribution à M. Junius Nipsus de textes des *Gromatici* repose, en réalité, uniquement sur deux rubriques manuscrites, qu'il est permis de trouver insuffisantes :

1° Dans le célèbre *Arcerianus* de Wolfenbüttel, la mention : *Marci Juni Nipsi lib. explicit*, vient après un opuscule simplement intitulé *Podismus*, et dont la fin est mutilée. Il est dès lors au moins possible que, dans le manuscrit prototype, il ait manqué à cet endroit plusieurs feuillets, et que l'*Explicit* se rapporte à un opuscule entièrement perdu.

2° Dans l'*Amplonianus* 362 d'Erfurt (*E* de Lachmann), on trouve, p. 20, la mention absurde : *Julii Frontini Siculi liber I explicit. Incipit Marci Juni Nipsi lib. II feliciter.* La première partie de cette mention correspond d'ailleurs à celle de l'*Arcerianus* après le même texte : *Julii Frontini lib. explicit feliciter.* D'autre part, ce qui suit dans l'*Amplonianus* est une compilation de fragments disparates, comprenant, après plusieurs autres, ceux qui dans l'*Arcerianus* précèdent la mention de Nipsus, puis d'autres encore, dont les titres et noms d'auteurs se trouvent supprimés. Tout cela est éminemment suspect ; Lachmann conjecturait déjà qu'un compilateur avait distribué sa matière en deux livres, et mis hardiment le premier sous le nom forgé de Frontinus Siculus[1], le second sous celui de Nipsus. M. Bubnov pense que le faussaire avait mis également ce dernier nom en tête du premier livre (mutilé dans l'*Amplonianus*). Ne discutons pas à cet égard : le point capital est de constater qu'il serait au moins prudent de

1. Forgé par fusion des noms de deux *Gromatici* distincts Julius Frontinus et Flaccus Siculus.

rayer MARCUS JUNIUS NIPSUS de la liste des agrimenseurs romains dont nous avons des écrits avérés[1].

Mais où les déductions de M. BUBNOV cessent d'être légitimes, c'est quand il rapproche le *Bambergensis* de l'*Amplonianus*, et qu'il admet, par suite de sa confiance dans l'assertion de BLUME, l'existence d'un manuscrit prototype (écrit dès le huitième siècle), dans lequel aurait figuré, en tête d'un premier livre et après le titre *M. Junii Nipsi de mensuris*, le texte de la *Pseudo-Géométrie* tel qu'il se trouve dans le *Bambergensis*, puis la compilation qui figure dans l'*Amplonianus*.

Si je constate que cette conclusion ne peut subsister, c'est que je crois intéressant de faire remarquer que la *Pseudo-Géométrie* de BOÈCE, quoique étrangement contaminée par la tradition des *Gromatici*, apparaît, dans les plus anciens manuscrits, comme absolument isolée des écrits de ce genre.

En particulier, le *Bambergensis*, après les seize feuillets contenant la *Pseudo-Géométrie*, en comprend vingt-quatre autres[2] où l'on ne trouve que des extraits de PLINE, de BÈDE, de MACROBE, et de MARTIANUS CAPELLA, concernant l'astronomie, avec des fragments métrologiques et chronologiques, mais il n'y a absolument rien qui touche l'arpentage.

L'adjonction d'écrits des *Gromatici* au texte de la *Pseudo-Géométrie* ne paraît point avoir eu lieu avant l'époque de GERBERT; du moins le plus ancien manuscrit où on puisse la constater est celui de Berne (Bong. 87) daté de 1004.

1. On peut cependant supposer que son opuscule était géométrique, puisqu'il suivait le *Podismus* et précédait le *liber* d'EPAPHRODITUS et VITRUVIUS RUFUS.

2. Le *Bambergensis* a été complètement décrit par LEITSCHUH dans le nouveau *Katalog der Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Bamberg* (1895) sous le n° 55.

Enfin, il ne me paraît nullement démontré que la fraude dont témoigne l'*Amplonianus* remonte à une époque plus ancienne que ce manuscrit, qui est du onzième siècle. M. Bubnov (p. 444 et 453) suppose l'existence d'un prototype du huitième siècle d'après une note de Metellus Sequanus écrite en 1564 sur le *Palatinus* 1564. Metellus parle en effet d'un manuscrit ayant appartenu à Angelo Colocci et qu'il a copié : « Erat autem et is liber (c. à d. le ms. de Colocci) picturis coloratis, ut hic (c. à d. le *Palatinus*), illustratus, sed hoc antiquior videbatur. Hic enim ex litterarum forma et orthographiæ ratione, proxime Caroli Magni sæculum scriptus est. »

Tel est le texte que donne M. Bubnov, mais où il y a certainement une faute, par suite soit d'une erreur de lecture, soit d'une inadvertance de Metellus. En effet, le dernier *hic* doit, comme le premier, désigner le *Palatinus* qui est en effet du neuvième ou du dixième siecle, que Metellus pouvait très bien, dès lors, rapprocher de l'époque de Charlemagne. Mais dans ce cas, l'ensemble du contexte demande qu'on lise auparavant : *sed non antiquior videbatur*, ou *sed hoc antiquior non videbatur*. Autrement il me paraît impossible de justifier la rédaction de Metellus Sequanus.

Je suis donc porté à croire que le manuscrit de Colocci était en réalité considéré par Metellus comme plus récent que le *Palatinus*, et rien n'empêche, d'après les autres données que l'on possède à cet égard, qu'il ne soit précisément le même que l'*Amplonianus*.

Sans doute au huitième ou au neuvième siècle, une fraude consistant à mettre sous un nom arbitrairement choisi une compilation quelconque, a pu se faire tout aussi bien qu'au onzième; l'exemple des deux *Géométries* attribuées à Boèce est typique à cet égard. Mais dans les questions de filiation des manuscrits,

il ne faut point, sans nécessité absolue, multiplier les intermédiaires hypothétiques. Car il peut en résulter des conclusions historiques d'une certaine gravité, qui ne reposent, en définitive, que sur des conjectures sans fondement sérieux.

2.

M. Cantor dit, dans la seconde édition de ses *Vorlesungen* (t. I, p. 537), que le plus ancien manuscrit de la Géométrie de Boèce date du neuvième siècle. C'est en effet l'âge que l'on doit assigner au ms. de Paris, Bibl. Nat. lat. 13020, et peut-être au Bambergensis HJ IV 22[1]. Pour le dixième siècle on peut compter quatre mss., deux à Paris (lat. 13955 et 14080), un à Vienne (55), un à Berne (299)[2]. Mais aucun de ces manuscrits ne contient l'opuscule dont M. Cantor défend l'authenticité, je veux dire l'*Ars geometrica*, dont Friedlein a donné la première édition critique (Leipzig, Teubner, 1867) et pour lequel le plus ancien ms. connu (Erlangen 288) remonte seulement au onzième siècle. Tous ceux qui sont antérieurs donnent le texte de ce que j'appelle la *Pseudo-Géométrie*; leur existence permet d'établir que, dès le neuvième siècle, on attribuait à Boèce un ouvrage contenant, entre autre choses, une traduction de définitions et d'énoncés d'Euclide, mais elle ne prouve nullement que la rédaction de l'*Ars geometrica*, avec la description de *l'abacus* et des *apices*, soit

1. Leitschuh, *l. c.*, p. 61, n° 55.

2. Pour ces deux derniers mss., j'emprunte renseignement à l'ouvrage déjà cité de M. Bubnov, *Gerberti Opera Mathematica* (Berlin, Friedländer, 1899), ouvrage dont les pages 155-190 sont désormais indispensables pour l'étude détaillée de la question de Boèce.

antérieure à l'époque de GERBERT. Tout au contraire, elle constitue un grave argument contre l'authenticité de cet opuscule.

Car il faut rectifier également ce que dit M. CANTOR (*ib.*, p. 540) : « Il y a ou il y a eu des Géométries de BOÈCE en cinq livres, en « quatre, en trois, et en deux livres. Les manuscrits de cette « dernière Géométrie sont généralement reconnus comme étant « les meilleurs, et un troisième livre, qui est ajouté dans les an- « ciennes éditions de BOÈCE, ne lui est nullement attribué dans « les manuscrits, où il est désigné comme *Demonstratio artis geo-* « *metriæ*, sans nom d'auteur. En tout cas, son origine est plus « récente, son contenu est une compilation des plus variées, où « l'on a même pu reconnaître des fragments entiers de l'Arith- « métique de BOÈCE. »

Pour ce qui touche aux recherches personnelles de M. CANTOR, cet exposé de la question est, à vrai dire, matériellement exact; mais, pour le reste, il s'est laissé induire en erreur par les assertions de BLUME et de LACHMANN dans le deuxième volume des *Gromatici veteres;* l'ensemble, en tous cas, est de nature à donner une très fausse idée des faits.

En réalité, il n'y a, dans les mss., que deux Géométries attribuées à BOÈCE, à savoir la *Pseudo-Géométrie*, normalement divisée en cinq livres, et l'*Ars geometrica*, qui est en deux. S'il y a, pour chacun de ces deux ouvrages, des divergences sur la division en livres, elles résultent, soit de simples fantaisies, soit d'erreurs des copistes[1].

1. Ainsi le Monacensis 560 (*Pseudo-Géométrie*) compte quatre livres par une erreur évidente. En tête du livre I, il n'y a ni titre ni *Incipit;* l'*explicit liber primus* se trouve là où LACHMANN arrête son premier extrait (*Grom. vet.*, p. 606); plus loin, le livre II de la division ordinaire est compté comme livre I, et ainsi de suite. — Le Monacensis 23511 (*Ars geometrica*) compte trois livres, parce que le premier est coupé en deux, après la fin de la tra-

Si la bizarre composition de la *Pseudo-Géométrie* en a fait, pendant longtemps, rejeter les mss. au second plan, il n'en a pas moins été remarqué, dès que parut l'édition de l'*Ars geometrica* procurée par Friedlein, que, pour le texte euclidien, les meilleures leçons étaient celles de son ms. *q* (Munich 560), et que celui-ci paraissait bien avoir conservé une rédaction primitive dont les autres n'offraient qu'un remaniement plus ou moins maladroit. Or précisément ce ms. *q* contient le texte de la *Pseudo-Géométrie*.

Le livre ajouté, dans les anciennes éditions, à l'*Ars geometrica*, sous le titre : Boetii *de Geometria liber*[1], reproduit, en fait, les deux premiers livres de la *Pseudo-Géométrie*. Le premier éditeur, que les autres ont servilement imité, a naturellement omis les livres III et IV, qui contiennent la traduction d'Euclide, déjà insérée dans l'opuscule précédent ; il a négligé le livre V, c'est-à-dire l'*Altercatio duorum geometricorum*, qui, par suite, malgré son intérêt historique, est restée inédite jusqu'à présent, car le début et la fin de ce livre V, donnés par Lachmann (*Grom. vet.*, I p. 407-412), semblent bien étrangers au cadre primitif de l'*Altercatio*.

Il est, en tout cas, inexact que ce troisième livre des anciennes éditions ne soit point attribué à Boèce dans les mss., car la très grande majorité de ceux de la *Pseudo-Géométrie* portent expressément ce nom. A la vérité, le Bambergensis, que Lachmann a suivi de préférence, est anonyme ; mais il n'en est pas de

duction d'Euclide. — Le ms. perdu de Reichenau, pour lequel un catalogue de 821 indique deux livres *de arithmetica*, trois livres *de geometria*, ne doit pas entrer en ligne de compte : d'ailleurs, s'il contenait le *Pseudo-Géométrie*, il a pu se faire que l'auteur du catalogue en comptât les deux premiers livres comme arithmétiques, les trois suivants comme géométriques.

1. Dans ces anciennes éditions, l'*Ars geometriea* précède sous le titre : *Euclidis Megarensis Geometriæ libri duo ab Anicio Manlio Severino Boetio translati.*

même des deux autres mss. qu'il a utilisés, celui de Rostock, IV 111 (voir *Geom. vet.*, II p. 68), et celui de Munich, 560 (*ib.*, p. 84 et suiv.), quoi qu'en dise BLUME pour ce dernier (*ib.*, p. 67).

Tout au contraire, c'est le titre *Demonstratio artis geometricæ* qui ne se trouve point dans les mss.; car il a été forgé par LACHMANN (*ib.*, p. 65), assez malheureusement au reste[1].

Enfin, si cette informe compilation de la *Pseudo-Géométrie* renferme des extraits de l'Arithmétique de BOÈCE, si même ils constituent la presque totalité du second livre, il s'ensuit bien que la rédaction de l'ensemble est postérieure à BOÈCE, mais elle n'en a pas moins dû précéder celle de l'*Ars geometrica;* elle a même dû servir à l'auteur de cette dernière.

A cet égard, il est inutile de répéter les observations décisives de HEIBERG (*Zeitschr. f. Mathem.* **35**, 1890; Hist.-lit. Abt., p. 56). Je me propose d'aborder une autre question, soulevée par le savant danois (*ib.*, p. 48 et suiv.), à la suite d'une analyse comparative du Bambergensis et du Monacensis 560.

Il est clair que l'attribution à BOÈCE de la *Pseudo-Géométrie* est postérieure à l'introduction, dans cette compilation, des extraits empruntés à l'Arithmétique du même auteur; car cette introduction, dans un ouvrage circulant sous le nom de BOÈCE, eût été une manœuvre par trop maladroite, l'Arithmétique n'ayant pas cessé d'être étudiée en première ligne par ceux qui s'intéressaient encore à la mathématique. Au contraire, un copiste incompétent a pu commettre une fraude vulgaire, surtout si la traduction d'EUCLIDE, qui forme le noyau de la compilation, portait déjà le nom de BOÈCE.

1. LACHMANN a emprunté en effet une expression du dernier alinéa du ms. de Bamberg (*Grom. vet.*, p. 412, 16, 17) : or cet alinéa, écrit de seconde main dans le Parisinus 13 020, est une addition postérieure à la rédaction primitive.

Si donc un ms. ancien, comme le Bambergensis, est anonyme, si de plus, par une rare exception, il ne contient pas les extraits de l'Arithmétique, on est naturellement porté à croire qu'il représente une forme primitive de la tradition, alors surtout qu'on le compare à un ms. postérieur d'un ou deux siècles, comme le Monacensis. Mais si au contraire on le rapproche d'un ms. antérieur, comme le Parisinus 13020, où l'on retrouve à la fois l'attribution à Boèce et les extraits de l'Arithmétique, la question change de face.

L'étude personnelle que j'ai faite du Parisinus et du Bambergensis m'a en effet convaincu que le second dérive, sinon du premier lui-même, au moins d'un ms. tout à fait semblable, présentant le même désordre et les mêmes fautes caractéristiques; dès lors nous ne pouvons remonter sûrement, en ce qui concerne la formation de la *Pseudo-Géométrie*, au delà du neuvième siècle comme époque, au delà du Parisinus comme type.

Sur l'âge du Bambergensis, les opinions émises diffèrent sensiblement. Jäck l'a fait descendre au onzième siècle; c'est de fait la date de l'écriture du recto du premier feuillet (la *Pseudo-Géométrie* commence au verso); ce qu'on trouve du reste sur ce recto, ce sont des règles de multiplication sur l'abacus analogues à celles qui sont attribuées à Gerbert. Mais, en excluant aussi des gloses nombreuses et souvent intéressantes, qui semblent également du onzième siècle, tout le reste du ms. est d'une même main évidemment antérieure et que l'on doit au moins faire remonter au dixième siècle, avec Heiberg. La limite supérieure est fixée à l'an 841, date de la rédaction d'une pièce concernant le comput (voir *Grom. vet.*, II p. 82); mais il me paraît bien douteux, d'après le caractère de l'écriture, que l'on puisse assigner au ms. une date aussi reculée.

En tout cas, et sans prétendre que le Parisinus soit plus ancien

de tout un siècle que le Bambergensis, je considère son antériorité comme indubitable. Mais le Parisinus présente de plus un grave indice de la fidèle utilisation d'une source antérieure : chaque énoncé d'EUCLIDE y est accompagné d'une figure soigneusement faite, quoique d'après des conventions de nature à nous dérouter aujourd'hui, et que le dessinateur n'a pas toujours bien comprises ; le Bambergensis au contraire ne présente que quelques rares figures (accompagnant les définitions), et leur aspect est sensiblement moins archaïque.

D'autre part, si le Bambergensis est anonyme, cela tient uniquement à ce qu'en général les rubriques des livres n'ont pas été exécutées, tandis que celles des divisions intérieures existent. Mais c'est là un fait bien fréquent en paléographie et dont on ne peut rien conclure, d'autant que les blancs pour les rubriques ont été réservés au commencement et à la fin de chaque livre, aux mêmes endroits que dans le Parisinus. La seule différence est que dans le Bambergensis, le second livre a été complètement supprimé. Une rubrique avait été commencée dans le blanc réservé ; elle a été grattée et remplacée par l'inscription à l'encre noire : *Explicit liber primus. Incipit de figuris.* Cette inscription se trouve ainsi tenir lieu de ce qui, dans le Parisinus, occupe trois feuillets, à savoir :

F° 64 v° : *Incipit liber Anicii Manili* (sic) *Severini Boetii Geumetricorum secundus ab Euclide translatus.* — Suit le texte du livre II (= BOETIUS, éd. de 1570, pp. 1541-1546) : Quo modo inventa est geometria?... propositum convertamus. — F° 67 v° : *Explicit liber Arithmeticæ artis. Incipit liber Geometrie Artis tertius de figuris.*

Le fait du grattage et de la surcharge, que j'ai relevé, doit faire croire que la suppression du livre II dans le Bambergensis n'a été décidée qu'au dernier moment. Le copiste (ou celui qui le dirigeait) aura reconnu la source des extraits arithmétiques,

et il aura jugé qu'il était inutile de les conserver. Mais, avant ces extraits, le livre II contenait encore un court fragment d'une sorte de catéchisme géométrique (Quo modo inventa est geometria?..... et conclusio). On le retrouve, dans le Bambergensis, tout à fait à la fin de l'ouvrage, où l'on peut bien croire que le copiste l'aura transporté. Heiberg estime au contraire que l'ordre ainsi obtenu doit mieux représenter celui que l'on peut supposer dans l'original. Je ne puis réfuter cette opinion qu'en entrant, comme je vais le faire maintenant, dans des détails un peu plus circonstanciés sur la composition de la *Pseudo-Géométrie*.

3.

Le Parisinus lat. 13020, du neuvième siècle, le plus ancien connu pour cette compilation, donne le titre général :

F° 59 v° : *Incipiunt libri Anicii Manilii Severini Boetii Artis Geometriæ et Arithmeticæ num(ero) V, translati de greco in latinum*,

puis le sous-titre, également rubriqué :

Regula Artis Geometriæ. Quæ est fons sensuum et origo dictionum?

Le signe d'interrogation n'est point, je dois le dire, indiqué sur le ms., en sorte que la phrase a pu être prise au Moyen âge pour une définition de la géométrie, et qu'on la retrouve comme telle dans un ouvrage attribué à Hugues de Saint-Victor (douzième siècle)[1]. Mais elle forme bien la question à laquelle répond assez exactement le morceau grammatical et étymologique emprunté à Cassiodore et par lequel débute le livre I (*Grom. vet.*, I pp. 393, 1-17).

1. *Eruditionis disciplinalis*, lib. II, c. 16 (*Patrologia latina* de Migne, vol. 176, col. 757).

Cette question, de fait, se dédouble en deux : Qu'est-ce que la Géométrie? Comment a-t-elle été inventée? Le texte passe ensuite à une troisième question, celle de l'utilité de la Géométrie ; mais bientôt il dérive sur l'*epistola Iulii Cæsaris* et se grossit, sans ordre ni mesure, d'extraits les plus divers empruntés aux *gromatici* (de controversiis, de positione terminorum, de alluvione, de subsicivis agris, nomina agrimensorum, nomina imperatorum, nomina lapidum finalium et arcarum positiones).

Lachmann a omis toute la fin du livre ou du moins ce qui paraît la former, sous la rubrique f° 63 v° : *Incipiunt capitula libri hujus*, que le Bambergensis fait précéder de l'addition à l'encre noire : *Quædam proponenda studiosis*. Les énoncés de chapitres qui suivent donnent le plan d'un opuscule mi-arithmétique, mi-géométrique. Les trois premières questions de la partie géométique sont d'ailleurs celles que nous avons vu traiter au début du livre I. Mais là s'arrête tout rapport entre ce livre I et la liste de chapitres. Il est clair que l'*Explicit liber primus* est ridiculement placé après cette liste dans le Bambergensis, qu'il est mieux auparavant, comme dans le Monacensis 560, tandis qu'il manque dans le Parisinus. En réalité cette liste de chapitres concerne un opuscule perdu et ne fait partie ni du livre I, ni du livre II.

Cependant elle concernerait plutôt le second ; du moins celui-ci débute par un petit catéchisme qu'on peut regarder comme correspondant aux quatre premiers chapitres géométriques de l'opuscule perdu. D'autre part, il continue par des extraits de l'Arithmétique de Boèce qu'on peut supposer compilés pour répondre aux chapitres de la partie arithmétique de ce même opuscule. Mais cette compilation est faite avec les interversions les plus singulières et ne satisfait nullement au but en question ; c'est comme un amas de notes destinées à servir de matériaux, mais qui n'ont été ni mises en ordre, ni digérées.

Le fragment de catéchisme géométrique est plus intéressant, en ce qu'il paraît remonter à une époque où subsistait encore la traduction des démonstrations euclidiennes, et où l'on connaissait la composition de la totalité des *Éléments*[1]. Les demandes et les réponses y sont respectivement distinguées par les initiales *Δ* et *M*, des mots grecs *didascalos* et *mathêtês* (maître et élève).

Avec le livre III commence la traduction des énoncés d'Euclide; il finit f° 76 r° (*Explicit liber tertius. Incipit liber quartus Anicii Manilii Severini Boetii ab Euclide translatus*), après avoir donné d'abord et de suite les définitions des quatre premiers livres, puis les propositions des deux premiers.

Le livre IV devrait de même contenir les propositions des deux livres suivants d'Euclide; mais non seulement plusieurs de ces propositions font défaut à leur place, comme au reste dans les deux premiers livres; toute une série : *Elem.* III fin de 7 à III comm. de 22, se retrouve seulement au livre V, au milieu de morceaux très différents. Le même désordre, qui provient évidemment d'une transposition de feuillets du prototype, existe dans tous les mss. connus de la *Pseudo-Géométrie*, tandis que l'absence, dans l'*Ars geometrica*, de cette série d'énoncés transposés est une preuve manifeste que ce second opuscule a été rédigé sur un exemplaire du premier semblable à ceux que nous possédons.

Dans le Parisinus, la fin du livre IV et le commencement du livre V ne sont pas indiqués. Mais f° 78 v°, après la fin du texte

1. Cependant Cassiodore a pu suffire à la rigueur, avec l'aide d'une vague tradition, pour composer les réponses, Mais il y a des questions assez surprenantes pour l'époque : « *Si proprius codex?* c. à d. : Jusqu'à quel point la Géométrie d'Euclide est-elle une œuvre originale ? » — La réponse, que je traduirai aussi librement, est irréprochable : « On attribue la disposition à Euclide; mais on dit que la plupart des démonstrations ou des théorèmes sont d'autres géomètres. »

d'Euclide, on trouve la rubrique : *Incipit altercatio duorum geometricorum de figuris, numeris et mensuris*, puis, tout à la fin de l'ouvrage, f° 83 v° : *Explicit Anicii Manilii Severini Boetii liber V Artis Geumetrie de greco in latinum translatus ab Euclide peritissimo geumetrico.*

« Hi namque libri continent numerorum causas et divisiones, circulorum et omnium figurarum rationes, extremitatum et summitatum genera, angulorum et mensurarum expositiones. »

Cet épilogue rappelle, par quelques expressions, la liste de chapitres avant le livre II.

Quant à la composition du livre V ou de l'*Altercatio*, on y trouve d'abord (*Grom. vet.*, I pp. 407-412, 7) un morceau métrologique, tiré d'Isidore de Séville, dont l'insertion à cette place est probablement aussi accidentelle que celle des deux extraits de *Gromatici* qui le suivent.

Viennent ensuite les propositions euclidiennes transposées du livre précédent, puis le véritable début (si toutefois il n'est pas mutilé) de l'*Altercatio*, c'est-à-dire d'un dialogue où les interlocuteurs sont désignés par les initiales IN et R. Cette partie du livre V est inédite; elle se distingue très nettement du catéchisme géométrique du livre II, en ce que l'interrogateur (le maître) raisonne la matière et qu'il procède à la façon de Socrate dans les dialogues platoniciens *maïeutiques* (d'accouchement des idées). Ce morceau, réellement curieux, paraît bien original, sans qu'il soit facile d'indiquer soit l'époque, soit l'école à laquelle il appartient. Les questions traitées n'ont aucun rapport du reste avec la liste de chapitres précitée. Il n'en est pas de même pour la fin de l'*Altercatio*, que Lachmann a reproduite (*Grom. vet.*, I pp. 410, 8-411, 2), et qui est clairement empruntée à Balbus. Là le ton catéchétique reparaît, et cette partie répondrait assez bien à une série de chapitres de la liste. Cette fin se

lie d'ailleurs assez mal avec ce qui précède et peut en avoir eté primitivement indépendante. En tous cas, une bonne partie du programme indiqué par le titre de l'*Altercatio* (de numeris et mensuris) n'est pas abordée; on n'a donc qu'un fragment de ce dialogue.

Après l'*Altercatio* proprement dite, on trouve encore (*Grom. vet.*, I pp. 412, 3-21) trois alinéas tirés des *Gromatici*, et enfin un quatrième qui reprend la dernière question du catéchisme géométrique du livre II, en la développant avec des emprunts faits à Cassiodore.

Ce dernier alinéa n'est que de seconde main dans le Parisinus, où il constitue une addition, évidemment faite après coup, dans le blanc au-dessus de la rubrique finale. Dans le Bambergensis, au contraire, il est écrit de première main.

Cette analyse me paraît suffire pour éclaircir la question soulevée par Heiberg.

Si, en dehors des autres divergences qu'il offre avec le Parisinus et qui, on a pu en juger, le trahissent comme plus récent et moins digne de foi, si, dis-je, le Bambergensis ne renferme pas le livre II et s'il en donne seulement le catéchisme géométrique tout à la fin de l'ouvrage, ce n'était point là la disposition de l'archétype; le copiste a beaucoup plutôt travaillé sur un original conforme au Parisinus; il a opéré une suppression très rationnelle (celle des extraits de l'Arithmétique de Boèce), et une transposition moins heureuse. Logiquement, il eût mieux fait de reporter au livre II, à la suite du catéchisme géométrique, la seconde partie de l'*Altercatio*, puis le reste du livre V.

Mais, si nous avons la preuve d'une transposition de feuillets dans l'archétype, si nous pouvons dès lors supposer d'autres déplacements, il est illusoire de prétendre le restituer tel qu'il a pu exister avant la division en cinq livres attribués à Boèce et

avant l'interpolation des extraits de l'Arithmétique. La *Pseudo-Géométrie* nous apparaît dans un désordre irrémédiable, et nous ne pouvons faire que des conjectures très hasardées sur l'état des sources manuscrites dont elle dérive. Sa forme actuelle peut bien ne pas remonter au delà du neuvième siècle. On aperçoit tout au plus qu'elle s'est constituée autour d'un triple noyau dont les éléments étaient peut-être déjà mutilés ou l'ont été à cette occasion : 1° une ancienne version latine d'Euclide, attribuée à Boèce, et contenant les démonstrations qui ont été supprimées; 2° un *liber* arithmético-géométrique, dont il reste les titres des chapitres (leur liste offre cependant des endroits suspects et peut avoir été remaniée après coup); 3° un dialogue, l'*Altercatio*, abordant également, avec la géométrie, des questions arithmétiques et métrologiques.

Le second de ces trois ouvrages aurait été, comme le troisième, composé par demandes et réponses, mais sous une forme très sèche; il en resterait seulement un court fragment, au livre II. Les différences essentielles qui subsistent entre ce fragment et la seconde partie de l'*Altercatio*, sous le rapport du style, de la composition et des sources utilisées, ne permettent pas de les considérer comme parties intégrantes d'un même opuscule. Si je ne crois pas davantage que la seconde partie de l'*Altercatio* soit la véritable suite de la première partie, j'admets qu'un copiste, ayant à sa disposition un ms. des *Gromatici* et y trouvant de quoi répondre à quelques-uns des titres de chapitres, se sera amusé à mettre en dialogue le texte de Balbus et à forger ainsi un complément pour l'*Altercatio* mutilée.

Mais un autre copiste, quelque bourreau de besogne, trouvant trop écourtées, dans le fragment du catéchisme géométrique, la définition de géométrie, l'histoire de son invention, et la justification de son utilité, aura compilé un préambule sur ce triple

sujet ; il aura pu, de même, faire de longs extraits arithmétiques pour répondre à la liste des chapitres. Mais comment expliquer le remplissage *gromatique* du livre I et celui du livre V ? Comment surtout rendre compte des phrases de même source qui se sont glissées (parfois avec des figures) au milieu même du texte d'Euclide, et que le faussaire de l'*Ars geometrica* n'a pas toutes éliminées ?

Je me figure un ms. de la traduction d'Euclide, où l'on avait laissé des blancs pour les démonstrations, à écrire d'une autre main. Un possesseur du ms. se sera servi de ces blancs et des marges pour y inscrire diverses sortes de notes et de fragments intéressant la géométrie ou les pratiques juridiques des agrimenseurs ; un autre a pu l'imiter pour l'arithmétique, etc. ; il en est résulté un étrange chaos. Au neuvième siècle, un copiste a cru y voir un texte entouré d'un commentaire perpétuel et a essayé de remettre le tout en ordre, ce qui était impossible. Voilà la seule idée que je puisse me faire de l'origine de la *Pseudo-Géométrie* de Boèce. Il y a des bornes à la stupidité des compilateurs ; il n'en est point à celle des copistes.

(Extrait de *Bibliotheca Mathematica*, III. Folge, I, 1900, pp. 39-50.)

UNE CORRESPONDANCE D'ÉCOLÂTRES

DU ONZIÈME SIÈCLE [*].

INTRODUCTION

Sommaire. — Le principal intérêt qu'offre, au moins pour l'histoire des mathématiques, la Correspondance inédite publiée ci-après, et dont on peut fixer la date aux environs de l'an 1025, est qu'elle montre, sans conteste, qu'à cette époque, en fait de connaissances géométriques véritables, les écolâtres ne dépassaient pas le niveau où pouvaient avoir atteint les Grecs avant Pythagore; autrement dit, que Gerbert n'était nullement parvenu, à la fin du dixième siècle, à instituer réellement un enseignement de la géométrie. D'autre part, si on rapproche cette Correspondance d'un ouvrage un peu postérieur, composé vers 1050 par un autre écolâtre de Liège, Francon[1], on peut éclairer

[* Publiée par P. Tannery et l'abbé Clerval].

1. *Der Traktat Franco's von Lüttich « De quadratura circuli »*, herausgegeben von Dr Winterberg (p. 135-190 des *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*, IV; Leipzig, Teubner, 1882). Je désignerai cette édition sous la rubrique *Franco*.

d'un nouveau jour les questions, toujours controversées, qui concernent la date et la composition des *Géométries* attribuées à Boèce et à Gerbert.

L'Introduction qui suit a pour objet d'établir les conclusions qui peuvent être formulées sur ces divers points[1]. Voici quel en est le cadre : I. Notice des manuscrits utilisés. — II. Ragimbold de Cologne, et III. Radolf de Liège, détails concernant les deux correspondants. — IV. Examen des questions débattues entre eux. — V. Sur la *Géométrie* du Ps.-Boèce. — VI. Sur la *Géométrie* dite « de Gerbert ». — VII. Remarques sur Francon de Liège. — VIII. Ce qu'on entendait au onzième siècle par quadrature du cercle.

I. — Les manuscrits.

A. — Le ms. latin 6401 de la Bibliothèque nationale de Paris, avant le texte, écrit au onzième siècle, de la *Philosophiae Consolatio* de Boèce (fol. 13-86)[2] et des deux livres *De arithmetica* du même auteur (fol. 87-159), présente un cahier de douze feuillets de parchemin, qui semblent avoir été primitivement destinés à recevoir la copie des annexes ordinaires du premier des deux ouvrages contenus dans le manuscrit. En effet, le verso du feuillet 5 présente un dessin très soigné, mais inachevé et

1. J'ai déjà brièvement indiqué ces conclusions en 1897, dans une communication insérée aux *Comptes rendus de l'Académie des inscriptions et belles-lettres* [plus haut, n° 6], et dans un article : *La géométrie au onzième siècle*, de la *Revue générale internationale* (Paris, Ollendorf, numéro de septembre 1897, p. 343-357) [plus haut n° 5].

2. Le feuillet 13 est occupé au verso par une miniature; le feuillet 14 est une garde de papier; le texte ne commence qu'au fol. 15 r°, sans titre.

non mis en couleur, qui devait sans doute servir de frontispice à une Vie de Boèce; d'autre part, une main du onzième siècle a commencé, au folio 1 r°, le petit opuscule sur la Métrique, qui débute comme suit :

Quinque libros philosophicae consolationis insignis auctor Boetius XXIIII varietatibus carminum respersit[1]...

Mais le copiste s'est arrêté dès le haut du verso suivant (ligne 5) aux mots « Ita tamen est multarum[2] », et un autre, de la même époque, laissant seulement un blanc de trois lignes, a inséré une suite de lettres[3] échangées entre un Ragimboldus (*Reginboldus*), grand écolâtre (*scholasticus generalissimus*) de Cologne, et un Radolfus (*Radulfus, Rodulfus*), de l'église de Liège, qualifié d'abord de *magister specialis*, puis, au cours de la correspondance, promu à la dignité de *magister scholarum*.

Le texte de ces lettres (I à VIII de la Correspondance ci-après) se poursuit jusqu'au feuillet 11 v°, l. 9, en occupant d'ailleurs les vides du dessin, fol. 5 v°. Le reste du cahier est blanc.

B. — Le ms. latin 7377 C contient, d'une même main qui semble de la fin du onzième siècle :

(Fol. 1 r°-4 r°.) La fin du sixième livre *De quadratura circuli* de Francon de Liège. Malheureusement vingt-deux feuillets antérieurs, qui renfermaient ce texte si rare et jusqu'à présent si

1. Page XXV, l. 1, de l'édition de la *Philosophiae Consolatio* par Peiper (Leipzig, Teubner, 1871).
2. *Ibid.*, p. XXVI, l. 50-51.
3. Au nombre de six à première vue; mais le rubricateur s'est trompé deux fois; en fait il y a huit lettres, quatre de chacun des deux correspondants.

mal établi, ont été perdus depuis le commencement du dix-septième siècle[1].

(Fol. 4 v°-6 r°, l. 16.) Une lettre : *R. Coloniensis magister Radolfo Leodiensi magistro.* De fait, c'est seulement un extrait de la lettre IV du ms. 6401.

(Fol. 6 r°, l. 17-8 r°, l. 25.) Une seconde épître : *Domno R. scolasticorum generalissimo ac virtutum merito aliis digne prælato, B. monachorum infimus* (pièce IX de la Correspondance ci-après[2]). Le destinataire est certainement Ragimbold, l'écolâtre de Cologne; quant au nom complet du moine B., il est malaisé de le restituer, à moins de conjectures hasardées.

(Fol. 8 r°, l. 26-16 r°, l. 17.) Une compilation concernant

1. Le texte du ms. 7377 C commence aux mots *quantitas colligitur* (*Franco*, p. 178, l. 5). L'édition de Winterberg (voir plus haut, p. 229, note 1) a été établie d'après le *Vaticanus Lat.* 3123, seul manuscrit complet qui soit connu. Notre ms. présente, fol. 4 r°, la figure et les vers annoncés à la fin de l'ouvrage, mais qui manquent dans le *Vaticanus*. La figure représente simplement un cercle et un carré concentriques et de même surface; quant aux vers qui sont adressés à l'archevêque de Cologne Hermann II, les voici :

Respicit hic spaciis quadratum circulus æquis;
  Nil, quicumque probes, plus minus inuenies.
Primus Aristotiles fertur sociasse figuras;
  Dum studium viguit, regula nota fuit.
Quæ tulit Anicium, mors artibus ipsa sepulchrum;
  Hanc, pater, hanc partem tu reuocas tumulo.
Laus, decus, et probitas, lux, gloria, splendor, honestas,
  Regum pignus, aue : nobile munus habe.

2. Dans le *Vaticanus Lat.* 3123, le texte à peu près complet de cette lettre se trouve après la rubrique : *Liber Franconis de quadratura circuli explicit. Incipit liber de eadem re.* Winterberg a donc publié comme de Francon (p. 183-197) ce texte qui appartient à la génération antérieure; mais il l'a laissé très incorrect et souvent incompréhensible. Nous n'indiquerons, sous le signe V, que les leçons préférables à celles du manuscrit de Paris B.

les opérations d'arpentage (voir, ci-après, l'*Appendice* de la Correspondance), et dont la plupart des *capitula* se retrouvent, mais sous un ordre différent, dans ce que je distinguerai plus loin (VI) comme seconde partie de la *Geometria Gerberti* (ch. 14 à 40 de l'édition Olleris). Cette compilation est d'ailleurs singulièrement coupée (fol. 10 r°-fol. 13 r°, l. 2) par l'intercalation d'une partie de la lettre d'Adelbold à Gerbert sur le volume de la sphère, et de la lettre de Gerbert à Adelbold sur la mesure de l'aire du triangle.

Ce qui suit, dans le ms. 7377 C, est écrit par des mains postérieures.

C. — Enfin le ms. latin 10444, à la fin d'un recueil de *Glossæ* sur la Bible, contient (fol. 60 v°-fol. 61 r°, l. 9) un fragment mathématique intéressant (ci-après, pièce X de la Correspondance), sous le titre *De quadratura circuli*, qui ne s'applique, en fait, qu'aux deux premiers paragraphes. La suite immédiate est un extrait de la lettre IV du ms. 6401, qu'elle complète pour quelques figures manquant dans ce dernier. L'ensemble du fragment, quoique copié seulement au douzième siècle, doit remonter à la première moitié du onzième, et, d'après la fin, il est permis, comme on le verra, de le faire remonter sinon à l'écolâtre de Liège Adelman, au moins à l'un de ses disciples.

Suit de la même main (fol. 61 r°, l. 10-fol. 61 v°, l. 12), et sans distinction apparente, un fragment de logique commençant :

Quid consideratur in primis analiticis? Sillogistica...

et finissant :

... Quæ omnia in sophisticis elenchis Aristoteles diligentissime perscrutatus est.

Les recherches que j'ai faites dans les catalogues publiés des bibliothèques de manuscrits latins ne m'ont conduit à la découverte d'aucune autre copie, partielle ou complète, des lettres de Ragimbold et de Radolf. Elles doivent, au reste, être très rares; car, de même que le traité de Francon de Liège, elles ont dû de bonne heure, en raison du progrès des connaissances, cesser d'offrir de l'intérêt pour les générations suivantes. Aujourd'hui, au contraire, ces textes présentent une importance historique considérable, par cela même qu'ils nous permettent de constater avec précision la profonde ignorance, en ce qui concerne la seconde branche du *quadrivium*, des maîtres des écoles de la première moitié du onzième siècle. Et pourtant, ce sont incontestablement des hommes intelligents, d'une instruction littéraire sérieuse, qui raisonnent très convenablement comme logiciens, et dont les connaissances arithmétiques ne sont point négligeables; mais en géométrie, ils n'ont ni livres, ni modèles; ils ne savent absolument pas ce qu'est une démonstration. C'est là ce qui ressort de la Correspondance de Ragimbold et de Radolf; c'est ce double caractère que nous allons essayer de préciser par quelques exemples, après avoir indiqué ce que l'on peut savoir de chacun de ces deux écolâtres.

II. — Ragimbold de Cologne [*].

Le nom de Ragimbold de Cologne[1] est connu depuis que Mabillon, dans ses *Vetera Analecta* (p. 382 de l'édition de 1723),

[* Cf. *Grande Encyclopédie*, t. XXVIII, p. 90.]

1. Cette épithète ne prouve nullement qu'il soit né à Cologne, pas plus que celle de *Leodiensis* pour Radolf ne prouve que celui-ci fût né à Liège. Il n'y a là que les indications des églises auxquelles l'un et l'autre appartenaient.

a publié les *Rhythmi alphabetici* de l'écolâtre Adelman. L'*Histoire littéraire de la France* (t. VII, p. 15) l'a enregistré, en conséquence, parmi les élèves de Fulbert de Chartres. Mais notre lettre VIII nous apprend, au contraire, que Ragimbold n'a fait que passer à Chartres; et s'il s'y est entretenu avec Fulbert du point qui fait, longtemps après, le principal objet de sa Correspondance avec Radolf, il n'a pu obtenir que le maître lui développât entièrement son opinion; il s'adresse donc à Radolf, qui connaît beaucoup mieux Fulbert, pour consulter à nouveau l'évêque de Chartres.

Fulbert étant mort le 10 avril 1028, et la lettre IV mentionnant Adelbold comme évêque d'Utrecht, la Correspondance a été écrite entre 1010 et 1027; mais sa date doit plutôt se rapprocher de cette dernière année. En effet, Ragimbold nous dit (lettre VIII) qu'il professe depuis plus de vingt ans; sa carrière touche à sa fin et il va partir pour Rome; d'autre part, on ne saurait faire remonter le début de cette carrière à une date reculée, car, d'après Adelman, il a longtemps séjourné à Liège, et il semble bien avoir été disciple de l'écolâtre Wazzon[1] (prédécesseur d'Adelman et plus tard évêque de Liège de 1042 à 1048).

Enfin, le nom de Ragimbold figurant dans la première rédaction des *Rhythmi* d'Adelman[2], publiée par Julien Havet, il a dû

1. Du moins, Ragimbold l'appelle (lettres IV et VI) *dilectus noster domnus*. A la date de la correspondance, Wazzon, *magister* de Radolf, devait être le grand écolâtre de Liège.

2. Rainbaldus Agrippinas, vir præstanti ingenio,
Sævam Reni pubem frenans Latiari imperio,
Notus arcem ad Romanam ab usque Patavio.
Situs est in urbe nostra longus hospes Legia...

Au troisième vers, je proposerais de lire le barbarisme (?) *Batavio;* la seconde rédaction porte : *ab usque Oceano.*

mourir avant 1033, ainsi bien avant Wazzon et, par suite, à un âge encore peu avancé.

Son nom est mentionné comme suit par Francon de Liège, écolâtre après Adelman : « Quanquam doctissimus vir Reginboldus asserat in latere dupli (quadrati) quincuncem et latus simplicis contineri. Quod et ipse et cum Gerberto noster Racechinus[1] fatetur » (*Franco*, p. 158, l. 13). Cette assertion (que la diagonale du carré est les 17/12 du côté) se trouve effectivement dans notre lettre IV (de Ragimbold à Radolf), de même que l'exactitude en est déjà discutée, au nom de Platon, dans la lettre IX, du moine B. à Ragimbold[2].

Mais je remarque immédiatement que cette relation (approximative) est affirmée par Ragimbold d'après un texte qu'il cite de *Boetius in Geometrico*. Or rien de semblable ne se trouve dans la *Géométrie* attribuée à Boèce; au contraire, on rencontre effectivement cette relation dans la *Geometria Gerberti* (ch. 66, Olleris). Car il faut y lire :

In omni quadrato æquilatero scito diagonum ipsum habere in sui longitudinem latus unum et *quincuncem*,

1. Ce Racechinus (Ratechitius, *Franco*, p. 145, l. 11) apparaît, dans la Correspondance ci-après, sous le nom de Razeginus. C'est un ami particulier de Ragimbold, et il habite près de Liège. Était-ce un moine de Saint-Trond?

2. La quadrature du cercle (c'est-à-dire, en fait, le calcul numérique du côté du carré équivalant à un cercle de 7 pieds de diamètre), qui se trouve exposée dans cette dernière lettre, paraît bien aussi être la même dont Francon (p. 149, l. 8 en rem.) parle sous le nom de Werenboldus. Ce nom propre est-il corrompu? et faut-il restituer *Reginboldus?* M. l'abbé Clerval a vérifié sur le *Vat. Lat.* 3123 que (*Franco*, p. 145, l. 11), au lieu de *Magister Adeloxanus*, il faut lire *Magister Adelmanus*, comme il m'avait été facile de le supposer. Le texte de Winterberg, souvent incompréhensible, est évidemment entaché d'autres fautes de lecture. Mais le manuscrit lui-même donne-t-il toujours de bonnes leçons? Une collation complète serait indispensable pour apprécier le degré de confiance qu'il peut inspirer.

quoique les éditions portent, au lieu de *quincuncem*, l'abréviation de *bessem*, ce qui constitue une faute inadmissible[1].

On verra plus loin quelles conséquences peuvent être tirées de ces rapprochements.

III. — Radolf de Liège.

A la différence de Ragimbold, le nom de Radolf n'est cité ni par Adelman[2], ni par Francon. Aussi, quoique ce soit sous ce nom que sont cataloguées les lettres du ms. 6401, il n'a pas été relevé dans l'*Histoire littéraire de la France*, et je n'en ai trouvé aucune mention antérieure à celle de Werner (*Gerbert von Aurillac, die Kirche und Wissenschaft seiner Zeit*, Vienne, 1878, p. 77), qui parle de Radolf de Liège et de Ragimbold de Cologne, comme de mathématiciens en renom du temps immédiatement postérieur à Gerbert, mais n'indique aucun témoignage à l'appui de son dire[3]. En tout cas, c'est M. l'abbé Clerval qui, dans son ouvrage : *Les écoles de Chartres au Moyen âge*, 1895, a le premier signalé les lettres échangées entre Radolf et Ragimbold, et, en en donnant quelques extraits, en a fait connaître toute l'importance[4].

1. Olleris l'a corrigée, p. 595; mais Weissenborn (*Gerbert, Beiträge zur Kenntniss der Mathematik des Mittelalters*, Berlin, 1888, p. 29) attribue néanmoins à Gerbert d'avoir posé : $\sqrt{2} = 1\frac{2}{3}$!

2. Mais il nomme, dès sa première rédaction, *Odulfus*, que la lettre I nous apprend avoir été le frère de Radolf. Cet *Odulfus* serait donc mort avant 1033.

3. Aura-t-il eu connaissance du nom de Radolf par Michel Chasles, qui aurait remarqué les lettres que nous publions?

4. Amené à m'occuper des mêmes lettres avant d'avoir connaissance de

Traiter nos deux écolâtres de mathématiciens est une méprise évidente; eux-mêmes n'auraient pas revendiqué ce nom; ce sont des personnages « très doctes », qui s'intéressent à des questions pour lesquelles ils ne possèdent pas les éléments de la véritable solution. En soutenant des opinions opposées, ils poursuivent une discussion épistolaire, qui fait un certain bruit parmi les lettrés de la Lotharingie, aussi incapables qu'eux de la trancher. C'est un événement bien fréquent dans les fastes de l'érudition; et si les questions appartiennent à la géométrie, cette circonstance, d'apparence singulière, indique seulement qu'à cette époque les éléments de cette science étaient ignorés. Ragimbold et Radolf sont des professeurs; ce qu'ils savent et ce qu'ils enseignent en fait, c'est le latin; mais tout ce qui concerne l'interprétation des auteurs sacrés ou profanes qu'on pouvait étudier, est de leur ressort; ils ne sont nullement spécialisés dans une branche de l'enseignement, car il n'était pas alors tellement étendu qu'il ne pût et dût être embrassé dans son ensemble par ceux qui s'y consacraient.

L'écolâtre de Cologne était, comme nous l'avons vu, un personnage éminent, déjà voisin du terme de sa carrière. Le maître de Liège, encore subordonné à Wazzon, était évidemment plus jeune, et même il ne semble pas avoir connu intimement Ragimbold, qui aurait donc quitté Liège avant que Radolf s'y fît remarquer. Le silence d'Adelman à l'égard de ce dernier doit faire penser qu'en 1048 il vivait encore. Mais il est peu probable qu'à cette date il continuât toujours ses fonctions de *maître des écoles*.

Malheureusement le début de la Correspondance ne nous a

son ouvrage, j'ai été heureux de pouvoir m'associer à lui pour mener à bien la publication intégrale qu'il avait annoncée.

pas été conservé ; il nous manque au moins la lettre dans laquelle Ragimbold avait posé à Radolf la question mise en discussion. Mais cette question, Radolf l'avait probablement provoquée lui-même, comme une occasion de se signaler, peut-être de justifier sa prochaine promotion du grade de *magister specialis* à celui de *magister scholarum*. En tout cas, la Correspondance n'est nullement un échange entre amis de vues et de recherches communes ; c'est un véritable tournoi épistolaire devant un public auquel les lettres sont communiquées (*Iudicent lectores*, lettre V), parfois même avant l'envoi, comme par Ragimbold à Razegin. Et ce ne sont pas seulement les clercs de Cologne et de Liège qui s'intéressent à cette Correspondance ; l'évêque d'Utrecht, Adelbold, le disciple de Gerbert, paraît lui-même tenu au courant.

Bien entendu, la lutte est à armes courtoises ; les formules consacrées de la politesse épistolaire prennent même, comme il convient entre membres du clergé, un caractère un peu onctueux ; mais elles ne doivent pas plus faire illusion que la réciproque affectation de modestie, exagérée jusqu'à l'humilité. On sent percer de temps en temps l'aigreur inséparable de toute discussion publique, entre deux adversaires qui tiennent à sauvegarder leur réputation.

Dans ces conditions d'ailleurs, le style est particulièrement soigné. Ragimbold et Radolf cherchent avant tout à se montrer bons latinistes. Leur langue présente bien quelques fautes qui ne paraissent pas toutes dues au copiste ; mais elle est en général correcte, bien claire et parfois même assez élégante, grâce à des réminiscences classiques qu'ils introduisent avec quelque bonheur.

L'occasion pour laquelle Radolf emprunte un vers entier d'Horace (lettre V) est assez intéressante pour être particulièrement signalée. Le passage dont il s'agit est en effet le témoignage au-

thentique le plus ancien, à ma connaissance du moins, qui montre l'astrolabe introduit dans l'Occident latin[1]. Radolf en a un à Liège, et il s'en sert comme modèle pour en construire un autre. Il invite Ragimbold à venir l'examiner, si toutefois il y connaît quelque chose; autrement cet instrument ne l'intéressera pas plus

Quam lippum pictæ tabulæ, fomenta podagrum[2].

L'instrument essentiel pour toute étude astronomique était donc, en 1025, une importation tout à fait récente. Celui que Radolf s'était procuré lui avait sans doute été seulement prêté (par Fulbert de Chartres?).

IV. — Les questions débattues.

La Correspondance des deux écolâtres ne contient, touchant l'astronomie, aucune autre allusion que celle qui vient d'être notée; de même, sur la musique, elle est muette. Quant aux connaissances arithmétiques, Ragimbold et Radolf se montrent,

1. L'astrolabe aurait pu être emprunté aussi bien aux Grecs, avec lesquels les Latins d'Italie avaient alors de fréquents rapports, qu'aux Arabes d'Espagne. Mais le fait singulier est qu'il n'y a point d'indice qu'il ait été connu de Gerbert, malgré son séjour dans la Marche d'Espagne et les relations qu'il y eut certainement avec des Juifs ou des arabisants (Joseph Sapiens, Lupitus de Barcelone), tandis que, dans une île du lac de Constance, au monastère de Reichenau, Hérimann le Contrefait va composer, avant 1054, un traité sur l'astrolabe plein de mots arabes, et cela à une époque pour laquelle on ne connaît encore aucun traducteur d'arabe en latin ; car il ne semble pas qu'on puisse faire remonter aussi haut l'activité de Constantin l'Africain.

2. Horace, *Épîtres*, I, 2, 52.

d'une part, bien familiarisés avec l'*Institutio* de Boèce; d'un autre côté, à la façon dont ils se tirent des calculs qu'ils entreprennent, ils justifient suffisamment le témoignage de leur contemporain Bernelinus, que l'art de l'*abacus* florissait en Lotharingie. Cependant quelques remarques sont à faire.

Si, dans la Correspondance ci-après, le terme *abacizare* est couramment employé pour dire *calculer*, il ne faut nullement en conclure que cette expression s'applique spécialement à l'emploi de l'*abacus* suivant les méthodes introduites par Gerbert et reposant sur la substitution du jeton chiffré au jeton-unité, dans les opérations sur les nombres entiers. Les calculs que nous rencontrons portent en fait sur les incommodes fractions romaines, et n'ont rien à voir avec les méthodes de Gerbert pas plus qu'avec nos chiffres. Dans ces calculs, Radolf s'arrête à la moitié ou au quart de l'obole (soit de $\frac{1}{576}$ de l'unité); Ragimbold lui oppose une *Regula divisionum et minutiarum*, que nous ne connaissons pas d'ailleurs, et qui prescrivait de terminer les opérations par une *division intellectuelle*, c'est-à-dire par une fraction quelconque de la plus petite subdivision; c'est ainsi qu'après avoir poussé un calcul jusqu'au sixième de la silique (soit de $\frac{1}{1728}$ de l'unité), il ajoute $\frac{17}{246}$ de silique. C'est donc notre système de fractions qui (sans nos notations, ni même nos chiffres, bien entendu) vient se surajouter aux fractions romaines, progrès important dont on croyait, jusqu'à présent, trouver la première trace dans les écrits d'Hérimann le Contrefait[1].

En revanche, Ragimbold ne semble pas reconnaître à première vue que les fractions $\frac{12}{5}$ (*superbipartiens quintas*) et $\frac{17}{12}$ (*su-*

1. Je parle, bien entendu, seulement des calculs dans l'Occident latin; les Grecs avaient réalisé le progrès analogue dès avant Euclide.

perquinquepartiens duodecimas) sont essentiellement différentes. Nos écolâtres paraissent donc beaucoup plus familiers avec la pratique des tables de Victorius qu'avec l'intelligence de la nomenclature de Boèce.

Nous arrivons désormais aux questions géométriques qui font l'objet principal de la Correspondance.

Dans son *Commentaire sur les catégories d'Aristote* (p. 229 B), Boèce disait : « Nous savons en effet que les trois angles *intérieurs* d'un triangle font une somme égale à deux droits. » Cette phrase a frappé Ragimbold depuis longtemps ; mais ce qui le préoccupe, ce n'est pas la démonstration de cette vérité ; il se demande pourquoi Boèce a parlé d'angles *intérieurs* ; il y a donc des angles *extérieurs*. Quels sont-ils ?

Ragimbold s'est formé personnellement cette opinion qu'angle *extérieur* est synonyme d'angle *obtus*, et angle *intérieur* synonyme d'angle *aigu*. Passant un jour à Chartres, il a eu l'occasion de discuter la question avec l'évêque Fulbert et il l'a, dit-il (lettre VIII), amené à son opinion. Toutefois l'accord ne se serait pas établi sur le sens étymologique de ces dénominations : Ragimbold admettait la comparaison avec l'angle droit; Fulbert s'attachait à la circonstance que les perpendiculaires abaissées d'un sommet d'un triangle sur le côté opposé peuvent tomber en dedans ou au dehors du triangle.

On est tenté de croire que ni Fulbert ni Ragimbold n'avaient jamais vu même les énoncés du premier livre d'Euclide. Tout au contraire, ils les connaissaient par la traduction de Boèce; mais c'était pour eux une suite d'énigmes indéchiffrables[1].

Ragimbold n'en avait pas moins abordé la difficulté en es-

1. Dans les manuscrits les plus anciens, les figures qui accompagnent ces énoncés sont encore souvent des énigmes pour nous-mêmes.

sayant d'interpréter les deux énoncés de la Géométrie de Boèce (correspondant aux propositions d'Euclide I, 16 et 32), où le terme d'angle extérieur d'un triangle apparaît avec une signification technique (l'angle formé par un côté et le prolongement d'un autre côté). Voici de quelle singulière façon il arrivait à se satisfaire :

Quand on parle d'un triangle sans épithète, ce doit être un triangle équilatéral (comme dans l'Arithmétique de Boèce). Pour un tel triangle ABC (*fig. 1*), l'angle extérieur doit être l'angle obtus ayant son sommet au centre du cercle circonscrit et sous-tendu par l'un des côtés. Cet angle, tel que BOC (de 120 degrés), sera plus grand que la somme des deux angles aigus OBC, OCB, chacun de 30 degrés dans le triangle partiel, et il sera égal à la somme des deux angles aigus ABC, ACB, chacun de 60 degrés, dans le triangle total. Ce serait là le sens des deux énoncés; ils signifient, tout au contraire : *Euclide* I, 16, que l'angle ABD est plus grand que chacun des angles intérieurs BAC, ACB; *Euclide* I, 32, qu'il est égal à leur somme.

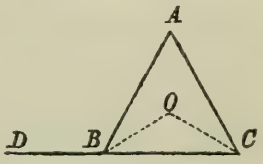


Fig. 1.

J'ai dit quelle thèse développe Ragimbold sur l'énigme qu'il a commencé par proposer à Radolf, à savoir l'explication de la phrase de Boèce. Quant au maître de Liège, il ne relève nullement les faiblesses de l'argumentation de son adversaire; et il avait répondu à sa question en proposant une autre conjecture aussi singulière : l'angle « intérieur » est celui qui est considéré sur une surface plane; il serait dit « extérieur », au contraire, s'il était considéré par rapport à un solide, comme par exemple l'angle plan d'une des faces d'un cube. Lorsqu'il fait cette réponse, Radolf ignore évidemment l'emploi du terme « angle extérieur » dans la Géométrie de Boèce.

Sur ce point, Ragimbold a donc l'avantage dans la discussion; en revanche, Radolf se signale en essayant de démontrer la vérité de la proposition de Boèce sur l'égalité à deux droits de la somme des trois angles d'un triangle. Il le fait assez convenablement pour le triangle rectangle isoscèle (comme moitié d'un carré); mais dès qu'il s'agit d'aller plus loin, il déclare que c'est plus facile à saisir intuitivement qu'à expliquer par le langage[1], ou bien il parle de vérifications graphiques[2] ou même effectuées en découpant des morceaux de parchemin[3]. Un peu plus tard, il est vrai, il aura l'idée que la diagonale d'un rectangle le divise en deux triangles égaux, mais il n'arrive point à mettre en forme la démonstration, même seulement pour un triangle rectangle quelconque.

A côté de la question dont nous venons de parler, la Correspondance des écolâtres en agite deux autres, qui sont successivement proposées, comme réplique de la première, par Radolf à Ragimbold.

1° Il s'agit tout d'abord de trouver un carré double d'un autre carré; la question est encore tirée du *Commentaire* de Boèce sur les *Catégories* d'Aristote (p. 250). Les deux correspondants savent également que le côté du carré double est la diagonale du carré

1. « Quod quia subtilius mente potest tractari quam litteris approbari. »

2. « Numerisque et mensuris probando alternatim acutus inspector poterit delectari. » — *Cum circini probatione*, dit de son côté Ragimbold.

3. « Proportionali membranarum incisione. » — Les vérités géométriques sont donc, à cette époque, envisagées comme expérimentales. Il est clair que, si les lettrés du onzième siècle connaissent traditionnellement, par exemple, la formule d'Archimède pour le calcul de l'aire du cercle, ils ne peuvent pas s'imaginer qu'elle ait été obtenue autrement que par des procédés empiriques (*in membranis et pelliculis*, comme le dit aussi Francon); ils admettent naturellement que les « subtils géomètres » qui ont procédé à ces déterminations ont opéré assez soigneusement pour qu'il soit inutile de recommencer.

donné; mais ils ne soupçonnent nullement son incommensurabilité. Radolf admet que le rapport de la diagonale au côté est celui de 7 à 5; Ragimbold, comme nous l'avons vu, dit emprunter à Boèce le rapport de 17 à 12.

2° Radolf demande encore à Ragimbold (lettre V) ce qu'il faut entendre par *pedes recti*, *pedes quadrati*, *pedes solidi*. Cette question peut avoir été provoquée par un passage de la lettre de Gerbert à Adelbold, laquelle devait avoir déjà circulé en Lotharingie : « Notum tibi esse credo qui pedes longi, qui quadrati, qui crassi esse dicuntur. » La réponse de Ragimbold est telle que Radolf aurait pu se la forger lui-même. Au reste, ce dernier déclare qu'il avait déjà vu, étant à Chartres, l'explication des termes en question dans un certain livre de Géométrie portant le nom d'*Albinus*, et que sa demande était un prétexte pour apprendre si ce livre se trouvait à Cologne. S'agit-il des *Propositiones ad acuendos juvenes* d'Alcuin, où se trouvent effectivement quelques problèmes d'arpentage? Si les définitions demandées ne se rencontrent pas dans le texte édité, elles pouvaient avoir été ajoutées comme gloses dans le manuscrit de Chartres.

A défaut de l'*Albinus*, Radolf désirerait avoir l'ouvrage appelé *Podismus*, évidemment l'ensemble des traités d'arpentage où figure ce titre dans les manuscrits des agrimenseurs romains[1]. Mais le silence de Ragimbold doit faire croire que cet ouvrage, que Radolf avait probablement vu à Chartres comme le précédent, n'existait pas plus à Cologne qu'à Liège.

1. Dans les *Gromatici veteres* (Berlin, Reimer, 1848), Lachmann n'a publié que la première partie de cet ensemble, le *liber* de Marcus Junius Nipsus. Pour les livres d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus, M. Victor Mortet et moi en avons donné dans les *Notices et extraits* (XXXV, 1896) [plus haut, n° 4] un texte différent de celui de l'*Arcerianus*, inséré par M. Cantor dans ses *Römischen Agrimensoren* (Leipzig, Teubner, 1873).

En tout cas, ces passages de la Correspondance des écolâtres prouvent la rareté à cette époque des manuscrits donnant, même au point de vue purement pratique, les définitions géométriques les plus élémentaires : l'analyse qui précède suffit, d'autre part, amplement à justifier la première partie de ma thèse. Cette analyse se réduit, en somme, à des constatations d'ignorance.

V. — Le *Geometricum* de Boèce.

Ainsi, dans la première moitié du onzième siècle, il n'existe aucun enseignement réel de géométrie, d'autant qu'il n'y a aucun livre pouvant servir utilement pour cet enseignement; si des questions de géométrie sont mises en discussion, c'est dans un commentaire sur la Logique qu'on les a trouvées.

Que possédait-on, en effet, même dans les écoles les plus florissantes, comme textes qui auraient pu jouer, pour la géométrie, le même rôle que, par exemple, les écrits de Boèce pour l'arithmétique et la musique? Un dénombrement, qui sera bientôt terminé, suffit à montrer l'insuffisance absolue des ressources dont disposaient les lettrés les plus érudits.

Ils pouvaient certainement, pour la seconde branche du *quadrivium*, enseigner ce que contiennent les maigres articles qu'y consacrent Cassiodore et Isidore de Séville, c'est-à-dire quelques rares définitions compilées par des grammairiens. Ils avaient encore le VIe livre de Martianus Capella, qui ne pouvait donner de la science qu'une idée encore plus singulière, car on y trouve tout d'abord une géographie complète et détaillée du Monde connu avec indications de dimensions; puis un recueil de définitions d'Euclide, sans les explications qui auraient été nécessai-

res pour en comprendre un bon nombre; enfin l'énoncé du premier problème d'Euclide : « Construire, sur une droite donnée, un triangle équilatéral. » Et c'est tout.

En troisième lieu, ils avaient le *Geometricum* de Boèce, comme l'appelle Ragimbold, donnant une partie seulement des mêmes définitions que Martianus Capella, à savoir celles des quatre premiers livres d'Euclide, et de plus les énoncés des propositions des mêmes livres; mais le tout sans commentaires, sans démonstrations, sans figures intelligibles, en sorte que les écolâtres les plus en renom étaient, comme on l'a vu, hors d'état de comprendre le véritable sens des théorèmes les plus élémentaires.

Ajoutons le *Podismus*, qui manquait en Lotharingie, mais cependant devait y être suppléé, comme nous le verrons, par les *Figuræ geometricæ* que Gerbert avait envoyées à Adelbold; ce n'est, en tout cas, qu'une compilation de formules pratiques d'arpentage, avec applications numériques, mais sans les développements indispensables pour permettre de débrouiller les calculs erronés et d'éviter les plus étranges confusions, comme celle qui a motivé la lettre de Gerbert à Adelbold.

Nous pouvons clore notre énumération, car la Correspondance des écolâtres va nous permettre d'assigner tout à l'heure à la partie la plus intéressante de la *Geometria Gerberti* une date postérieure. Pour le moment, arrêtons-nous à la Géométrie de Boèce.

Il ne faudrait nullement croire que les citations qu'en fait Ragimbold constituent une preuve quelconque à l'appui de l'authenticité de l'*Ars geometriæ* édité en dernier lieu par Friedlein (Leipzig, Teubner, 1866), et qui a soulevé tant de controverses, parce qu'il contient, outre la traduction des définitions et énoncés d'Euclide, la description de l'*abacus* et la figure des *apices* qui représentent une forme ancienne de nos chiffres actuels.

Tout au contraire, la Correspondance des écolâtres suffit à prouver qu'ils n'ont aucune connaissance d'un pareil ouvrage. Le second livre de l'*Ars geometriæ* débute, en effet, par un certain nombre de données métrologiques[1], comprenant notamment la distinction des pieds linéaires, superficiels et cubiques; il poursuit par une compilation de problèmes d'arpentage tirés ou imités des agrimenseurs romains. Si ce livre eût été connu en Lotharingie, Radolf n'aurait ni désiré un *Podismus*, ni posé à Ragimbold sa seconde question (sur les trois sortes de pieds); Ragimbold aurait, dans sa réponse à cette question, utilisé le Ps.-Boèce; il s'en serait probablement servi de même à d'autres occasions.

D'autre part, dans les problèmes d'arpentage de ce même second livre, il est fait de nombreuses et très claires applications du théorème dit « de Pythagore » (équivalence entre le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle et la somme des carrés des côtés de l'angle droit). Or ce théorème est inconnu non seulement de Ragimbold et de Radolf, mais encore de Francon. On retombe donc sur la conclusion tirée de la recherche des manuscrits de l'*Ars geometriæ* : le faussaire qui a mis cet écrit sous le nom de Boèce vivait au plus tôt dans la seconde moitié du onzième siècle[2].

1. Le tableau des fractions romaines qui termine le second livre suffirait, en dehors des preuves accumulées par Friedlein et Weissenborn, pour établir que l'*Ars geometriæ* ne peut être de Boèce. Nulle part ailleurs que dans ce tableau, on ne trouve une trace de la ridicule superposition des fractions horaires (points, minutes, moments) aux fractions de l'as. Nulle part ailleurs on ne voit adopter la proposition, très raisonnable, de substituer aux signes compliqués des fractions (source continuelle d'erreurs de copie) la série des lettres de l'alphabet.

2. Certains indices, sur lesquels je reviendrai à une autre occasion, peuvent faire croire que l'*Ars geometriæ* a été composé en Italie.

Qu'était donc le *Geometricum* de Boèce connu de Ragimbold? Il est aisé de répondre à cette question.

Il existe à la Bibliothèque nationale de Paris un manuscrit du neuvième siècle (Lat. 13020) portant le titre :

Incipiunt libri Anicii Manilii Seuerini Boetii Artis Geometriæ et Arithmeticæ num(ero) V, ab Euclide translati de greco in latinum.

Ce manuscrit est, je crois, le plus ancien et aussi le meilleur d'une nombreuse famille dont font partie, entre autres, le *Bambergensis* HJ. IV, 22 (*b* de Lachmann) du dixième siècle, et le *Monacensis* Lat. 560 (*m* de Lachmann, *q* de Friedlein) du onzième siècle, sur la composition desquels Heiberg a donné une notice détaillée[1]. Dans les manuscrits de cette famille, on ne trouve aucun des morceaux ou passages qui ont fait suspecter l'authenticité de l'*Ars geometriæ*, et la composition de l'ensemble est essentiellement différente. La traduction d'Euclide n'occupe que les livres III et IV; les autres forment la plus étrange compilation, constituée, pour le livre II, avec des extraits en désordre de l'Arithmétique de Boèce; pour les livres I et V, surtout de fragments empruntés aux écrits non mathématiques des agrimenseurs romains.

Ce bizarre ensemble a été utilisé, concurremment avec un manuscrit de l'*Ars geometriæ*, dans l'édition *Boetii opera omnia* (Bâle, 1570), mais il n'a jamais été reproduit dans sa teneur complète, ni dans sa forme la plus ancienne, que l'on peut appeler celle des *Quinque libri*. Les additions à la traduction d'Euclide

1. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, XXXV, Hist.-lit. Abth., p. 50-52. Comparer dans les *Gromatici veteres*, II, p. 79-96, Lachmann, *Ueber die dem Boethius zugeschriebenen agrimensorischen Stücke*. L'hypothèse de Blume (*ibid.*, p. 66), que cette compilation serait due à un contemporain de Gerbert, est détruite par le fait de l'existence du manuscrit de Paris, qui est incontestablement d'une époque antérieure.

ont naturellement été mises en suspicion, et on les a généralement considérées comme d'une date postérieure à celles que donne l'*Ars geometriæ*, tandis qu'elles sont, au contraire, bien antérieures.

Comment cet ensemble s'est-il formé? La question ne pourrait être résolue qu'après une étude très détaillée et très approfondie que je dois réserver pour une autre occasion [plus haut, n° 9]. Je me bornerai, aujourd'hui, à indiquer les conclusions provisoires auxquelles je suis arrivé.

L'existence d'une ancienne table de matières, qui ne concorde nullement avec le contenu, permet de croire que l'archétype a été constitué (en Angleterre?) par quelque moine savant qui aura voulu ajouter des prolégomènes à une traduction d'Euclide complète qu'il croyait être celle de Boèce. Cet archétype, peut-être laissé inachevé, ou bien dont les feuillets ont été perdus, contenait beaucoup de blancs, utilisés plus tard pour la copie de fragments des agrimenseurs, etc. D'autre part, un désordre s'est introduit dans les feuillets. Le copiste du neuvième siècle a essayé, sans succès, de rétablir une suite logique dans les matières et a introduit une division en livres qui concorde mal avec le plan primitif. De là le *Geometricum*, tel que Ragimbold a pu le connaître et tel qu'il nous est parvenu dans une série de manuscrits plus ou moins d'accord entre eux.

Mais comment expliquer cette citation de *Boetius in Geometrico* (voir plus haut, p. 236) que fait Ragimbold et qui ne se retrouve pas plus dans le texte des *Quinque libri* que dans celui de l'*Ars geometriæ*? Comment se fait-il que Francon l'attribue à Gerbert, et, si on la retrouve dans la *Geometria Gerberti*, n'y a-t-il pas là une preuve de l'authenticité de cet ouvrage, contrairement à l'assertion que j'ai émise? C'est ce qui nous reste à discuter.

VI. — Sur la date et la composition de la *Geometria Gerberti*.

Constatons tout d'abord que Francon connaît un *libellus geometriæ* de Gerbert (p. 143, l. 23). Mais les six livres qu'il a composés lui-même *De quadratura circuli* atteignent à peine l'étendue de la *Geometria Gerberti*. Le *libellus* dont il parle peut donc, tout au plus, représenter une partie de cet ouvrage.

Or la *Geometria Gerberti* n'est nullement, comme l'*Ars geometriæ* du Pseudo-Boèce, l'œuvre d'un faussaire; c'est la réunion de trois parties essentiellement distinctes qui, dans la plupart des manuscrits, se rencontrent anonymes et isolées, qu'il conviendrait donc de désigner sous des noms différents. La juxtaposition de ces trois parties ne se trouve effectuée que dans deux manuscrits dont l'origine est la Bavière et dont le plus récent seul porte l'attribution à Gerbert.

1° La première partie (ch. 1-13, éd. Olleris), à la différence des deux autres, n'est point une compilation, mais bien un travail original. L'auteur en est un esprit curieux et instruit (quoique ne dépassant pas le niveau du milieu du onzième siècle); il a essayé de faire un ouvrage d'enseignement méthodique, en combinant les calculs métriques et les connaissances théoriques. Mais ce travail, qui s'arrête brusquement, n'a probablement jamais été terminé; l'auteur paraît avoir ignoré le théorème général sur le carré de l'hypoténuse, tandis qu'il s'étend longuement sur les triangles rectangles dont les côtés sont proportionnels à 3, 4, 5, triangles qu'il appelle *pythagoriques*.

Or, au chapitre 9, cet auteur considère, comme Ragimbold, les termes d'*angles extérieurs* et *intérieurs* comme synonymes

d'*angles obtus* et *aigus*. Il déclare que c'est dans ce sens qu'il faut entendre le passage de Boèce dans son *Commentaire des Catégories*, passage dont il dit : *quod multis movit saepe scrupulum*. C'est une allusion évidente à la Correspondance entre Ragimbold et Radolf. Il écrivait donc après eux, et probablement en Lotharingie.

Francon de Liège rejette, au contraire, la ridicule interprétation de Ragimbold. Il remarque que le terme d'*angle extérieur d'un triangle* doit s'appliquer à un angle dont un côté est l'un de ceux du triangle, et dont l'autre est extérieur. Mais il trace ce second côté, à partir d'un sommet, dans une direction quelconque; il n'a donc pas encore la clef des énoncés d'Euclide (I, 16 et 32).

Or, quand il parle de cette question, *quod plurimum fatigavit majores nostros* (allusion toute semblable à celle que je viens d'indiquer), il est très remarquable qu'il donne non pas la figure de l'écolâtre de Cologne, mais celle de la *Geometria Gerberti*. Il semble qu'on peut conclure de là qu'il a connu la première partie de cette Géométrie. En tous cas, il est très probable qu'elle a été écrite avant le traité *De quadratura circuli*, et à une date plus voisine de 1025 que de 1050. L'auteur serait donc plutôt un contemporain de Wazzon ou d'Adelman que de Francon, mais on ne peut lui assigner aucun nom déterminé.

2° La seconde partie de la *Geometria Gerberti* (ch. 14-40, éd. Olleris) est une compilation de questions d'arpentage; mais, à la différence de celles que l'on trouve chez les agrimenseurs romains, ces questions sont relatives, non pas à des calculs métriques, mais bien à des pratiques opératives. L'astrolabe y est mentionné. De plus, cette partie est caractérisée par les vers léonins que le rédacteur a pris fantaisie d'y semer.

Jusqu'à présent, l'origine primitive de cette composition est inconnue. Le *Monacensis Lat.* 14 836, étudié par M. Curtze, en contient une recension où l'ordre des chapitres est beaucoup plus rationnel que celui de la vulgate et dont le texte est notablement supérieur. Mais le ms. latin 7 377 C de la Nationale est le plus ancien connu où se rencontre cette compilation (voir plus haut, p. 233), et cela d'ailleurs au milieu d'une série de pièces provenant de la Lotharingie.

La recension de ce manuscrit est aussi toute spéciale, et contient plusieurs morceaux inédits; j'ai cru intéressant d'en faire l'objet d'un Appendice à la Correspondance des Écolâtres. On y trouvera la concordance des parties éditées avec les *capitula* d'Olleris et ceux du *Monacensis* 14 836, suivant la publication de M. Curtze.

D'après les premiers mots de cette recension, on pourrait employer le terme de *Geometricales diversitates*, pour désigner la seconde partie de la *Geometria Gerberti*.

3° Quant à la troisième partie de cette *Geometria* (ch. 41-92, éd. Olleris), c'est une compilation provenant de diverses sources qu'il est aisé de reconnaître, mais comprenant surtout des problèmes métriques tirés du *Podismus* (voir plus haut, p. 239), c'est-à-dire des agrimenseurs romains. Or c'est dans cette partie que se trouve (ch. 66) la valeur de la diagonale du carré, attribuée, comme on l'a vu, par Francon à Gerbert, et par Ragimbold à Boèce. C'est également dans cette partie que se rencontrent (ch. 49-55) les formules sommatoires des nombres polygones appliquées, comme dans Vitruvius Rufus, au calcul de l'aire des polygones réguliers. Ces formules devaient également se trouver dans les *figuræ geometricæ* envoyées par Gerbert à Adelbold, puisque, pour l'aire du triangle au moins, la différence entre la

formule arithmétique et la formule géométrique a provoqué de la part d'Adelbold la demande d'explications qui amena la lettre que nous avons de Gerbert à son ancien disciple.

Il semble clair par là que l'on ne peut dénier à Gerbert le mérite d'avoir au moins appelé l'attention sur les problèmes du *Podismus*, et l'on est conduit à identifier le *libellus geometriæ* que lui attribue Francon avec les *figuræ geometricæ* envoyées à Adelbold. Ce recueil n'était point, à vrai dire, l'œuvre de Gerbert, mais un extrait qu'il avait fait ou fait faire d'un manuscrit des agrimenseurs romains, probablement pour ses études personnelles, et qu'il offrit à Adelbold avant d'avoir mis le travail à point. Il est tout naturel que Francon, s'il en a connu l'origine, ait attribué ce *libellus* à Gerbert.

Cet extrait est le noyau principal autour duquel s'est formée la troisième partie de la *Geometria Gerberti*, par diverses additions successives. Cette partie, que l'on regarde d'ordinaire comme la moins digne de Gerbert, serait donc la seule à laquelle il aurait pris une certaine part, attestée par sa lettre à Adelbold comme par le témoignage de Francon. Cette part serait même ce qu'il y aurait de plus incontestable dans le rôle qu'on lui attribue en ce qui concerne l'enseignement de la géométrie.

Nous pouvons désormais répondre à la question que nous nous sommes posée à la fin de la précédente section de cette Introduction. Si Ragimbold a attribué à Boèce la valeur de la diagonale du carré qui se trouvait dans un recueil de problèmes envoyé par Gerbert à Adelbold, c'est sans doute que ce recueil se trouvait copié, sans nom d'auteur, à la suite du *Geometricum* de Boèce, dans le manuscrit qui s'en trouvait à Cologne, et que Ragimbold n'était pas renseigné sur sa véritable provenance. Cette hypothèse suffit, puisqu'elle permet de se dispenser de recourir à d'autres conjectures moins plausibles, parce qu'elles

seraient plus compliquées. Je me contenterai d'ajouter, pour ce qui regarde la *Geometria Gerberti*, que les trois éléments essentiels qui ont servi à la constituer se trouvaient également en Lotharingie, probablement dès la seconde moitié du onzième siècle, et que c'est dans cette région de Liège, Utrecht et Cologne qu'on en trouve pour chacun d'eux les indices les plus anciens. C'est au contraire en Bavière, comme je l'ai dit, que semble s'être formée la juxtaposition des trois parties.

VII. — Francon de Liège.

Le rapprochement de la Correspondance des écolâtres et du traité *De quadratura circuli* de Francon de Liège m'a permis, comme je l'avais annoncé, d'apporter, dans la discussion des questions relatives aux écrits géométriques mis sous les noms de Boèce et de Gerbert, de nouveaux éléments qui ne devront pas être négligés à l'avenir. Mais ce rapprochement peut encore donner lieu à d'autres remarques intéressantes.

Nous avons déjà vu que Francon a au moins réalisé un progrès sur la génération antérieure, en écartant la singulière interprétation donnée par Ragimbold des termes *angles extérieurs* ou *intérieurs d'un triangle*. Peut-on en mettre d'autres à son actif?

Il a au moins l'idée très nette qu'il est impossible d'exprimer en termes rationnels, même au moyen d'une série de substitutions, la racine d'un nombre non carré parfait. Il essaye même de le prouver, et si sa démonstration laisse encore singulièrement à désirer, au moins suit-il la bonne voie.

Cette notion, d'ailleurs plutôt arithmétique que géométrique, qui manquait à Ragimbold et à Radolf, apparaît cependant déjà,

au moins pour l'incommensurabilité de la diagonale au côté du carré, dans la lettre du moine B. à Ragimbold, lettre probablement provoquée par une communication de ce dernier. Ce moine attribue d'autre part à Platon la construction géométrique du carré double, comme s'il avait lu le passage bien connu du *Ménon* (84*d*-85*b*). Je n'ai pu retrouver par quelle voie cette donnée avait pu lui parvenir; il y aurait là un problème intéressant à résoudre.

En revanche, la démonstration de l'égalité à deux droits de la somme des angles d'un triangle est toujours, pour Francon, une pierre d'achoppement. Il nous apprend que Wazzon, Razegin, Adelman, d'autres encore, se sont essayés (après Radolf) à cette démonstration. Il donne même les figures qu'ils auraient employées. Celle d'Adelman paraît la seule qui puisse s'appliquer au cas général, au moins pour un triangle acutangle; et c'est parce qu'elle se retrouve dans notre pièce X, que j'ai cru pouvoir attribuer à son école cette pièce qui, au sujet du sens du terme *angle intérieur*, semble d'ailleurs se rallier à l'opinion de Fulbert plutôt qu'à celle de Ragimbold.

Francon déclare que toutes ces tentatives sont imparfaites; mais quoi qu'il en dise, il ne réussit pas mieux. Ainsi deux générations de lettrés se sont inutilement acharnées, en Lotharingie, à constituer, sur un théorème aussi élémentaire que celui dont il s'agit, un type satisfaisant de démonstration géométrique; et l'on ne voit pas, — si au moins ces efforts ont continué, ce que l'on ignore, — qu'ils aient abouti avant l'infiltration de la science arabe et les traductions qui rapportèrent dans l'Occident latin les fruits perdus du génie grec.

L'ouvrage de Francon tout entier peut servir d'ailleurs comme témoin de la voie sans issue où s'engageaient, à cette époque, les recherches géométriques dépourvues du guide indispensable.

Le titre de cet ouvrage : *De quadratura circuli*, ne doit pas faire illusion. En réalité, le sujet est tout autre que le problème célèbre connu sous le nom de « quadrature du cercle ».

C'est encore dans le *Commentaire* de Boèce sur les *Catégories* d'Aristote (230 D) que ce sujet avait été trouvé. Le Maître avait donné la quadrature du cercle comme exemple d'une question dont la solution était possible, mais inconnue; le commentateur avait ajouté que cette solution n'avait été découverte qu'après le temps d'Aristote[1]. Francon dit le contraire (p. 143 et dans les vers inédits reproduits plus haut), c'est-à-dire qu'il considère le problème comme ayant été résolu par Aristote. C'est que, très probablement, il a eu connaissance de la lettre du moine B. à Ragimbold, et qu'il a mal compris le passage, effectivement assez obscur, où ce moine ne fait en réalité que répéter sous d'autres termes ce que Boèce avait dit.

D'autre part, comme Adelbold lorsqu'il écrivait sa lettre à Gerbert sur la sphère, Francon connaît, par la tradition des arpenteurs, un moyen de calculer la surface d'un cercle dont le diamètre est donné; il sait qu'il faut multiplier par 11 le carré du diamètre et diviser par 14. Si donc un cercle a un diamètre de 14 pieds, on construira aisément un rectangle de 11 pieds sur 14, dont la surface (154 pieds carrés) sera équivalente à celle du cercle. Francon considère cette équivalence comme rigoureusement exacte; il regarde donc comme parfaitement connue la solution du problème impossible que nous désignons, après les Grecs, par le nom de « quadrature du cercle ».

1. On peut admettre que Boèce ne regardait pas encore l'approximation d'Archimède comme une solution exacte; qu'il faisait, au contraire, allusion aux solutions graphiques par les courbes mécaniques, comme la spirale d'Archimède, la quadratice de Dinostrate, etc., ou du moins qu'il répétait ce que Jamblique avait écrit dans ce sens. Comparer Simplicius, *In Aristotelis Physicorum libros*, éd. Diels, p. 60.

Qu'entend-il donc par cette expression? Il s'agit, pour lui, étant donné le rectangle de 154 pieds, de construire un carré équivalent. Voilà le sujet sur lequel il va écrire six livres, sans arriver à s'en tirer. Il ignore donc la construction de la moyenne proportionnelle entre deux droites, tout comme il ignore le théorème de Pythagore. La seule relation métrique qu'il connaisse entre lignes droites est celle que Platon a, dans le *Ménon*, prise comme exemple d'une vérité d'intuition, à savoir que le carré construit sur la diagonale d'un carré est double de ce carré. Là non plus, il n'y a donc aucun progrès réalisé sur Ragimbold ou Radolf.

La construction géométrique à laquelle Francon arrive sous plusieurs formes différentes[1] revient à poser

$$154 = (11 + \sqrt{2})^2,$$

d'où l'on peut déduire

$$\sqrt{2} = \frac{31}{22} = 1{,}40909\ldots \text{ au lieu de } \sqrt{2} = 1{,}414\ldots$$

Francon reconnaît bien qu'arithmétiquement parlant une solution de ce genre est inadmissible, puisqu'elle est en contradiction avec le principe qu'il a essayé de prouver (voir plus haut, p. 255), de l'incommensurabilité des racines de nombres non carrés parfaits. Mais il soutient qu'en géométrie la question n'est plus la même; ceci ne peut avoir qu'un sens : Francon n'a point de notion précise de la rigueur géométrique; il considère comme vrai géométriquement ce que nous dirions approché dans la limite des erreurs possibles avec les constructions graphiques.

1. Cette construction s'applique en particulier à la quadrature du cercle; quant au cas général (construction d'un carré équivalent à un rectangle donné quelconque), Francon l'aborde également; mais la solution qu'il indique reste à obtenir par tâtonnements.

VIII. — Quadratures de cercle.

La manière de voir que nous venons d'indiquer chez Francon s'accorde de tous points avec la conception de la géométrie comme science expérimentale que nous avons reconnue chez lui comme chez Radolf ou Ragimbold (voir plus haut, p. 244). Nous devons dès lors supposer, semble-t-il, qu'à cette époque, sur un point comme sur l'autre, on était généralement d'accord.

On a pu s'étonner, par exemple, de voir les deux écolâtres prendre indifféremment $\frac{7}{5}$ ou $\frac{17}{12}$ comme valeur du rapport de la diagonale au côté du carré, sans prendre garde davantage que ni l'une ni l'autre de ces valeurs, élevée au carré, ne reproduit le nombre 2, ce dont il leur était si facile de s'apercevoir. Mais, très probablement, ils avaient plus ou moins conscience de l'inexactitude *arithmétique* de ces rapports ; ils ne les posaient que comme *géométriques*, c'est-à-dire obtenus empiriquement et devant conduire à des conséquences vérifiables empiriquement, quelle que fût la divergence avec les résultats du calcul *arithmétique*.

Le moine B. lui-même, qui, comme lucidité d'esprit, l'emporte certainement sur Ragimbold, Radolf ou Francon[1], qui affirme avant ce dernier l'incommensurabilité de la diagonale et du côté du carré, abandonnera ce terrain solide dès qu'il s'agit de la quadrature du cercle.

1. Noter en particulier sa correction d'un passage de Boèce, corrompu dans le manuscrit qu'il lisait. C'est probablement le plus ancien exemple de critique conjecturale que l'on puisse trouver au Moyen âge.

D'un côté, il aborde la question par le calcul, et pour la racine de $\frac{154}{4}$, trouve $6\frac{1}{5}\frac{1}{200}$; il reconnaît que cette valeur, *arithmétiquement*, n'est qu'approchée ; mais en même temps il soutient que la différence doit disparaître *géométriquement*. D'autre part, il donne comme aussi satisfaisante, au point de vue géométrique, une construction qu'il lui était bien aisé de reconnaître comme différente au point de vue arithmétique.

On s'explique dès lors facilement comment il se fait qu'on rencontre à cette date des quadratures du cercle très différentes, n'ayant aucune relation apparente avec la formule d'Archimède et sans aucun essai de justification théorique. Il n'y a point à chercher nécessairement leur origine dans la tradition, ni à se demander par quel ordre d'idées elles ont pu être obtenues. Elles proviennent simplement de tâtonnements empiriques plus ou moins aidés par le calcul. Leurs auteurs, en présence d'un problème qu'on leur disait résolu par les anciens, mais dont la tradition ne leur avait pas conservé la solution, appliquaient naïvevement le seul procédé qu'ils imaginaient comme possible, et ne s'inquiétaient guère de la divergence des résultats.

Je résumerai ci-dessous les déterminations et procédés à tirer du traité de Francon, de la lettre du moine B., et de notre pièce X ci-après.

Pour les comparer comme approximations, je donnerai, pour chacun d'eux, la valeur que l'on déduit pour $\sqrt{\pi}$ ou 1,77245...

Francon. $\sqrt{154} = 11 + \sqrt{2}$.

$\sqrt{\pi} \backsim 1{,}77345...$ Erreur relative sur le côté du carré $+\frac{1}{1772}$.

B... 1° $\sqrt{154} = 12{,}41$.

$\sqrt{\pi} \backsim 1{,}77285...$ Erreur relative..... $+\frac{1}{4431}$.

2° *Construction graphique.* — La diagonale du carré est les $\frac{5}{4}$ du diamètre du cercle :

$$\sqrt{\pi} \backsim \frac{5}{4}\sqrt{2} = 1{,}76676\ldots \quad \text{Erreur relative} -\frac{1}{311}.$$

Pièce X. 1° Le côté du carré est les $\frac{8}{9}$ du diamètre.

$$\sqrt{\pi} \backsim 1{,}77777\ldots \quad \text{Erreur relative} +\frac{1}{333}.$$

2° Pour le rayon du cercle équivalent au carré de côté 1, on prend la longueur $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right)$.

$$\sqrt{\pi} \backsim 3\,(2 - \sqrt{2}) = 1{,}75736\ldots \quad \text{Erreur relative} -\frac{1}{117}.$$

3° Les arcs extérieurs interceptés sur le cercle par le carré concentrique et équivalent sont de 60° (au lieu de 55° 11′ 40″ environ)[1].

$$\sqrt{\pi} \backsim 2 \cos 30^\circ = 1{,}73205\ldots \quad \text{Erreur relative} -\frac{1}{36}.$$

La solution la plus satisfaisante est celle qui correspond au calcul du moine B. Les constructions graphiques laissent beaucoup à désirer. La dernière surtout est absolument grossière, et son auteur semble avoir voulu assez maladroitement la combiner avec la solution X, 1°.

La construction graphique du moine B. correspond à une valeur de $\pi = 3\frac{1}{8}$, que l'on a déduite d'un calcul de Vitruve. Mais elle a plutôt été déduite par son auteur d'une extraction de racine carrée.

1. La rédaction n'est nullement claire, mais les tentatives que j'ai faites pour lui donner un sens plus satifaisant n'ont point abouti, et je n'aperçois aucune trace de corruption dans le texte.

La solution X, 1°, coïncide avec un calcul qu'Eisenlohr a trouvé dans le papyrus mathématique qu'il a déchiffré, mais ce calcul n'est point passé dans la tradition gréco-romaine. Il faut simplement en conclure qu'un Lotharingien a rencontré de lui-même ce que trois mille ans auparavant on avait inventé sur les bords du Nil.

Mais on peut remarquer aussi qu'Ahmès, le rédacteur du papyrus Eisenlohr, est sans comparaison beaucoup plus remarquable comme calculateur que comme géomètre. Toute proportion gardée, il en est de même pour les écolâtres lotharingiens du onzième siècle, et, en thèse générale, l'avance de l'arithmétique sur la géométrie subsistera pendant le Moyen âge, et même pendant la Renaissance, jusqu'au moment où les mathématiciens auront enfin le moyen d'étudier, dans des traductions intelligibles, les travaux d'Archimède et d'Apollonius.

C'est en cela que le génie grec apparaît dans l'humanité comme une exception qui n'a point d'analogue.

AVERTISSEMENT

Les leçons des manuscrits, données en variantes pour les textes ci-après, correspondent non seulement aux changements commandés par le sens, mais aussi à ceux qui ont paru nécessaires pour l'uniformité de l'orthographe. Autrement cette orthographe a été scrupuleusement conservée, sauf que les abréviations ont été résolues, et que, d'autre part, pour la facilité de la lecture, on a imprimé *en italique* des noms de nombres écrits en chiffres romains et aussi les noms des fractions de l'*as*. D'autre part, les lettres qui ont paru omises ont été ajoutées dans le texte entre parenthèses (), celles à retrancher mises entre crochets [].

Les signes fractionnaires sont les suivants :

As	$= 1$ . . . . . X.	Sicilicus	$= \frac{1}{48}$ . . . . .
Semis	$= \frac{1}{2}$ . . . . . S.	Sextula	$= \frac{1}{72}$ . . . . [ ].
Quincunx	$= \frac{5}{12}$ . . . . [ ].	Drachma	$= \frac{1}{96}$ . . . . .
Triens	$= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. [ ].	Dimidia sextula	$= \frac{1}{144}$ . . . . .
Quadrans	$= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. [ ].	Scripulus	$= \frac{1}{288}$ . . . [ ].
Sextans	$= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. (?).	Obolus	$= \frac{1}{576}$ . . . ÷.
Sescuncia	$= \frac{1\frac{1}{2}}{12} = \frac{1}{8}$.	Cerates	$= \frac{1}{1152}$ . . . Z.
Uncia	$= \frac{1}{12}$ . . . . (?).	Siliqua	$= \frac{1}{1728}$ . . .
Semuncia	$= \frac{1}{24}$ . . . . [ ].	Calcus	$= \frac{1}{2304}$ . . .
Duella	$= \frac{1}{36}$		

Le tableau suivant donne les relations de ces fractions et peut aider à suivre les calculs.

As.	1								
Uncia.	12	1							
Duella.	36	3	1						
Sicilicus. . . .	48	4	"	1					
Sextula. . . .	72	6	2	"	1				
Drachma. . .	96	8	"	2	"	1			
Scripulus. . .	288	24	8	6	4	3	1		
Obolus.	576	48	16	12	8	6	2	1	
Cerates.	1152	96	32	24	16	12	4	2	1
Siliqua.	1728	144	48	36	24	18	6	3	"
Calcus.	2304	192	64	48	32	24	8	4	2

I

RAGIMBOLDO COLON(I)ENSI PRESBITERO RADOLFVS[a] LEODICENSIS M(AGISTER).

D(om)no R. Colon(i)ensis æcclesiæ generalissimo scolastico, R. Leodicensis, particularis et infimus, solum quod melius.

Requisisti quomodo triangulus, cum constet tribus angulis, duobus coequeretur[b] rectis; quod, quantum cum fratre meo Odolfo coniectare potui et nisi fallor, quod non puto, tibi rescripsi : quippe apud kari pectoris secretum nichil nescio.

Aritmethica constat auctoritate omnes figuras in triangulis resolui posse; quarum quadratos rectos angulos habere manifestum est. Et quia triangulo quadratus inter multiformes figuras habetur continuus, uideamus an per quadratum possit illuminari si quid in triangulo habetur obscuritatis. Quadratus, qui *quatuor* continetur lineis, *quatuor* rectis constat angulis; cui si per oblicum linea angulariter fuerit ducta, in duobus diuiditur triangulis. Sed, cum quadratus ex *quatuor* constaret angulis, in diuisione facti sunt duorum triangulorum *sex* anguli : igitur quisque triangulus constat uno recto angulo, quem ex diviso retinet quadrato, et duobus dimidiis. Sed omne dimidium duplicatum restituit integrum, et duo dimidia unum integrum restituent ratione uerissima. Si igitur triangulus, qui ex dimidio quadrato est factus, uno recto constat angulo et *duobus* dimidiis, *duo*que dimidia unum rectum complent, nimirum duobus rectis angulis

Leçons du manuscrit A. — [a] Radulfus. — [b] quoequeretur.

tota coequatur forma trianguli. Quippe, quando angulatim diuiditur quadratus ita : duo anguli recti relinquntur integri, cuique triangulo unus; duo reliqui, quos obliqua linea[a] diuisit, rediguntur in quatuor dimidiis; igitur, reconiunctis triangulis, *duos* integros restituent quatuor dimidii. Sic et duos triangulos *quatuor* rectis angulis et unum duobus recte comparabis.

Nec hoc dicens affirmo omnes triangulos constare duobus dimidiis et uno recto angulo, cum in æquilatero triangulo nec rectus inueniatur nec dimidius, et persepe constituatur uno maiore recto, duobus minoribus dimidio, totis tribus minoribus aliquando : quod ex linearum quantitate acutus inspector poterit animaduertere, numerisque et mensuris probando alternatim poterit delectari. Sed quia de triangulo cepimus, qui ex diuisi quadrati medio constituitur, ex hoc mensuris et numeris queramus quibus laterum et angulorum constet proportionibus.

Et quia quadratus *quatuor* (con)stabat equis lateribus, si triangulus ex eo medium sumpsit, duo siquidem equa latera habebit; sed linea quadrato per obliquum ducta, quæ trianguli tercium latus informat, a superiorum equalitate longe distat, et uni illarum comparata, inuenitur superbipartiens quintas. Et hoc indubitata ratione constat, ut huiusmodi trianguli unus sit angulus rectus qui sub duabus lineis continetur equalibus, isque sit duplus reliquis duobus qui sub maioris lineæ continentur extremitatibus, et simul iunctis reddatur equus. Sed quia in Aritmethicis luce clarius Boetius[b] edocuit triangulos numeris fulciri, nusquam tamen quadratos in triangulis resoluit, aut inperitia me decipit, aut altissimus est labor huius negotii et, ut mihi uidetur, sine minutiis inpossibile est fieri.

[a] obliqua linea] ob obliquam lineam. — [b] Cf. Boetii *Inst. Arith.*, II, 6-9.

Age ergo, si non possumus integris numeris, temptemus saltem minutiatim[1]. *Quatuor* et *novem* primos quadratos transsilio,

	Pour l'hypoténuse du triangle rectangle isoscèle.	Pour chacun des côtés de l'angle droit.
8 unités (as) valent $8 \times 12 = 96$ onces, soit $85 = 5 \times 17$ onces à distribuer comme ci-contre et un reste de 11 onces.	35 onces *ou* 2 as, 11 onces.	25 onces *ou* 2 as, 1 once.
11 onces de reste valent 22 demi-onces, soit 17 demi-onces à distribuer, ci..... et un reste de 5 demi-onces.	7 demi-onces *ou* 3 onces et 1/2.	5 demi-onces *ou* 2 onces et 1/2.
5 demi-onces valent $5 \times 6 = 30$ demi-sextules, soit 17 demi-sextules à distribuer, ci..... et 13 demi-sextules de reste.	7 demi-sextules *ou* 1/2 once et 1/2 sextule.	5 demi-sextules *ou* 1 *duella* et 1/2 sextule.
13 demi-sextules valent 26 scrupules, soit 17 scrupules à distribuer ci-contre, et 9 scrupules de reste.	7 scrupules *ou* 1 *sicilicus* et 1 scrupule.	5 scrupules *ou* 1 sextule et 1 scrupule.
9 scrupules valent 18 oboles, soit 17 oboles à distribuer, ci..... et 1 obole de reste.	7 oboles *ou* 1/2 sextule, 1 scrupule et 1 obole.	5 oboles *ou* 1/2 sextule et 1 obole.
1 obole vaut 4 *calcus*, que Radolf distribue comme ci-contre, par approximation.....	2 *calcus* *ou* 1 *cerates*.	1 *calcus*.
La totalisation, sur l'*abacus*, doit se faire au fur et à mesure des opérations. — TOTAL.....	3 unités. 3 onces. 1/2 once. 1 obole. 1 *ceretes*.	2 unités. 4 onces. 1 sextule. 1 scrupule. 1 obole. 1 *calcus*.

1. Le calcul, dont Radolf ne donne que le résultat, a sans doute été effectué par le procédé que développe Ragimbold dans la lettre IV. Il s'agit de diviser en parties proportionnelles à 7, 5, 5, le nombre 8, pris pour périmètre d'un triangle rectangle isoscèle, et d'obtenir ainsi l'hypoténuse et les côtés de l'angle droit de ce triangle. L'opération a pu aisément se faire en suivant la marche indiquée ci-après, si nous supposons l'emploi de jetons-unités et l'*abacus* divisé en colonnes portant en tête les signes des fractions romaines. La répartition sur trois lignes du nombre posé sur une quatrième a d'ailleurs pu se faire successivement par groupe de 17 jetons, ou bien, ce qui semble plus probable, en s'aidant de calculs de tête.

tertium XVI assumo, quod huic diuisioni mihi uidetur aptior. Huius medietatem sumo *octo*narium ex quo fulcire debeo triangulum, quem ex diuiso quadrato feci superius, cuius duo latera sunt equalia, tertium uni equalium superbipartiens quintas. Preterea cauendum est, si laterum partes fuerint reconiuncte, ne quid *octo*nario desit uel supersit.

Habebit igitur latus maius :

III, *quadrantem, semunciam, obolum, ceratim;*

duorum equalium unumquodque :

II, *trientem, sextulam, scripulum, obolum, calcum;*

et ut omnia clarius luceant, quadratum partiamus et ipsius medietati superius numerum descriptum apponamus. Quod fiat ita *(fig. 2)*.

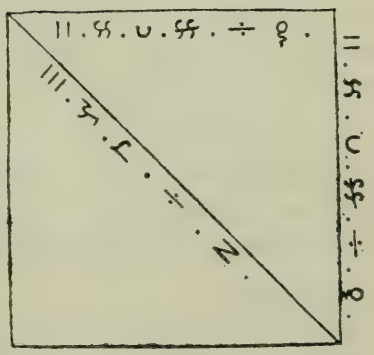


Fig. 2.

Hæc si abacizando probaueris, cum de *obolo* ad ultimum remanente medietatem *unum ceratim* maiori lateri repereris appositam, reliquam medietatem id est duos *calcos* in reliquis duobus lateribus diuisam ne mireris. Scis quod de *obolo* neque quintas sumere possum nec in tres[1] equas partes diuidere possum.

Quod si superius comprehensa ratio constabit, ut triangulus ex medio quadrato factus duobus rectis angulis comparetur, idipsum in ceteris triangulis pro linearum quantitate diuersis firma ratione constabit. Quod si fuerit triangulus ita ut recto

1. Il faudrait *quinque* et non *tres*, puisque l'*obolus* se divisait en trois *siliques*, comme d'ailleurs le dira Ragimbold. Mais il est possible que Radolf ait commis une inadvertance ou que le manuel dont il se servait sans doute n'ait pas été complet.

unum maiorem habeat, duos reliquos minores dimidiis ex necessitate habebit. Quantum enim unus ultra rectum dilatatur, tantum duo reliqui infra medium angustiantur, quia unde unus super[h]abundat, inde duos reliquos mutilat. Et si equalibus lateribus constituitur, erunt anguli maiores dimidiis[a], minores integris, sed tamen comparabuntur duobus rectis ratione inexpugnabili. Quod quia superius comprehensum est prout potui, et quia subtilius[b] mente potest tractari quam litteris approbari, tue diligentiæ examinandum reliqui.

Quod si forte requiris cur superius quadratum diuiserim, ut monstrarem tibi naturam trianguli, respondebo paucis : quia in Cathegoriis unde questio processit[c], quamuis sententia caligante, tamen ad soluendam eandem dubitationem Boetius et quadratum apposuit et in triangulis resoluit[d] ; cuius auctoritatem imitati[e] non longe sumus ex orbitate. Et quia in eadem ratione Boetius[f] posito quadrato alium iubet duplum[g] fieri, si placet, ne graueris rescribere nobis qualiter in mensuris et quibus laterum proportionibus quadratus quadrato duplex[h] possit fieri, quod est facile in numeris.

[a] dimidii. — [b] suptilius. — [c] Boetius, *Comm. in Categ.* (éd. Migne), p. 229 B. — [d] ressoluit. — [e] immitati. — [f] Boetius, *ibid.*, p. 230 D, — [g] dupplum. — [h] dupplex.

II

RAGIMBOLDUS[a] COLONIENSIS RADOLFO[b] LEODICENSI

Leodicensi æcclesiæ magistro speciali, R. Coloniensis æcclesiæ filius tenellus utriusque, sui hominis pro posse generalissimos famulatus.

Grates tibi dignas habeo, si pluris nequeo, quod tantum laboris, non adeo ipsius questionis ignorantia, apud te quippe nihil eiusdem generis latet, quantum insciciæ meæ inquisitione et prece, uoluisti subire, et me in quibus sepe offendam certificare. Sed ne offendaris, queso, si de eodem proposito quæ adhuc me fugiunt uerecundius a te quero.

Proposita est igitur questio secundum id quod Boetius scripsit in Cathegoriis[c] :

« Scimus triangulum habere tres interiores angulos equos duobus rectis. »

Satis protulisti qualiter duo recti anguli, integer unus et alter diuisus, adequentur toti forme triangulæ; mouet autem adhuc me, quod [h]ibi scriptum est « interiores angulos », qui sint interiores : omne enim comparatiuum refertur ad aliquid; et ad quid referatur interiores quod [h]ibi habetur, uel quæ sit diffinitio interioris anguli. Quæ ne graueris, frater, ea qua[d] cepisti diligentia mihi rescribere.

Minutias quidem usque ad obolum nauiter tractasti, sed quæ de obolo[e] diuidendo postea fecisti, non adeo sunt mihi cordi, aut

[a] Regimboldus *margine 1^a m.* — [b] Rodolfo. — [c] *Éd. Migne,* p. 229 B. — [d] quæ. — [e] obulo.

ego minus intellexi. Habemus enim regulam diuisionum et minutiarum ita :

« Quocunque diuisore et proportione minuere quicquam incipimus, eo quamdiu diuidentibus patietur finiemus. Diuidendus[a] autem a diuisore superatus[b], remanens fiat uel intellectualem diuisionem accipiat. »

Si enim nobis in ultimis occurrit uel siliqua, remaneat indiuisa, usquedum multiplicando recurratur ad eam, aut fortasse uel eam sicut libuerit diuidendo minuere[c], — quod, ut arbitreris, est inpossibile, cum partes eius non designentur ex nomine, — quamuis sit paruissimum, dum tantum sit unum, a simili recepta fidutia ponetur a me nudo intellectu pars eius secunda, uel tercia, uel quarta, uel quinta, seu quamcunque exiget proportio in primis proposita, ut legibus abaci queat perfecte reuerti.

De quadrato cuius duplum in mensuris me querere postulasti, prout mihi uisum est non grauatus sum tibi rescribere. Sollertiam tuam non latet quod omne diagonium[d] equilateri quadrati habet ipsum latus in se et quincuncem. Si uis propositi quadrati duplum[e] habere, accipe diagonium minoris quadrati et fac latus maioris quadrati, et sic duplicabis aream minoris quadrati.

Fig. 3.

Hic adtende quibus laterum proportionibus quadrato possis duplum[e] in mensuris apponere. Ecce quadratum equilaterum cuius latus habet XII pedes, diagonium

[a] Diuidendis. — [b] superatur. — [c] *Corruptus locus : an* si uis *addendum?* — [d] diagonum. — [e] dupplum.

XVII, et ad longitudinem eius diagonalis linee descripto quadrato alio paribus lateribus, habebis quadratum in mensuris duplum iam propositi quadrati, et quam magna erant duo trigona in minore quadrato, tanta erunt *quatuor* in maiore; ac latus maioris quadrati, quod est XVII, habebit latus minoris quadrati, quod est XII, in se et eius *quincuncem*; quæ proportio aritmethice potest uocari superquinquepartiens duodecimas, quia maior numerus habet minorem in se et eius quinque duodecimas partes. Idipsum poteris probare per illam proportionem, quæ, ut tu dicis, uocatur superbipartiens quintas.

Ecce habes, ut reor, in mensuris duplicitatem quam a me exegisti, et si in quibus clam oberraui, queso mihi rescribi. Sed quia mihi uidetur difficile ut in numeris quadrato possit duplus quadratus inueniri, ni desit aliquid uel supersit, et quoniam id facile in numeris esse proposuisti, precor, amice, qua[a] interiori studeas diligentia mihi rescribere qualiter hoc possit fieri ut quadrato queat in numeris duplus quadratus inueniri, nihil remanente uel supercrescente.

III

RADOLFVS[b] RAGIMBOLDO[c].

Etsi puto me adgredi magis causa temptandi quam quod te lateat ueritas huiusmodi, ego contra nihil egressus a me ipso, ago quod soleo, rescribo quod sentio, quod dixi dico tibi et amico nihil nescio. Si quid habes melius, rescribe; si nihil, his utere mecum[d]. Igitur quia ad me litteras rescribere uoluisti tuas,

[a] quo. — [b] Rodolfus. — [c] Regimboldo. — [d] Cf. Horatius, Epp. I, 6, 66-67.

non grauabor denuo tibi remittere meas : iocundum siquidem est amicis, si quando non possunt uerbis, priuata negocia conferre literulis. Atque hæc (h)actenus.

Petisti tibi rescribi[a] de angulo interiori, sed non integre percipio sensum tuæ inquisitionis; sed nisi fallor, cum Boetius dixerit « angulos interiores », tu queris qui sint exteriores, et, si nulli sint exteriores, queris cur addiderit « interiores[b] ». Quod si tua est huiusmodi interrogatio, quicquid inde me percepisse suspicor, tuæ peticioni rescribo : interiores angulos in planis figuris, exteriores putamus esse in solidis.

Cum quadratus tantum solummodo habeat superficiei quantum ambientibus clauditur lineis, hunc si per diagonium, ut nuper fecisti, secare uolueris, cum diagonium lineas quadrati non excesserit, quos, queso, angulos nisi interiores secabis? Sed quia de his facile patet quomodo in solidis figuris sint exteriores, queris cur addiderit « interiores ». Sic collige : Boetius in Aritmethicis[c] inter solidas figuras de cubo ita dicit :

« Omnis cubus qui ex tetragonorum superficie in profunditatem corporis creuit, habet superficies VI, latera XII, angulos VIII, quorum singulus[d] sub tribus (h)uiusmodi continetur quales priores fuere tetragoni de quibus ipse productus est. »

Quid ergo? dicemus intra cubum angulos contineri? Sed quid potest absurdius dici? Et si dicimus in superficie angulos cubi contineri, unaqueque superficies *quatuor* angulos cubi continebit; sic numerositas cubi in XXIIII accrescit angulis. Hoc quoque iocosum est scientibus fateri, et quia *octo* superiores anguli nec intra soliditatem continentur cubi, nec infra planitiem superficiei, exteriores necesse est fateri, testante Boetio, qui

[a] resscribi. — [b] exteriores. — [c] *Cf.* Boetii *Inst. Arithm.*, II, 25, éd. Friedlein, Leipzig, Teubner, 1877, p. 112, 20-113, 5. — [d] singulis.

tribus superficiebus unumquemque probat adplicari. Nisi exterior esset, ad tres superficies adplicari nequaquam posset.

Cum ad *obolum* in diuisione peruenerim, cur hunc ipsum per regulas abaci non diuiserim, uel si non possem, partes ipsius tertiam, quartam siue quintam apposuerim, requiris. Satis siquidem inconueniens esset, et nulla laudandum auctoritate, nomen partis figure annotare quam habere non possem. Nec dico inpossibile quaslibet partes *oboli* posse inuenire : qui enim sciunt quid sit *uncia* in *unciam, quadrans*, *sescuncia* uel *sextans* in *trientem*, *scripulus* in *siliquam*, *calcus* in *duellam*, *sextulam*, *drachmam* [a], et cetera his similia, quamcumque partem querunt, sine errore inueniunt. Sed quia uerbum sapienti sat esse sciui, hunc laborem minuendo reiterare supersedi.

Duplicita [b] quadrati mensura scio quod satis diligenter est examinata, sed nescio quo fallor errore, a duplici (ad) equalitatem nulla probatione possum redire. Ante etiam quam a te litteras accepissem, haec eandem mensuram examinaui diligenter, sed quia perfecte, ut mihi uidebatur, non constabat, aliam firmioris auctoritatis querebam.

In fine tuæ cartulæ petisti quiddam inpossibile, uidelicet quadratum ut in numeris tibi duplicarem; imposuisti etiam mihi quod hoc facile esse mandarem tibi. Nescio si manus in scripto peccauit, sed quod sciebam esse inpossibile, stultior essem quam sim, si affirmarem esse facile. Nescio si feci, sed sic uolui mandare tibi « quod non est facile in numeris ».

[a] Quid sit ∫. in ∫. ⅗ · ⅕ · ⅚ uel · ⅚ · in ⅗ · ⅚ · ⅚ in ⅚ · ⅜ in ⅚ ⅚ ⅚ . ⅚ . (*transscriptio partim caniectura nititur*). — [b] *Sic.*

IV

RAGIMBOLDVS COLONIENSIS MAGISTER RADOLFO [a] LEODICENSI MAGISTRO.

Quia te percipio quæ ueriora nosti soluendo mihi rescripsisse, quedam etiam dubitatiue nec definite tractasse, karitas quam mihi habes et quam tibi custodio fides propellunt me scriptis tuis respondere et quedam subtilius in eis percontari et examinare; nam quamplura me ibi mouent, quæ uideor non perfecte uidere.

Miror te dubitare de sensu inquisitionis meæ, cum, ut apertius potuerim, ipsam propositionem et in ea questiones singulas proposuerim. Sic enim propositio fuit, ut Boetius in Commento Cathegoriarum dicit :

« Scimus triangulum habere tres interiores angulos equos duobus rectis. »

Questio est qualiter interiores tres anguli duobus rectis sint equi, et qui sint interiores, uel ad quid referatur « interiores », quod ibi habetur : an suum positiuum ibi respiciat, an quiddam exterius querat. Admodum subtiliter et profunde dilectus noster domnus GVAZZO tractauit super hac [b] questione cui quia mihi non scripsit, non meum arbitror respondere. Hoc autem noui Traiectensem episcopum ADELBOLDVM eius questionis nodum eodem sensu quo et GVAZZO fere enodasse mihique dixisse. Atque hæc hucusque.

[a] Rodolfo *rubric.* — [b] hec.

Consentio tibi quod in quadrato per diagonium diuiso, et ex utraque parte facto triangulo, dixisti reconiunctis recti anguli dimidiis totam formam illius trianguli duobus rectis angulis supradicti quadrati coequari [a]. Sed quod tres interiores anguli duobus rectis angulis coequentur, uel diffinitionem interioris anguli quam a te querebam, non dixisti. Interiores angulos putas esse in planis figuris, exteriores uero in solidis, quod mihi imponit quiddam difficultatis. Nam, ut a numeris incipiam, in primo actu planari triangulo ternario uel quadrato, iunctis tribus unitatibus uel quatuor, dum unitas quæ sectionem non patitur sit in angulo utriusque, quomodo sit interior magis quam exterior nescio uidere. Quod si infra unitatem angulum esse arbitraris, quem ibi locum respiciat angulus in numeris notare mihi laborabis. In cubo etiam exteriores angulos esse arbitraris. Nam [b] omnis cubicus numerus, quotquot in latere uel superficie teneat, non nisi unitatem in angulo demonstrat; eadem igitur unitas qui magis sit exterior in cubico quam in plano angulo iudicare nequeo.

Nec hoc dicens affirmo cubicos angulos in extremo non posse esse, cum sint in sex superficierum et *duodecim* laterum extremitate, sed in solidis magis eos exteriores quam in planis, dum in utrisque semper unitas sit in angulo, et Boetium eo dixisse « interiores angulos », incudi reddendum adhuc habeo.

Forsan ad linearum spatia si recurris, tuaque scripta sic defendere temptabis, quicquid in aritmethicis numeris paulo ante prælibauimus, geometricis figuris probare temptemus. Sit enim propositus quadratus equilaterus, de quo sic fuit tuus tractatus : « Cum diagonium lineas quadrati non excesserit, quos, queso, angulos nisi interiores secabis? » Occurrit mihi non commode

[a] quoequari. — [b] Iam *intellegendum*.

interior angulus quem dicis infra lineas in superficie. Velle mihi uideris, quia sint infra lineas, eo dici angulos interiores, quasi linee sint quedam superficiei partes, et extra angulum positio sit linearum. Quod si infra lineas, ut tu scribis, angulum habebimus, extra angulum positionem linearum necesse est ut [a] subintelligamus; quod nequaquam potero consentire, nisi probes ratione, dum linee superficiei sint non partes, sed, ut mihi uidetur, quedam extremitates, nec habeant quiddam esse nisi in propria superficie, neque possint ullo modo actu ab ea separari.

Hinc igitur uideamus an angulus dicatur extrema quedam rectius quam interior pars superficiei, quod proprius sit rationi. Ergo si superficies est ex ea quantitate quæ constat partium positione, partes eius, quamuis continue, distant, ut arbitror, quadam inter se diuersitate. Quot enim partes uolueris, non inpossibile dandum ei habebis ex ante et retro, et dextro et sinistro, ex medio et extremo. Denique si considerabis que pars eius est media, quæ sit extrema, ut taceamus de aliis eius partibus, occurret, ut est mihi uisum, cum linearum continuatione per punctum, ultima pars etiam angulus, ultra cuius spatium nulla est positio linearum qu(a)e ulterius eius spatio porrigatur uel aliquantulum, ut sic iure dici possit interius quiddam uel exterius intra lineas et angulum; sed habent unum terminum communem et continuum, id est punctum, et totum illud [b] spatium linearum, sic per communem terminum, id est punctum, coniunctarum, nescio uocare nisi angulum.

Cum mihi scriberes « interiores dicti qui possent infra linea secari », et mihi uideatur angulum et lineas uno termino finiri, iudicent lectores quid inter angulum et lineas interius uel exterius secundum locum possit examinari. Nam si aliquid sic inte-

[a] ut *scripsi*, uel *ms*. — [b] illut.

rius inuenient, quiddam exterius etiam in plano subintelligent.

In solidis exteriores angulos esse dicis, et ad tres superficies unum angulum applicari doces, et ideo exteriores quia quisque illorum extrinsecus applicetur ad tres superficies. Dico autem ego quod trium laterum per communem terminum, id est angulum, coniunctio [a] sit angulosa tantum extremitas etiam in solido, et ipsam extremam continuationem trium laterum uocari angulum non exteriorem, sed solidum, nec in eo quiddam exterius dici, sed extremum aliquid in eo sicut punctum in plano posse uocari. Longe dissentis iudicio meo, quia, ut in sequentibus demonstrabo, interiores et exteriores angulos in utrisque, id est in planis et solidis, esse uolo. Atque hæc hactenus.

Dicis satis inconueniens esse et nulla probandum auctoritate nomen partis figure annotare quam non posses habere, nec oboli [b] figuram uel nomen partium protendere, cum cerates eius secunda, siliqua tercia, calcus uero sit pars quarta, quarum in libris inuenitur et nomen et figura. Cum ergo temptasses inire quod in numero est inpossibile, tetragonus scilicet ut possit in duos equales triangulos partiri, uellem idipsum, quod incepisti quo laborasses, perfectius subtiliusque terminari. Sic enim tetragonum triangulasti (*fig.* 2).

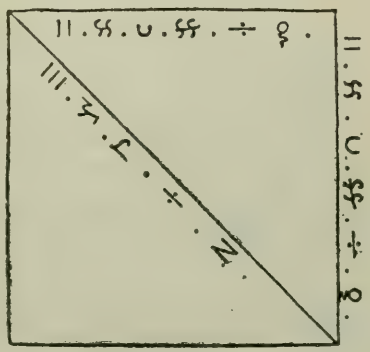


Fig. 2.

Videtur mihi, salua tua caritate, finem tuæ proposit(a)e diuisionis te non bene tetigisse, neque per illam proportionem, quæ

[a] contio (*an* continuatio?). — [b] obolum.

tuo iudicio uocatur superbipartiens quintas, hoc recte incoasse, dum adhuc a me nesciatur inter quinarium et septenarium proportio superbipartiens quintas an iure nominatur. Ne sit ergo tibi [h]onerosum si nos quoque temptemus eundem tetragonum proportionaliter ducere per untias et minutias in duos triangulos, quamuis sit laboriosum et nisi per minutias incongruum.

Sit igitur tuus octonarius, XVI scilicet tetragoni dimidius, nobis etiam in triangulum deducendus. In Geometrico dicit Boetius[a] :

« Omne diagonium equilateri quadrati habet ipsum latus[b] in se et eius quincuncem. »

Octonarium enim[1], qui constat *octo* assibus, in XCVI untias diuidamus, ex quibus utrique lateri XXIIII, id est duos asses, diagonio XXXIIII, id est bis decem et septem, qui faciunt *assem* et *quincuncem*, tribuamus, quatuordecim untiis remanentibus. Has iterum in duellas diuidentes, et utrique lateri XII ex eis,

[a] V. supra, p. 236. — [b] latius.

1. Comparer, pour le calcul qui suit, la note 1, p. 266. — En résumé, Radolf et Ragimbold trouvent des valeurs différentes qui, pour l'hypoténuse, sont approchées, l'une par défaut (Radolf), l'autre par excès (Ragimbold). Les dernières sont les plus exactes. Voici les comparaisons en fractions décimales.

	RADOLF.	RAGIMBOLD.	CALCUL EXACT.
Hypoténuse	3,29427	3,31707	3,31370
Côté de l'angle droit	2,35286	2,34146	2,34314

Les expressions, en fractions romaines, auraient du être, si le calcul avait été fait par l'extraction de la racine carrée, et non par l'emploi d'une valeur rationnelle approximative :

Hypoténuse : 3 as, 3 onces, 1/2 once, 1 *sicilicus*, 1 *cerates*, 3/4 de *calcus* environ.

Côté de l'angle droit ; 2 as, 4 onces, 1/2 sextule, 1 obole, 1 *cerates*, 5/8es de *calcus* environ.

diagonio x et vii tribuentes, habebit utrumque latus duos *asses* et *trientem*, diagonium (tres) *asses quadrantem semuncian sextulam*, remanente duella. Hanc autem iterum diuidentes in siliquas, et utrique lateri xii[a] ex eis, diagonio x et vii tribuentes, habebit utrumque latus quantum supra diximus et scripulos duos, diagonium autem ad hoc quod diximus scripulos *duos*, obolum et duas siliquas, remanentibus siliquis vii. Quas iterum singulas si partes in senas diuiseris, et ex eis utrique lateri xii, diagonio x et vii apposueris, habebit utrumque latus ad hoc quod diximus siliquas duas, diagonium duas siliquas et quinque sextas siliquæ, remanente una sexta siliquæ. Hanc iterum si diuiseris in xli[b] et utrique lateri xii, diagonio x et vii ex eis partibus adcommodaueris, habebit utrumque latus :

Duos *asses*, *trientem*, *dimidiam sextulam*, duas siliquas, xii ducentesimas quadragesimas sextas siliquæ,

diagonium uero :

Tres *asses*, *quadrantem*, *semunciam*, *sicilicum*, *scripulum*, *siliquam*, quinque sextas siliquæ, x et vii ducentesimas quadragesimas sextas siliquæ,

nil omnino remanente, continetque diagonium totum latus in se et eius quincuncem, ut per huius figuræ[c] poteris adprobare descriptionem.

Quia[d] ergo[e] mihi caritatiue scripsisti quod supra mea iam[f] proposita questione certius habuisti, tuam etiam dilectionem celare

[a] vi. — [b] xl et unum. — [c] *Hic apponuntur, sicut in fig. 2, notæ numericæ secundum latera trianguli rectanguli isoscelis.* — [d] *Incipit* B *post titulum* : R. Coloniensis magister Radolfo Leodiensi magistro. — [e] ergo *om.* B. — [f] iam mea B.

nequeo quod super ea, licet per caliginem, mea quoque uidet opinio. Prius ergo uideamus genera linearum, ut sic naturalius discernere ualeamus quæ ex eis fiunt diuersitates angulorum.

Quatuor igitur, ut arbitror, sunt genera linearum : rectum, obliquum, curuum, circulare. Recta est linea quæ ducitur equaliter sic per longum[a] : —, aut per latum sic : |. Obliqua uero est quæ a dextra in sinistram, uel a sinistra in dexteram, sic : /\, ascendit uel descendit. De aliis taceamus, quoniam eis opus modo non habemus.

Tria etiam genera sunt angulorum : hebes[b], rectum et[c] acutum. Rectus est angulus qui constat ex lineis rectis duabus per latum et longum rectis iacentibus et se inuicem in extremo[d] tangentibus, sic : ⌐ ; quarum linearum una[e] uocatur[f] cathetus, sic : |, alia basis sic : L, uel coraustus[g] ⌐. Alii duo anguli, hebes et acutus, formantur ex lineis plus uel minus obliquis. Si intra lineas recti anguli duæ linee iunguntur per obliquum, faciunt angulum semper acutum, sic ( ), qui et interior uocatur, quoniam intra spatium recti anguli cum suis lineis strictius coartatur. Si autem extra spatium recti anguli, necesse est hebetem angulum constitui, huncque placet exteriorem uocari, quia cum suis lineis latius[h] protendatur extra spacium recti anguli, sic : ( ), et ita rectus angulus iure uocatur medius, quia sit exterioris, id est hebetis, et interioris, id est acuti, communis terminus, ac unum extra se respiciat, alium intra se constringat. Hocque poterit satis aperte comprobari testimonio ipsius Boetii ita scribentis[i] :

[a] per longum sic B. — [b] hebes] B, habes A. — [c] et *om.* B. — [d] extremis B. — [e] una *om.* B. — [f] uocatur] B, uocet A. — [g] corausta sic B. — [h] qui latius cum suis lineis B. — [i] ipsius ita scribentis Boetii B (cf. *Ars geom.*, éd. Friedein, p. 381, 17-18, et 383, 8-11).

« Omnium triangulorum exterior angulus utrisque interiori- et ex aduerso constitutis angulis maior existit »,
et alibi :

« Omnium triangulorum et exterior angulus *duobus* angulis interius et ex aduerso constitutis est equalis, interiores *tres* anguli duobus rectis angulis sunt equales. »

Unus est exterior, id est hebes, angulus omnium triangulorum, qui nunquam poterit uariari [a] sua natura uel per diminutionem aut crementum ulla ex quantitate linearum, sed semper est idem et unus, proportionaliter respiciens quemque triangulum eiusque duplum, scilicet exagonum. Eiusque [b] quantitatem demonstrare tibi facilius in exagono possem, nisi quod pene totum nostrum tractatum a triangulo inciperem et haberem hac propterea interiores angulos in eo depingere [c] et dicere [d] dignum viderem [e].

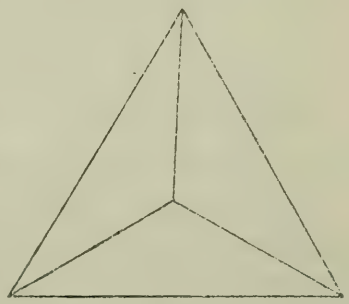


Fig. 4.

Sit etenim propositus triangulus equilaterus, qui semper oxigonius, id est acutiangulus, hoc est angulos omnes, quia sunt rectis minores, habens interiores : cuius in medio si punctus figitur et a singulis angulis ad punctum linea ducitur, tres (tri)anguli in superficie primi trianguli formantur sic *(fig. 4)* : quorum quisque nitet [f] duobus interioribus, id est acutis, angulis et uno exteriore, id est hebete, terminum in prefato puncto faciente. Si unius sic a predicto puncto formati trianguli proportionaliter angulos commensurabis, exteriorem, id est hebetem, inuenies quadruplum ad utrum-

[a] uariari] B, uaria A. — [b] eius A. — [c] despingere A. — [d] dicerem A. — [e] viderem] *hactenus* B. — [f] *Corruptum.*

que interiorem, id est acutum, ad duos autem illos interiores duplum. Nec possunt illi duo interiores anguli protendere spatium exterioris nisi dimidium, et hoc est quod Boetius scripsit :

« Omnium triangulorum exterior angulus duobus interioribus angulis et ex aduerso constitutis maior existit. »

Si autem duos integros angulos equilateri trianguli commensurabis cum iam dicto exteriore, id est hebete, terminum in prefato puncto faciente, inuenies eos conuenire perfecta equalitate, idque est quod in alio loco Boetius non preterit taciturnitate, « omnium », inquiens, « triangulorum et exterior angulus duobus interioribus et ex aduerso constitutis est æqualis ». Si ergo tres interiores angulos, id est acutos, equilateri trianguli iterum commensurabis cum duobus rectis angulis, summas æqualitate gaudebis concurrere, hocque certum habeto Boetium designasse in Cathegoriarum ita scribentem[a] commento :

« Scimus triangulum habere tres interiores angulos equos duobus rectis », atque sic interiores angulos et exteriores in planis solidisque reperies, in quibus acutos non denegetis nec hebetes; estque idem exterior, id est hebes, angulus omnium triangulorum sesquitertius[b] ad omnem angulum rectum, quia totam eius quantitatem infra se tenet et eius tertiam, duplus autem ad omnis equilateri trianguli angulum interiorem, id est acutum; rectus uero sesqualter ad eundem acutum.

Quod si adhuc te (latet) nostræ ueritas expositionis, cum circini probatione uel proportionali membranarum incisione cuncta quæ dicimus uera esse poteris comprobare. Atque (haec) hucusque. In dupli æqualitate quam tibi descripsi, precor quo decipiaris errore mihi rescribi, quoniam a nobis in figurarum mensuris ne quid inueniri.....

[a] scribentis. — [b] sexquitertius.

V

RADOLFVS[a] RAGIMBOLDO.

Ægregio scolastico R. suus omnia karitatis obsequia.

Inter amicitiarum genera quæ uarias utilitates atque etiam uoluptates uitæ mortalium afferunt, illud[b] mihi firmissimum uisum est constare, quod studio litterarum et philosofiæ glutino solidatur. Quod cum pluribus modis approbari possit, id interim a uobis petitum et impetratum uelim, ut quoniam hunc dilectionis modum nobis prescripsimus, ne eam intepescere sinatis, sed frequentius scriptis atque rescriptis au(c)tius prove(h)atis. Non parum enim questus parturiet nobis usus atque exercitatio scribendi, maxime si res (s)crupulosas et a natura inuolutas proponere inuicem curemus, et easdem amore ueritatis, non concertandi studio explicare conemur.

Quale illud est quod in libro cuiusdam Geometriæ legisse uix recolo de pedibus rectis, quadratis, atque etiam solidis; quorum omnium expositionem memoriæ labes obliuio abstulit. Proinde uestram super his sententiam uehementer oro, aut si est penes uos de huiusmodi rebus paulumper, ad nos dirigatis.

Astrolabium misissem uobis iudicandum, sed est nobis exemplar ad aliud construendum : cuius de scientia si quid affectatis, ad missam sancti LAN(BERTI) non uos pigeat aduenire. Forsitan non penitebit : alioquin uidere tantummodo astrolabium non magis iuuabit quam « lippum pictæ tabulæ, fomenta podagrum[c] ».

[a] Rodolfus. — [b] illut. — [c] podagra. Cf. Horatius, Epp. I, 2, 52. — *Finis epistolæ deesse videtur.*

VI

(RAGIMBOLDVS RODOLFO.)

Specialius docto et nouiter constituto scolarum magistro A(micus) R. cuiusque fidelitatis karitatiua.

Quod mihi scripsisti[s] genus amicitiæ, Socratem inter et Platonem, Gregorium et Augustinum, si uiuerent, posses firmissimum computare, qui conten(p)tis diuitiis nil æque studuere ut ratione uiuere, inquisitionique ueræ uitæ pro uiribus scriptis et rescriptis incumbere. Illum modum uiuendi mundus iam tradidit obliuioni, nilque ducit modo iocundius non dandis sed accipiendis magnis muneribus, idque sibi placet amicitiæ genus. Quamuis ego disponam citius[a] ab officio scolarum cessare, dum *uiginti* annos uel plus in eo desudem labore, non tardabo tamen scriptis tuis respondere meaque, si qua forte necessitas inpellit, tibi dirigere, quia mihi semper iocundum fuerat istud[b] genus amicitiæ. Deus ergo non sine graui tuo labore dedit super omnes nouiter, ut tu, constitutos magistros scientia plurimum[c] excellere : ne graueris eos scriptis et rescriptis tuis [respondere] a somno suscitare, sicque ingenium eorum ad interrogandum et respondendum fortiter occurrit[d]. Nam pro summa ducam delectatione iudicium meum his controuersiis interesse.

Expositionem super questione tua non habeo, sed quod ipse commentari potui, karitati tuæ scribo. Fuit ergo tua questio, qui sint pedes recti, qui quadrati, qui etiam solidi. Geometricas figuras ad mensurandum tres pedes habemus ad instrumentum,

[a] cicius. — [b] istut. — [c] plurimam. *Fort.* plurima. — [d] *Corruptum; exspectatur* excercere.

longum quem et rectum, quadratum quem et latum, crassum quem dicimus et solidum.

Longos pedes habemus quotiens per naturalem numerum in longitudinem solam[a] unum uel duos, tres uel x uel xx uel c et sic infinitos pedes protendimus ; ut puta si dicimus : Hec pertica habet in longitudine x pedes, nulla mentione facta latitudinis. Estque ideo longus et rectus pes ap(p)ellatus, quod tantum recte protendat in longum nec a sua recta longitudine deuiet uel in obliquum, ne(c) in latitudine transgrediatur terminum suum.

Quod si planitiem aliquam angulosam uel rotundam inspicies, pedes omnes quadratos non integros[b] quadratos inuenies. Nam in omni tetragono quadratos pedes integros habeto ; ut puta in area quadam longitudo decem sit pedum et latitudo, ductisque lineis per longum et latum a pedibus singulis, quadratos pedes omnes apparere uidebis. Idque in parte longiore figura altera, ut est bis tres, ter quatuor, atque in longilatera figura, ut est ter[c] sex, uel sexies decem, habebis. Quandoque etiam accidit, sicut in rotunda planitie aliisque figuris quibusdam, non integros pedes omnes haberi, sed in extremitatibus superficiei quadam, media scilicet uel tertia seu quarta, siue alia qualibet parte mutilatos pedes quadratos inueniri. Huius ergo rei causa est figurarum diuersa forma ; id autem certum habeto in omni planitie, cuiuscumque sit formæ, nisi quadratos pedes reperiri non posse, licet quandoque, ut supra diximus, mutilata quadrata repperiantur in quadamextremitate. Estque ideo quadratus ap(p)ellatus, quod in longum et in latum sit equilaterus.

Crassos ergo pedes in omni soliditate repperies, ut si dicam bis bini bis, octo crassos pedes habebis. Quod ut apertius dicam, corpus tesseram solidum ad exemplum tibi propanam : quam si

[a] sola. — [b] intecros. — [c] t̄ (*h. e.* ter).

in octo partes equas diuiseris, pedes octo crassos, id est solidos, habebis; et ut tibi concludam, nichil est aliud pes crassus nisi ipse cubus, quia de integro quolibet[a] cubo quot partes equas, id est crassos pedes, facere poteris, tot cubos sine dubio tenebis. Hec regula te non fallet in omni piramide, ne(c) in laterculorum uel asserum cuneorumque soliditate, quia quot unitates, id est equas partes, cuiuscumque sit generis, cubus (h)abuerit, tot quadratos et crassos, id est solidos, pedes habebit. Eoque dictus est pes crassus, qui constet mensuris tribus, longo, lato et alto.

Hec est nostra sententia super tua questione. Quid uelit magister tuus dilectus noster domnus WAZZO super ea uel tu ipse iudicare, ne graueris mihi rescribere.

Quod queris de triangulo, RAZEGINO fideli nostro tuoque uicino scriptum et missum habeo, quodque ipsum tibi uidendum transmitto.

VII

RADOLFVS RAGIMBOLDO[b].

D. R[c]. Salutem in Domino.

De geometricis pedibus bene admodum et uere disseruistis; eadem quippe Carnoti positus ALBINO quodam auctore didici et alia perutilia id genus, quem librum occasione questionis conabar mutuari a uobis. Sed huic astutie percallide occurristis, nam proposite questioni ita satisfecistis ut necesse non sit pro ea librum postulare. Iam uero frontate, quod aiunt, peto, ut aut ipsum si habetis aut eiusmodi alium quem PODISMVM uocant transmittatis.

[a] colibet. — [b] RAGIMBOLDVS RODOLFO. — [c] D(omno) R(agimboldo)?

Nulla uero controuersia fuit mihi de his cum M(agistro) W(AZZON)I, sicut de triangulo nostis fuisse; in quo tametsi contem[p]tus eram ipsius ueritatis fauore [a], cumulatius tamen gaudeo uos idipsum sentire.

Quid autem uult sibi illa resolutio in alios triangulos, quidue adtinet ad hanc demonstrationem, melius circumposito longilatero designatur; ibi promtius approbatur, manentibus utrisque angulis sub aspectum, rectis uidelicet longilateri et his qui sunt trigoni; abstractoque de rectis angulis quantum hinc et inde capiunt duo trigonales anguli, quod amplius est, si coniungantur, tertio indubitabiliter coequantur. Modo mea et uestra sententia unum idemque habent, nisi quod uestra inops [b] est approbationis, quæ potest in nostra facilius inueniri. Puto in breui alias a me litteras accipietis.

VIII

(RAGIMBOLDVS RADOLFO.)

Satis et caritatiue scriptis tuis occurrerem, si admodum propinquo Romano itineri meo intentius non essem. In scripto meo quod tibi direxeram de triangulo, (ut) mihi uidetur, questionem non adtendis et propterea solutionem incaute reprehendis. Cur triangulum in alios triangulos soluerim queris, et solutionem tuam non ad hoc soluendum, sed ad non quesita, reponis. Totus enim pene fuerat tractatus meus cum amico meo R^c de interioribus an(gulis) [d]; tu autem nichil ferme de eis iudicasti [e], parte

[a] fauere. — [b] inobs. — [c] *H. e.* Razegino. — [d] *Lacuna exstat quam exempli causa, ut infra, complevi; fort.* et exterioribus *addendum.* — [e] iudicastis.

altera longiori (figura compara)tionem duorum rectorum angulorum et trium acutorum conformasti.

Ut approbarem[a] qui essent interiores anguli, quique exteriores, et secundum Boetium omnes acutos interiores ac hebetes exteriores dici, triangulum in alios triangulos resolui, estque in illo quod tibi direxeram scripto cernere qualiter hoc possit fieri, cum ibi [tri]angulorum hebetis, id est exterioris, recti, acuti, id est interioris, inter se proportiones scriberem, omnemque rectum ad omnis equilateri trianguli acutum, de quibus in primis nostra fuit questio, esse sesqualterum uniuersaliter dicerem. Miror te dixisse meam sententiam approbationis inopem, dum nostra, mea scilicet et tua una et eadem, facilius in proportionibus quam in illa figura capiat approbationem.

Memini quidem quondam Carnotum sic transeundo uenisse, domnum FVLBERTVM, id loci episcopum, eandem tuam figuram cum expositione super nostram primam de triangulo questionem mihi demonstrasse, et post plures inter nos collationes nostre sententiæ consensisse. Posuit etiam ille descriptionem interioris anguli sic :

« Interior angulus dicitur qui suam perpendicularem intra tres lineas habet in triangulo » ;

cuius expositionem, quoniam ille se excusando denegauit mihi querenti, quero a te mihi delegari, dum tu etiam aput illum, ut audio, esses ingentis exercitii.

[a] approbare.

IX

Domno R(agimboldo), scolasticorum generalissimo ac uirtutum merito aliis digne prælato, B., monachorum infimus, *octo* beatitudinum cubum.

In primis igitur Platonicam rationem, quo pacto quadratus duplicari debeat, edicam, ut, fundamento[a] meæ narrationis posito, cætera conuenientius accumulare ualeam. Quadratum enim æqualibus rectisque lineis puncto sibi in quadro conexis mihi constituo; diagonium ab angulo in angulum diduco; quæ proportio uero talis consideratur : diagonium habet unum latus in se et quincuncem eius. Quem duplicare si uolo, diagonium minoris faciam latus maioris : ecce duplus et simplus quadratus; et hoc in mensura, in numeris numquam. Hactenus Plato.

Nam ut quadrato æqualem constituam triangulum spacio, ipsius verbis Boetii exordiar : « Iubemur, inquit, proposito *quatuor* laterum spacio æqualem triangulum constituere hoc modo : Sit trium[b] laterum spacium AB. »

Sed quid absurdius, quid ueritati contrarius? Quis ergo rationis aspectus, quisue[c] mentis uisus tantam possit ueritatis iniuriam ferre, ut tribus lineis constitui possit quadratus, cum tribus lineis totidemque angulis naturali ratione semper existat triangulus? Quadratum uero non minus *quatuor* lineis totidemque angulis exsistere, quis tam brutus animus quod [non][d] nesciat?

« Iubemur[e], inquit Boetius, proposito[f] *quatuor* laterum spacio. » Quid hoc nisi quadratus et non triangulus? Et post erro-

[a] fundamentum. — [b] quatuor *Vulgata* Boetii *Comm. in Cat.* — [c] quisue V, qui suæ B. — [d] qui V, quid non B. *Fort.* quod hoc. — [e] Iubemus. — [f] proposita.

rem statim infert : « Oportet ergo AB spacio æqualem triangulum constituere, ut sit duplum AB spacio CDEF spacium. » Ecce ex antecedentibus et sequentibus clarius luce patet quod non « trium laterum » posuerat hic Boetius, sed quatuor, AB, quorum spacium *quatuor* litteris id est CDEF statim duplicauit.

Ex quibus omnibus euidentissime constat id esse uicium non manu Boetii, sed scriptoris, aut, quod magis est credendum, cuiusdam inuidentis, factum esse, et quia hæc disciplina geometrica, de qua hoc sumptum, est in his regionibus penitus abolita, idcirco latens error regnat per plurima. Quo abiecto ac interioris oculi aspectu adhibito, mihi ipse statuo *quatuor* laterum spacium AB, cuius angularem lineam diagonium Platonis auctoritate sumens, dupli latus facio spacii CDEF, quod est duplum quadratum AB, id est primi uel supradicti quadrati. Hoc, id est duplum, diagonio diuidens CF, duos triangulos efficio : unum CDF, alterum CEF.

Quia enim CDEF quadratus duplus est AB quadrati, certe CDF triangulus equus est ipsi, sicut et CEF, qui eius medietas est.

Hoc modo, nisi fallor, Boetii racione quadrato triangulus fit equus spacio, ut hæ figuræ demonstrant.

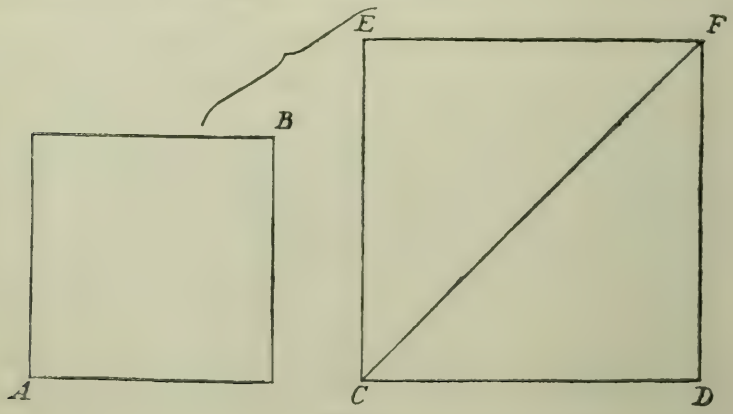


Fig. 5.

Item Boetius de circuli quadratura[1] « Eodem quoque modo, inquit, quæsitum est si sit proposito circulo equum fieri quadratum », quod Aristotelis tempore, sed post, non fuisse repertum : cuius demonstrationem prætermittendam[a] esse fatetur, eo quod longa sit; quam nos nitimur compendiose, Deo fauente, prout possumus exponere.

Nam circulum mihi statuo, cuius diametrum VII sit pedum, circuitus uero XXII, quorum medietatibus inuicem multiplicatis, areæ XXXVIII S inuenio pedes. Hæc in Geometricis uetusta circuli habetur regula. Nos enim quia quadratum circuli satagimus coæquari spacio, ex ipso diametro VI[b] pedum quintæque *septimi* pedis et ducentesimæ partis quantitate latus quadrati facimus.

Et uideamus si hac lateris ratione poterimus aream quadrati implere XXXVIII S pedibus, qui sunt utique pedes areæ circuli. Atque id abacizando applicare expedit.

Dicamus ergo : sexies VI, XXXVI; et sexies quinta, as[c] et *quinta*; et sexies ducentesima, III centesimæ. Hæc ita se habere, in singulari linea quisque studiosus probare potest, et quæ sequntur cætera in minuciarum linea : V^(a). VI, as et V^(a); et V^(a) in V^(a), XXV^(a); et V^(a) et in ducentesima, millesima; et ducentesima sexies, III centesimæ; et ducentesima in V^(a), millesima; et ducentesima[d] in ducentesima, XL-millesima.

Nunc uero quod sparsim confecimus, in unum hoc modo, aggregemus; XXXVI et as atque V^(a), item as et V^(a), fiunt XXXVIII et duæ V^(ae). Item XXV^(a) et sex centesimæ faciunt unam decimam,

[a] demonstratione prætermittenda. — [b] VII. — [c] quintas. — [d] *Post* ducentesima *additur* XL millesima.

1. Boetius, *Comm. in Categ.*, p. 230 D.

quæ coniuncta[a] duabus v$^{(is)}$, quæ supersunt, reddit absque errore semissem pedem. Et secundum Boetii præceptum quadratum circulo equaliter appono, id est ut angulis suis circulo quantitate emineat æquali et circulus similiter lateribus quadrati, ac media *quinque* interualla ipsius diametri, quæ pedes nominantur, et utriusque extremi semissem ut vi sint, deinde unamquamque extreman semissem in v æquas portiones seco, quarum quæque[b] est x$^{(a)}$ totius pedis. Ex quibus in unoquoque latere sumo x$^{(am)}$ unam et xl^{mam} x^{mae} alterius partem : hoc enim modo diuidimus *quintam* pedis et ducentesiman ob æqualem circuli quadratique compositionem, ut hæc figura demonstrat[1].

Huius etiam designationem formulæ paululum libet intueri, omnesque partes eius sub numeri quantitate in unum colligere, et utrum totum quod sibi debetur habeat, peruidere.

Primum uero pedes integros ita : quinquies v, xxv. Post autem semisses, qui in circuitu adiacent, xx, et facimus x integros pedes, quos ad xxv iunctos, fiunt xxxv. Deinde *quatuor* quadrantes qui in angulo sunt, componunt unum pedem, quem superioribus appositum, sunt xxxvi. Sequuntur xx decimæ, ex quibus conficiuntur x v^{ae}, quæ *duos* reddunt pedes, qui ceteris adiuncti xxxviii fiunt. Postmodum uero viii uicesimæ, quæ circa centesimas in angulis habentur, faciunt *quatuor* x^{as}, quæ ipsæ *duas quintas*; tum uero iiii centesimæ, quæ in ipsis angulis sunt, *duas* l^{as}, duæ l^{ae} unam xxv^{am} conficiunt. Sumantur etiam xx cccc^{mae}, quæ cum ipsis decimis esse noscuntur, et fiant x cc^{ae} , et ipse v c^{ae}. Octo uero octingentesimæ, quæ circa angulos sunt,

[a] coniunctæ. — [b] quæ.

1. Ici une figure représentant un cercle et un carré équivalents et concentriques, le carré divisé en 49 petits carrés.

IIII CCCC^mas^, et istæ duas ducentesimas, hæ duæ autem unam centesimam, quæ V iam dictis addita, fiunt VI, hæ[c] uero III quinquagesimas, sed II quinquagesimæ unam XXV^(am)^. Ecce II XXV^(ae)^ et una quinquagesima, X^(am)^ faciunt. Hæc cum duabus quintis superius iam dictis semissem uere facit pedem.

Duæ millesimæ sane et quadragesima-millesima cum *quatuor* centesimis ita sunt coniunctæ ut CCCC^mae^ X^mis^. Et sicut in quadrato eas esse, sic in circulo haberi, nulli dubium est, quanquam ob sui exiguitatem atque subtilitatem peruideri non possint.

Preterea circulum in *quator* æque partientes, *duas* lineas in quadro per centrum ducimus, in quarum summitate anguli quadrati ex diverso uenientibus lineis coniunguntur, ut supra dispositum est. Per quas igitur lineas altera proponitur regula, quæ quasi actiua informatur a speculatiua, cuius si caruerit materia nulla ueritatis nititur firmi(tu)dine. Hæc itaque sic se habet.

A centro autem ad circularem usque lineam *quatuor* in æqua spatia ipsa recta linea secetur, quibus IIII *quinta* eiusdem quantitatis superaddatur, punctumque ibi figatur, in quo angulus terminabitur, et sic in tribus cæteris, ut per puncta quadrati deducantur latera. Hanc circuli quadraturam quæ auctoritatem in sesquiquarta proportione retineat, qui in priore contemplari teduerit.....

X

(Ms. lat. 10444, fol. 60 v°-61 v°.)

DE QUADRATURA CIRCULI.

Circumducto quantolibet circulo et in quatuor partes diuiso, assignabis ad ipsam diuisionem quadratum. Circumducens ergo alterum rursus circulum interiorem, exteriori circulo nona parte contractiorem, æquos habebis qui intra diffusiores quadratum et circulum.

Contrahere autem interiorem circulum facilius stringendo quam diuidendo poteris, assignato terciæ partis puncto inter choraustum quadrati interioris et eminentes amplioris circuli conuexitates, ut sic a centro ducas circulum per assignatum punctum interiorem.

ALITER

Constitutum quantum uelis circulum in XXXVI æqualiter partes distribue. Cum ergo punctaueris, duc lineam a sexto in sextum punctum, solum scilicet interstitium transiliens inter lineam et lineam. Sic distribues singulas lineas in VIII partes. Postea adaugebis singulis lineis ex utroque capite quantum habebit octaua diuisionis pars. Sic ergo lineæ extra circulum protensæ in quadratum conueniunt, qui profecto quadratus tota mensura circumducto circulo æquabitur. Vel tantum adicies ipsis lineis quantum erat interstitium inter lineam et lineam.

Quatuor sunt genera linearum, rectum, obliquum, curuum, circulare.

Recta linea est quæ ducitur æqualiter per longum aut per latum, ita | .

Obliqua uero quæ a dextera in sinistram, sic ⁄ , uel a sinistra in dexteram ascendit uel descendit, sic ⧵ .

Curua est quaquauersum reflexa ◡.

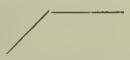
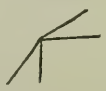
Circularis in modum rotæ ◯.

Tria sunt genera angulorum : rectus, hebes, acutus.

Rectus angulus est qui constat rectis lineis duabus per longum et latum recte iacentibus, sic ⌜, uel ita ⌞ : quarum linearum una uocatur cathetus, sic | , alia basis, inferius iuncta, sic ⌞, uel choraustus, superius iuncta, sic ⌜.

Alii duo anguli, hebes et acutus, formantur eisdem lineis plus minusue obliquis.

Si intra lineas recti anguli duæ linæ iunguntur per obliquum, faciunt acutum, ita ∠, qui et interior uocatur, quod intra spatium recti anguli cuiusuis lineis strictior coartatur, ita .

Si autem extra spatium recti anguli duas lineas iunxeris, facies hebetem, ita  , placetque hunc exteriorem nominari, quia extra spatium recti cuiusuis protenditur lineis, ita  .

Et ita rectus angulus iure uocatur medius, quia sit exterioris, id est hebetis, et interioris, id est acuti, communis terminus, ac alterum extra respiciat, alterum intra se contineat; ita .

Ergo, si uidere uis quo modo triangulus tres interiores angulos æquales habeat duobus rectis, hoc habeas theorema.

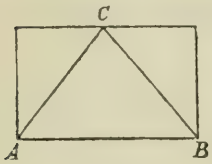


Fig. 6.

Sit propositus triangulus ysopleurus, id est æquilaterus, qui semper est oxigonius, id est acutangulus, cuius angulos tres litteræ notent A, B, C; et basim quidem A et B, sinistram uero ypotenusam A et C, dexteram autem C et B determinent.

Ducatur choraustus directim per punctum superioris anguli, basi æqualiter opposita; dehinc descendent perpendiculares a summitatibus chorausti ad extremitates basis, et fient altrinsecus ex coniunctione (basis) et perpendicularium duo recti anguli interioribus tribus coæquales.

Interior uero angulus dicitur qui suam perpendicularem intra tres lineas habet in triangulo.

Aliter. Pone triangulum ysopleurum, id est æquilaterum, qui semper oxigonius, id est acutiangulus est, inter quadratum qui rectos angulos habet directim sibi concurrentibus lineis; ita . Vides ergo quo modo duo acuti anguli, qui sunt in triangulo, diuidant illos duos rectos, ut, si intellectu tertium trianguli angulum diuidas, singulis infra positis medietatem apponens, totum rectorum spatium occupaueris.

APPENDICE

SUR LE RECUEIL « GEOMETRICALES DIVERSITATES »

DANS LE MANUSCRIT BIBL. NAT. LAT. 7377 C.

(Fol. 8-16.)

Dans le tome XIX_2 des *Notices et extraits* (p. 416-425), M. Vincent a déjà publié une grande partie des chapitres de cette collection, mais en adoptant un ordre spécial et sans signaler les coïncidences avec la *Geometria Gerberti*. Je désignerai ci-après par la lettre O les numéros des chapitres de cette *Geometria* dans l'édition d'Olleris, par C ceux qui indiquent l'ordre de ces chapitres dans le ms. *Monacensis lat.* 14836, tels que Maximilian Curtze les a reproduits (p. 84-96 des *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*, Heft VII), enfin par V les numéros de la publication de Vincent.

Voici exactement la composition dans le ms. lat. 7377 C :

1. Geometricales tractanti diuersitates...	1 V,	14 O,	2 C.
2. Ad altum. — (A)d rem inaccessibilem.	2 V,	32 O,	3 C.
3. Ad altitudinem inaccessibilem.....		17 O,	4 C.
4. Si per speculum aut per concham...	7 V,	37 O,	22 C.
5. Si altitudo fuerit in æqualitate.....		16 O,	6 C.
6. Stabiliatur harundo æquipartita.....	9 V,	26 O,	12 C.

7. Cuius libet quantitatis de ligno aut æramine constitue quadratum in modum ABCD, cuius quantitas quanto est maior, tanto est melior; et pone [B] ligna æqualia cuiuslibet magnitudinis in

angutis B, C, D, sic infixa in ipsum quadratum ut æqualiter stent erecta; et inter A et B fiat cauatus regulariter, in qua cauedine ponatur fustis similis prioribus, ita ut possit moueri quolibet modo, qui sit E. Quo facto, contemplare recto intuitu per CB usque ad terminum altitudinis (*scrib.* latitudinis) cuiuscunque loci cuius mensuram scire desideras, qui terminus sit F. Postea sic æqualiter stet ipse quadratus in terra sine aliqua deuiatione. Dehinc diuide AB in quotlibet diuisiones, aut in XXX, aut in XL, aut plus, et eadem diuisione AD partiatur. Postea moue et huc illuc quousque recta acie iterum uideas F. per DE non mutato priori loco BC. Tunc considera ubi steterit E inter AB, et uide quanta pars sit AE ad AD; tanta erit DC ad CBF, et quotiens EA ad AD, totiens est DC in CBF[1].

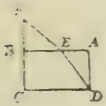


Fig. 7.

8. *Sententia Adelboldi episcopi ad Gerbertum de crassitudine speræ.* — Macrobius super Somnium Scipionis.... etiam in puteorum idem inuenitur profunditatibus.

9. [Lettre de Gerbert à Adelbold.] Nunc usque dilecto semperque dilecto..... Mei semper memor esto.

10. Accipe astrolabii *quartam* partem, et in *sexta* hora, sole perfecte introeunte et exeunte directim per utrumque eius foramen, respice super quam XC partium perpendiculum pendeat, atque eidem pendenti in eodem loco ducto medicurriculo illum $\frac{1}{4}$ qui agitur hoc suppone; hac eadem die supposito perpendiculo in quo loco et in qua XC partium medicurriculi medietas accidat caute uideatur, et tunc ab ea parte usque ad ultimam numerus XC notatus teneatur, atque tanta latitudo terræ illius esse dicatur quantus numerus ab ea parte notata usque XC computatus habetur.

11. *Aliud.* — Sumpta astrolabii parte *quarta*, cum lucidus sol conscendit medium axem, in cuiuslibet diei meridie, cum eius radius exierit per utraque foramina, uideatur in quo graduum perpendiculum steterit de XC; cui gradui præsens dies in quo hoc agitur des-

1. Comparez Moritz Cantor, *Die Römischen Agrimensoren*, Leipzig, Teubner, 1875, n. 283, § 6, p. 223. — Cette note donne le long fragment qui suit immédiatement et sans distinction la *Geometria Gerberti* dans le manuscrit de Salzbourg, d'après lequel cette *Geometria* a été éditée par Pez.

criptus in curriculo adiungatur et alter gradus contra quem steterit linea diuidens Martium et Septembrem inspiciatur et ab eo cæteri gradus retro numerentur et quot fuerint tota latitudo climatis dicatur.

12. *Item.* — Sumpto astrolabio a meridie quo sol primum gradum Arietis introiuerit, donec eius radius per utraque exierit foramina mediclinii, graduum numerus in umbone quadrati intueatur, et diligenter intuitus de XC auferatur, et quota superfuerit tota latitudo esse dicatur.

Verbi gratia, si superfuerint in circuitu astrolapsus LX, quibus sublatis de XC, XXX esse dicitur latitudo.

13. *Aliud.* — Cum quadra astrolapsus si uis altitudinem inuenire, dimitte perpendiculum per gradum XLV, et post hoc tamdiu a te retro et ante eatur, donec eiusdem rei cacumen per utraque eius quadræ foramina cernatur, et post hoc spacium inter[mit]te et radicem rei metiendæ, addita statura tua, mensuretur, et quot pedum ipsum spacium fuerit, tot pedum et altitudo rei metiendæ erit.

14. Si quid eminens inaccessum fuerit. . . = 18 O, 18 C.

15. *Ad altitudinem cum aqua vel speculo metiendam.* — Posito in speculo centro. . . = 8 V, 24 O, 5 C.

16. *Ad altitudinem metiendam cum ortogonio.* — Componatur a geometre (*sic*) ortogonium naturalibus proportionibus. . . = 6 V, 31 O, 8 C.

17. Est et aliud ortogonium basi cathetoque compositum. . . . = 4 V, 30 O, 7 C.

18. Est etiam alia altitudinis metiendæ regula qua cum umbra ipsius altitudinis ipsa altitudo mensuratur; quam tametsi ita notam putamus, ut expositione carere æstimemus, tamen aliquid inde dicendum est.

In altitudinis umbræ summitate alicuius mensuræ uirga ponatur, et uirgæ umbra sibi comparetur et quali comparatione uirgæ umbra confertur ad uirgam, tali altitudinis umbra ad altitudinem. Quod ut planius sit, eius figura demonstrat. = 5 V.

19. Componitur et hemisperium similiter, et cum VI fistulis ad cognoscendos *quinque* paralellos cum polo componitur; et tertium cum XV fistulis similiter semipedalibus ad quædam alia inuenienda.

20. *Ad planiciem cum harundine inueniendam.* — Stans mensor in metiendæ planiciei extremitate. . . = 10 V, 29 O, 15 C.

21. *Ad altitudinem cum harundine metiendam.* — Componitur instrumentum ad altum sine difficultate inueniendum. . . = 3 V, 25 ^{b} O, 10 C.

22. *Ad planiciem cum quadrato metiendam.* — Si fuerit nobis propositum quolibet modo metiri planum. . . = 33 O, 13 C.

23. Primo a geometra perpendatur. . . = 13 V, 20 O, 16 C.

24. Vt in superiori figura putei dictum est. . . = 21 O, 17 C.

25. Si queris scire latitudinem fluuii. . . = 11 V, 38 O, 23 C.

26. Si queris aliter scire, pone hastam. . . = 12 V, 39 O, 24 C.

POST-SCRIPTUM

Le Mémoire qui précède était depuis longtemps à l'impression, lorsque a paru l'important volume publié par M. Bubnov : *Gerberti Opera mathematica* (Berlin, Friedländer, 1899). Je n'ai pas cru devoir modifier ma rédaction, qui date déjà de deux ans, pour supprimer certaines indications de détail que je donnais comme nouvelles, mais que l'on rencontrera, avec bien d'autres de plus haut prix, dans le livre du savant professeur de Kiev.

Quant aux conclusions auxquelles je suis arrivé, je n'ai trouvé dans ce livre aucune raison pour les modifier. En ce qui concerne notamment la *Géométrie* attribuée à Gerbert, celles de M. Bubnov sont cependant très différentes des miennes, puisqu'il reconnaît la première partie comme authentique, et qu'il admet que les deux autres ont appartenu, comme deux livres distincts[1] d'un même ouvrage, à un ensemble déjà constitué avant Gerbert. Je me dispenserai de critiquer ici cette opinion, parce que je suis convaincu que M. Bubnov sera le premier à la transformer de fond en comble dès qu'il aura connaissance de la *Correspondance* publiée ci-dessus. Je

1. Distingués dans un seul manuscrit du treizième siècle (*Berlin* 307), où le second est numéroté IV, indication que M. Bubnov admet comme valable. L'état de mutilation de ce manuscrit ne permet guère de reconnaître avec sûreté l'origine de ce numérotage; mais très probablement il s'agit d'une de ces distributions arbitraires en livres auxquelles les fantaisies des copistes du Moyen âge nous ont habitués; dans le cas particulier, elle semble avoir porté sur un ensemble rattaché aux traités sur l'astrolabe qui sont sous le nom d'Hérimann le Contrefait.

me contenterai de remarquer ce qui ressort des recherches mêmes du savant russe pour la seconde partie de la *Géométrie* en question : c'est que, comme nombre et comme ancienneté, les manuscrits qui donnent cette partie séparée de la troisième, avec un ordre de chapitres différent de celui de la vulgate et un texte spécial (classe E de M. Bubnov), balancent au moins les manuscrits de l'autre classe (D). Si, d'autre part, les divergences entre le texte de ces deux classes témoignent que l'un d'eux au moins a été remanié, la nature des variantes est loin de mettre nettement en relief l'antériorité de l'un des deux textes par rapport à l'autre.

Ainsi que je l'ai indiqué, la question doit donc rester réservée; et elle ne peut être tranchée sans une discussion minutieuse, pour laquelle il sera même nécessaire, comme il me serait facile de le montrer, de compléter l'apparat critique établi par M. Bubnov[1].

Ce qu'on peut au plus reconnaître comme ressortant assez sûrement des recherches du savant russe, c'est que le chapitre 14 d'Olleris (*Geometricales tractanti diversitates*), prologue de la seconde partie de la *Geometria Gerberti*, a dû être ajouté après coup à la compilation primitive, ainsi que l'a été aussi, sans aucun doute, le chapitre final 40. Mais si ce prologue se trouve, en effet, dans deux manuscrits, rejeté entre les chapitres 39 et 40, on n'est nullement autorisé pour cela à le détacher de la seconde partie, ainsi que le fait M. Bubnov, et à le supposer composé pour la troisième partie.

En revanche, je dois reconnaître que, pour Boèce, je n'aurais guère eu qu'à m'en référer à M. Bubnov, et que, d'autre part, il a accompli sur les manuscrits le travail critique dont je signalais la nécessité (plus haut, p. 250). Il appelle *Boethii Geometria subdititia n° 1* le texte existant dès le neuvième siècle, que j'ai désigné par l'expression *Quinque libri;* il dénomme *Boethii Geometria subdititia n° 2* le texte du onzième siècle, édité par Friedlein sous le titre *Ars Geometriæ*, et il donne sur la composition de ces deux textes des rensei-

1. Ainsi, dans les leçons de notre ms. latin 7377 C, il ne relève pas celle du début du chapitre 26 Olleris, *harundo æquipartita*, qui semble bien l'origine de la lecture courante *æquiparata*, laquelle a entraîné par remaniement le *visui æquiparata* de la vulgate.

gnements détaillés (*Gerberti Opera math.*, pp. 180-196). On peut cependant regretter qu'il ait laissé à publier la partie de l'*Altercatio duorum geometricorum* qui reste toujours inédite dans le dernier des *Quinque libri*[1].

1. Je signalerai encore pour mémoire qu'il faudrait couper en deux la rubrique en tête du livre I : *Regula artis geometriæ, quæ est fons sensuum et origo dictionum*. La phrase : *Quæ est. . . dictionum?* forme un sous-titre spécialement applicable au texte qui suit immédiatement.

(Tiré des *Notices et Extraits des Manuscrits de la Bibliothèque nationale et autres Bibliothèques*, 1901, t. XXXVI, 2e partie, pp. 487-543. Tirage à part, Paris, Imprimerie Nationale, Librairie C. Klincksieck, 1900).

SUR LE "LIBER AUGMENTI ET DIMINUTIONIS"

COMPILÉ PAR ABRAHAM

Je n'ai pas la prétention de répondre immédiatement à la question 80 posée dans la *Biblioth. Mathem.* 1_3, 1900, p. 272, mais il peut être utile aux autres chercheurs d'être renseignés dès à présent sur les trois manuscrits de la Bibl. Nat. de Paris, où se trouve l'opuscule publié par Libri.

Ces trois manuscrits sont du quatorzième siècle; le plus ancien (jadis Suppl. lat. 49), le Lat. 9355, semble bien voisin de l'an 1300. Ce manuscrit, in-fol., qui a appartenu à Ismaël Boulliau, mais où je n'ai trouvé aucun indice sur les possesseurs antérieurs, est remarquablement soigné, écrit avec très peu d'abréviations, et bien lisible. C'est évidemment celui qui a servi à Libri. Les nombres y sont inscrits en toutes lettres, tandis qu'ils sont chiffrés dans les deux autres mss., de même que les abréviations y sont systématiquement multipliées autant que possible.

Le Ms. lat. 7377A est d'une lecture très difficile; les titres (rubriqués dans le 9355) y sont à l'encre noire; ils manquent dans le Lat. 7266, recueil factice qui, pour la partie contenant l'opuscule en question, doit être, comme date, intermédiaire entre les deux autres. L'écriture, quoiqu'un peu plus lisible que

celle du 7377A, laisse beaucoup encore à désirer et la copie semble moins fidèle. Néanmoins les trois mss. paraissent bien représenter un même original, qui d'ailleurs peut très bien être le 9355. On remarque dans ce dernier des annotations marginales critiques sur le texte ; *ces annotations sont de première main* et ont passé dans le 7377A, mais manquent dans le 7266.

La lecture de Libri, pour le nom d'auteur cité dans l'opuscule, est correcte ; les trois manuscrits portent, sans incertitude :

« Et ipsa est regula Iob filii Salomonis (salamonis 9355) diuisoris. »

Les deux mss. 9355 et 7377A ajoutent la note marginale :

« Dicitur diuisor qui res a defuncto relictas partitur : hoc apud Arabes[1]. »

Il importe enfin de remarquer que notre opuscule forme le dernier morceau d'une suite algébrico-géométrique insérée, dans le ms. 9355 (lequel est un *corpus* mathématique très intéressant), entre d'autres suites d'un caractère différent (en avant, l'optique d'Euclide ; en arrière, un traité astronomique d'Alkindi). Voici le détail de cette suite :

1. (F° 92 v°-110 v°). Sous la rubrique *Abbacus*, une traduction du Xe livre des *Éléments* d'Euclide, commençant : « Cum quan-« titates ad inuicem comparantur, alie earum sunt communi-« cantes, alie incommunicantes... » et finissant : « ... et illud « est quod demonstrare voluimus. *Expletus est liber.* »

2. (F° 110 v°-116 v°). « *Liber Maumeti filii Moysi Alchoarismi de* « *algebra et almuchabala incipit.* Hic post laudem Dei et ipsius

1. Cette note semble bien permettre de conclure qu'il s'agit d'un auteur arabe. Si le prénom « Iob » est évidemment suspect, on peut croire que l'original portait, en abrégé, le mot « Iacob ». Ce mot, mal écrit, a pu conduire aussi à la leçon « Isac », plutôt que celle-ci n'aurait donné « Iob » par corruption.

« exaltationem inquit..... et proueniunt viginti quinque dragme,
« cuius radix est quinque. »

3. (F° 116 v°-125 v°). « *Liber in quo terrarum corporumque con-*
« *tinentur mensurationes* ABHABUCHRI *qui dicebatur* HEUS, *transla-*
« *tus a magistro* GIRARDO CREMONENSI *in Toleto de arabico in lati-*
« *num. Abreuiatus incipit cuius hec sunt verba.* Cum aliquis tibi
« dixerit : est quadratum equilaterum.....
« ..... et hec est eius forma. *Expletus est totus liber mensura-*
« *tionis.* »

4. (F° 125 v°-126 r°). « *Incipit liber Saydi Abuothmi.* Scias
« quod scientia figurarum superficialium.....
« ..... hec ergo sunt ea que in omni contingunt triangulo
« quadrato. »

5. (F° 126 r°-126 v°). « *Incipit liber Aderamen.* Scias quod aree
« cuiusque quadrati orthogonii.....
« ..... erit area illius corporis. »

6. (F° 126 r° suiv.). « *Liber augmenti et diminutionis etc.* »

La même suite se retrouve intégralement dans le ms. 7377 A, lequel débute précisément par le n° 1. Le *liber augmenti et diminutionis* se trouve au f° 58 v° ; il est suivi de morceaux géométriques anonymes.

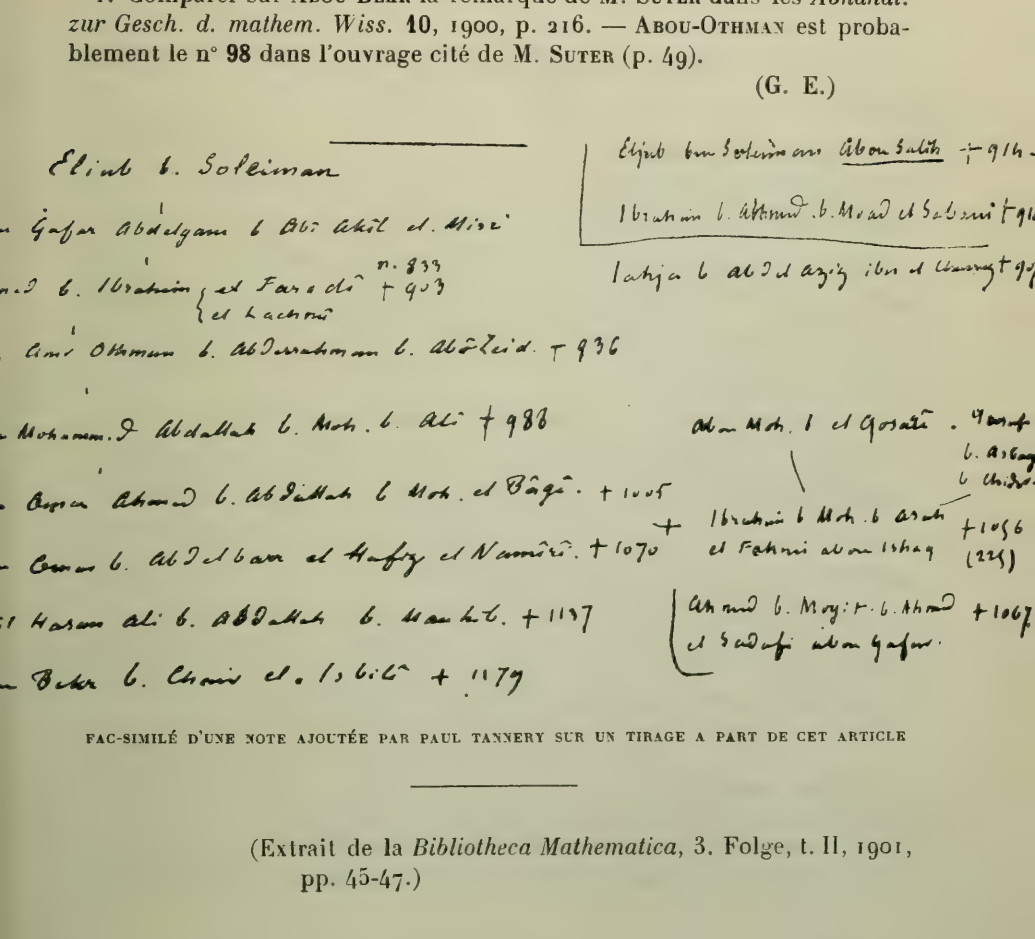
Dans le ms. 7266, au f° 113, commence une série de cahiers d'une main différente des autres du même manuscrit. On y trouve la même suite, à partir du début du n° 3 (sans le titre) et jusqu'à la fin du n° 6, qui y commence d'ailleurs au f° 125 r° ; aucun morceau étranger n'est ajouté ni intercalé dans cette suite.

En résumé, l'opuscule algébrique qui porte le nom d'ABRAHAM, doit être antérieur au quatorzième siècle. Il se rencontre dans une suite exclusivement formée (en dehors de lui) par des traductions faites sur l'arabe et dont l'une au moins serait du

douzième siècle. La solution de la question posée me paraît donc demander la recherche des autres exemplaires de ces traductions, leur étude et la détermination de leur âge. Cette recherche se complique de la circonstance que trois des auteurs traduits (ABOU-BEKR?, SÉID ABOU-OTHMAN?, ABD-EL-RAHMAN?) sont aussi peu connus[1] que notre ABRAHAM ou IBRAHIM et son IOB (IAKOUB?) BEN SOLIMAN.

1. Comparer sur ABOU-BEKR la remarque de M. SUTER dans les *Abhandl. zur Gesch. d. mathem. Wiss.* **10**, 1900, p. 216. — ABOU-OTHMAN est probablement le n° **98** dans l'ouvrage cité de M. SUTER (p. 49).

(G. E.)



FAC-SIMILÉ D'UNE NOTE AJOUTÉE PAR PAUL TANNERY SUR UN TIRAGE A PART DE CET ARTICLE

(Extrait de la *Bibliotheca Mathematica*, 3. Folge, t. II, 1901, pp. 45-47.)

SUR LA "PRACTICA GEOMETRIÆ HUGONIS" [*]

Parmi les « Kleine Bemerkungen » insérées dans la *Biblioth. Mathem.*, 1_2, 1900, sur la seconde édition des *Vorlesungen* de M. Cantor, il s'en trouve, p. 269, une (sur 2 : 53) qui présente Hugo physicus comme l'auteur de la *Practica geometriæ* éditée par Curtze dans les *Monatshefte für Mathem.* 8, 1897, p. 193-224.

Ayant la première responsabilité de cette attribution, je dois déclarer qu'elle est purement conjecturale et que la probabilité n'en est pas assez grande pour qu'il y ait lieu de l'adopter sans la réserve d'un *peut-être*.

Le fait matériel est le suivant : comme je recherchais les ouvrages d'un Hugo Sanctelliensis ou Sanccelliensis (qui a surtout traduit de l'arabe des écrits sur les pratiques divinatoires et qui a dû écrire entre 1120 et 1150), et comme, d'après une indication de Steinschneider, j'examinais un ms. de Cambridge (Caio-Gonvilensis 413) qui contient une *Practica geometriæ Hugonis*, j'ai constaté que, sous cette rubrique, se trouvait le texte publié par Curtze. Comme un arabisant, tel que Hugo

[* Cf. Ici les n°s 8ter, 9, 13, 14, 15, 16 et *Additions : Revue de Synthèse historique*, 1901, t. II, pp. 283-299, plus loin notre tome VI.

Voir aussi la *Correspondance scientifique* avec Curtze, Moritz Cantor. Paul Tannery se proposait de donner un texte définitif de cet ouvrage.]

SANCCELLIENSIS, l'aurait certainement écrit tout autrement d'un bout à l'autre, j'ai exclu ce traducteur, et j'ai proposé HUGO PHYSICUS, dont je trouvais le nom dans les *Vorlesungen*.

A cette attribution on peut faire une objection assez grave; le manuscrit anonyme dont CURTZE s'est servi, aurait, d'après lui, été copié par un SIGIBORO, ayant travaillé à un autre ms. entre 1163 et 1168. Or HUGO PHYSICUS n'est mort qu'en 1199. A la vérité nous ignorons à quel âge il est mort, et nous ne savons pas davantage pendant combien de temps SIGIBORO a pu faire des copies. Le rapprochement de dates que je fais n'entraîne donc pas une impossibilité, mais, sans aucun doute, il diminue la probabilité.

Une autre difficulté est la suivante : la *Practica geometriæ* se trouve en plusieurs exemplaires à Paris, toujours anonyme, mais le plus souvent accompagnée d'opuscules attribués au célèbre théologien HUGUES DE SAINT-VICTOR (mort en 1140); en particulier on rencontre la *Practica* dans un manuscrit provenant de la bibliothèque de l'abbaye de Saint-Victor (aujourd'hui à la Mazarine, n° 717) et qui est un recueil exclusif d'écrits de l'illustre maître. Pour ces motifs, HAURÉAU (*Hugues de Saint-Victor*, Paris, Hachette, 1886) n'a pas hésité à lui attribuer la *Practica*, en la classant parmi les écrits inédits, ainsi que cela avait déjà été fait au reste dans l'*Histoire littéraire de la France*.

D'autre part, le catalogue de l'Amplonienne de 1412 mentionne un ms. aujourd'hui perdu, qui contenait une *Practica venerabilis Hughonis in geometria*. Ce titre doit valoir pour une attribution formelle à HUGUES DE SAINT-VICTOR, dans un manuscrit au moins du quatorzième siècle.

A cette attribution on ne peut opposer une fin de non-recevoir *a priori*. Dans une de ses lettres, HUGUES DE SAINT-VICTOR dit que, dans sa jeunesse, il prenait grand plaisir à la géométrie.

Si de très bonne heure il s'est exclusivement consacré à la théologie, la *Practica* pourrait être un essai antérieur.

Ainsi on se trouve en présence de trois possibilités :

1° La *Practica* serait de Hugues de Saint-Victor.

2° Elle serait d'un autre Hugo (par exemple le *physicus*) et aurait été, par suite d'une confusion de nom, attribuée à Hugues de Saint-Victor.

3° Elle serait d'un inconnu, et la rubrique du manuscrit de Cambridge, comme celle du manuscrit d'Erfurt, ne proviendrait que de l'attribution à Hugues de Saint-Victor, résultant de l'insertion dans le recueil de ses œuvres, insertion faite à la suite de circonstances qui nous échappent.

Le fait capital est l'existence du manuscrit de la Mazarine; il est certain qu'à la date où il fut copié, les Victorins attribuaient la *Practica* à leur maître; ce point serait à peu près décisif, si, comme le dit Hauréau, ce manuscrit était du douzième siècle; mais en réalité, on doit le considérer comme au plus tôt de la première moitié du treizième; le ms. de Cambridge est de la même époque.

Les autres mss. de Paris, dans lesquels la *Practica* se trouve accolée à des écrits de Hugues de Saint-Victor, ne peuvent guère être considérés que comme dérivant de celui de la Mazarine; aucun, par son ancienneté, ne mérite d'entrer en ligne de compte.

Mais deux faits matériels ébranlent l'autorité de la tradition victorine :

La *Practica*, quoique copiée de la même main que le reste du manuscrit de la Mazarine, s'y trouve sur un cahier spécial, intercalé après coup et troublant le numérotage primitif des quaternions. Donc la tradition qui a fait, au treizième siècle, admettre

cet opuscule parmi les œuvres de Hugues de Saint-Victor, n'a dû prendre naissance qu'à cette époque.

En second lieu, la *Practica*, qui, dans le manuscrit de la Mazarine, se prolonge par des développements sur la cosmimétrie (supprimés dans les mss. de Munich et de Cambridge), se termine par un renvoi à un second livre sur l'astronomie, présenté comme déjà rédigé.

La perte de ce second livre est incompréhensible, si les Victorins avaient réellement conservé le premier comme venant du maître, auquel d'ailleurs aucun écrit sur l'astronomie n'a jamais été attribué.

D'après ces deux circonstances, le plus probable me paraît être que l'admission de la *Practica* dans le recueil a eu lieu au treizième siècle, alors qu'elle portait déjà le nom de Hugo, et que cette admission a été faite d'après ce nom et sur une tradition orale sans contrôle.

Restent à peser les preuves intrinsèques; le mode d'exposition de la *Practica*, l'érudition générale dont l'auteur fait preuve, l'annonce d'un livre sur l'astronomie, donnent certainement l'impression que l'on a affaire à un maître ès arts professant le quadrivium, comme le fut Hugo physicus, comme ne le fut jamais le Victorin. Mais il serait peut-être difficile de mettre en avant quelque passage décisif.

Des comparaisons de style, il ne me paraît pas pratique d'essayer de tirer parti, pour quiconque ne s'est pas rendu à l'avance familier avec Hugues de Saint-Victor; on peut simplement constater que la *Practica* est, pour l'époque, d'une bonne latinité; mais elle ne l'emporte pas à cet égard sur les écrits du Victorin, pas plus qu'elle ne leur cède.

Deux points cependant attirent l'attention; l'auteur de la *Practica* distingue une *geometria theorica* et une *geometria practica*. Or,

dans les aperçus relatifs aux arts libéraux que renferment les écrits de Hugues de Saint-Victor intéressant la culture générale, aucune division de ce genre n'apparaît. Bien plus, la géométrie, quoique plutôt certainement conçue dans son rôle pratique, est comptée toute entière comme connaissance théorique; or dans la langue du Victorin, *practica* a un sens tout spécial; ce terme ne s'applique qu'à l'action considérée au point de vue moral; autrement dit, il est synonyme d'*éthique*.

En revanche, dans le *Didascalicon*, apparaît, dans des termes très voisins de ceux de la *Practica*, la singulière division en *altimetria*, *planimetria* et *cosmimetria*. Cette division serait donc antérieure à l'auteur de la *Practica*, qui d'ailleurs ne la revendique nullement comme sienne, et si son origine doit probablement être cherchée dans la composition de la *Geometria Gerberti*, il n'en serait pas moins intéressant d'en retrouver l'inventeur.

Malheureusement, là encore, une affirmation catégorique semble imprudente. Car si le *Didascalicon* est, sans conteste, authentique, c'est un ouvrage qui, par sa forme, se prêtait singulièrement aux interpolations, et il n'en a certainement pas été exempt. Du moins, en ce qui me concerne, je ne puis attribuer à un homme de la valeur du Victorin une sottise aussi ridicule que l'insertion, parmi les définitions de la Géométrie, d'une phrase comme « Geometria est fons sensuum et origo dictionum »[1]. D'autre part, le *Didascalicon* revient deux fois successivement sur chacune des quatre branches du quadrivium; il y a eu certainement là un remaniement. Si l'on considère comme une interpolation postérieure les développements ajoutés en second lieu, il se peut que la division de la géométrie ait été

1. *Eruditionis didascalicæ lib.* **11**, *c.* **16**. — Sur l'origine de cette ridicule définition, voir *Biblioth. Mathem.*, 1_3, 1900, p. 46 [plus haut, p. 222].

empruntée à la *Practica*, qu'il faut en tous cas, semble-t-il, supposer écrite aux environs de 1150.

En résumé, il faut constater comme fait, à partir du treizième siècle, l'attribution à Hugues de Saint-Victor de la *Practica Geometriæ*.

Néanmoins, les motifs pour rejeter cette attribution, sans être décisifs, me paraissent prépondérants.

Entre la double alternative qui subsiste (l'auteur s'appelait Hugues ou le nom de Hugues ne vient que de la fausse attribution), le choix ne me semble pas davantage impérieusement commandé; cependant la première hypothèse est plus simple et entraîne moins de difficultés.

Si l'on suppose en outre que Hugo physicus est mort à quatre-vingts ans ou plus, l'attribution qu'on lui ferait de la *Practica* reste encore la solution la plus plausible; mais elle est loin d'être élevée à la hauteur d'une certitude.

(Extrait de la *Bibliotheca Mathematica*, 3. Folge, t. II, 1901, pp. 41-44.)

PRÉFACE

[*à l'Histoire de l'abbaye royale et de l'ordre des chanoines réguliers de Saint-Victor de Paris. Par M. Fourier-Bonnard*].

Monsieur,

Parce que le hasard d'une conversation vous a appris que moi, historien des sciences, je m'étais intéressé à Hugues de Saint-Victor, que j'avais feuilleté ses œuvres et lu avec quelque attention l'opuscule que lui a consacré Hauréau, vous avez jugé que je ne dédaignerais pas de lire votre consciencieuse *Histoire de l'abbaye royale et de l'ordre des chanoines réguliers de Saint-Victor*, et en cela vous avez eu raison; car, d'un côté, j'avais pu apprécier le soin que vous apportez à vos travaux et la sûreté des méthodes que vous suivez; de l'autre :

Humanum nihil a me alienum puto.

Mais vous avez cru pouvoir aussi me demander une préface, et en cela, permettez-moi de vous le dire, vous avez eu tort, et d'autant plus tort que, demeurant votre obligé pour les copies de manuscrits que vous avez bien voulu faire selon mon désir, je ne pouvais vous refuser. Mais quelle préface pouvez-vous attendre de moi?

Σπάρτην ἔλαχον, ταύτην κοσμῶ.

C'était aux portes de Mycènes qu'il vous fallait aller frapper, là où vous auriez pu trouver quelqu'un qui fût capable de mettre en lumière, avec un savoir-faire et une autorité que je n'ai pas, l'intérêt des renseignements si abondants et des données si précieuses, qu'on peut trouver dans votre ouvrage, sur les sujets les plus variés de l'histoire du Moyen âge de la fin du onzième siècle à celle du quatorzième.

Parmi ces données, celles qui devaient m'attirer le plus, étaient celles qui concernent l'enseignement soit universitaire, soit parallèle à celui de l'Université. Mais vous saviez d'avance que, pour ce qui a trait à l'objet spécial de mes études, je devais être déçu. Malheureusement, à quelque ouvrage que l'on s'adresse, la même lacune se fait sentir, et les documents que vous avez compulsés sont aussi pauvres que le Cartulaire de l'Université de Paris en ce qui concerne l'enseignement des sciences au Moyen âge. Cependant, si maigre qu'il fût, *cet enseignement existait; il était pratique et élémentaire, correspondant au degré primaire d'aujourd'hui;* si donc il méritait à peine l'épithète de scientifique, il n'en était pas moins sérieux dans son but et dans ses effets; voilà ce que nous pouvons affirmer depuis peu de temps. Mais pour en savoir davantage, dans la pénurie de renseignements où nous nous trouvons, il faut nous ingénier pour entreprendre des recherches dans des directions qui n'aient point encore été essayées, et qui puissent cependant offrir quelque chance de succès.

En réalité, les études des Victorins, comme vous l'avez constaté, ont été à peu près exclusivement orientées vers la théologie, sauf peut-être un moment au douzième siècle. Toutefois, ils ont dû se servir d'ouvrages plus ou moins élémentaires concernant les matières du *quadrivium* et de la *philosophia naturalis*. Ne donnerez-vous pas dans une publication postérieure le catalogue qui

subsiste de cette célèbre « librairie » de Saint-Victor où Pantagruel a lu tant de titres étranges? nous pourrions ainsi reconstituer ce côté de la vie intellectuelle des Victorins, et peut-être arriver de la sorte à des conclusions importantes. C'est en tout cas dans un manuscit du treizième siècle de cette bibliothèque que se trouvait cette *Practica Geometriæ* que vous signalez (p. 108) et qui, à la fin, annonce comme suite une *Astronomia* que l'on n'a pas retrouvée.

Au commencement du treizième siècle, les dominicains ont eu comme général un mathématicien de premier ordre pour son temps, Jordanus Nemorarius; bientôt après, ils comptèrent dans leurs rangs Vincent de Beauvais, cet encyclopédiste à l'esprit lucide, ce qui est rare. Les franciscains, qui devaient persécuter Roger Bacon, eurent, dès le début, une tradition moins heureuse; mais en thèse générale, au Moyen âge, les ordres religieux introduisirent des éléments de progrès et de réformes au sein de l'Université, et ils rendirent à la cause du progrès, à l'époque où la civilisation occidentale se dégageait à peine d'un réel état de barbarie, des services qui expliquent amplement l'admiration témoignée par un Auguste Comte. Le malheur fut précisément qu'après avoir lutté pour pénétrer dans l'Université, ils se laissèrent absorber eux-mêmes dans cet organisme vicieux et que, par leur constitution même, ils y devinrent à leur tour des éléments trop stationnaires. Mais cet exemple ne s'est pas renouvelé seulement pour d'autres ordres dans des temps plus voisins de nous; avec une organisation plus libre, il en a été de même pour toutes les écoles philosophiques qui, depuis les origines de la science, ont tenté de constituer un enseignement régulier et se sont attachées à la parole d'un maître au lieu de ne lui attribuer que sa valeur historique. *C'est que le progrès scientifique réclame impérieusement la liberté la plus absolue*; et cependant

l'enseignement ne peut se concevoir sans une organisation quelconque, qui, dans une certaine mesure au moins, et de par son essence même, opposera une résistance à la diffusion des idées rénovatrices. C'est un problème qui, vous le savez aussi, est toujours pendant; je crois qu'il le restera longtemps encore.

Quoi qu'il en soit, c'est surtout dans les documents concernant les ordres religieux du Moyen âge qu'on peut aujourd'hui espérer de trouver encore, à condition de les dépouiller à ce point de vue, des indications utiles à l'histoire de l'enseignement scientifique pendant le Moyen âge, et des renseignements qui nous permettront peut-être de débrouiller les origines et d'évaluer l'influence plus ou moins grande, plus ou moins prolongée, de cette énorme quantité de textes manuscrits qui existent, anonymes ou mal attribués, sur les matières scientifiques et aussi pseudo-scientifiques, car celles-ci ne doivent pas être négligées, et l'histoire des erreurs de l'esprit humain peut être encore plus instructive que celle de ses progrès.

Comme exemple de l'ignorance où nous restons encore sur presque tous les détails qu'il serait important de connaître, je vous rappellerai le cas de ce *Iohannes de Sacrobosco*, qui vivait au milieu du treizième siècle, dont les écrits furent si célèbres parmi les *artiens*, et auquel, peut-être cent ans après sa mort, l'Université édifia un tombeau dans le cloître des Mathurins.

En fait, on ne sait presque rien de lui; on n'a même aucune preuve authentique qu'il ait réellement professé à Paris, puisque son nom n'apparaît dans aucun des actes universitaires où figurent des maîtres-ès-arts. Je suis souvent tenté de me le représenter comme un religieux, écrivant sa *Sphæra* dans une cellule, et enseignant tout au plus quelques novices; mémoire de lui ne pourrait subsister désormais que dans un nécrologe ignoré, sans même mention de l'année de sa mort. Mais quel Ordre aurait

pu céder à l'Université ses restes devenus glorieux? En tout cas, même déguisé sous un nom comme celui de *Johannes Anglicus*, il ne semble point avoir été Victorin; c'est du moins ce qui me paraît résulter des renseignements que vous communiquez sur le nécrologe de Saint-Victor.

Je remarque toutefois que les Victorins, à ce que je crois bien comprendre, se seraient, à l'encontre des grands Ordres mendiants dont je parlais tout à l'heure, tenus à peu près à l'écart de l'Université, et c'est précisément pour cela que l'étude de leur bibliothèque scientifique me semble devoir offrir de l'intérêt, car cette bibliothèque a dû être formée sans parti-pris. Mais ceci me ramène à cette *Practica geometriæ* dont j'ai fait mention plus haut et dont l'attribution à Hugues de Saint-Victor reste douteuse.

Les questions que soulève cette *Practica* sont encore loin d'être résolues, et je dois me contenter d'exposer leur état actuel.

L'opuscule a été publié, comme anonyme, en 1897, par Maximilian Curtze (*Monatshefte für Mathem.*, 8), d'après un manuscrit de Munich, où il se trouve écrit d'une main que l'éditeur a identifiée à celle d'un *Sigisboro*, qu'on sait avoir exécuté d'autres copies entre 1163 et 1168. Curtze a insisté sur l'importance historique de cet opuscule qui représente, d'après lui, le dernier terme de l'évolution naturelle des connaissances géométriques dans l'Occident latin, avant l'introduction de la science arabe dans l'enseignement. Cette appréciation fait autorité; je remarquerai seulement, pour éviter toute ambiguïté, que les procédés d'arpentage décrits supposent cependant l'usage courant d'un instrument, l'astrolabe, qui s'introduisit dans l'Occident vers le commencement du onzième siècle, par emprunt aux Arabes d'Espagne, et que l'auteur utilise la *Geometria Gerberti*, c'est-à-dire un recueil factice formé vers la fin du onzième siècle,

recueil dont la seconde partie, d'origine inconnue, est précisément consacrée aux procédés pratiques d'arpentage et suppose également la connaissance de l'astrolabe[1].

En juin 1899, dans le *Bulletin des sciences mathématiques* (p. 140-145) [plus haut, n° 8 *ter*], je donnais une analyse de la *Practica Geometriæ*, et j'annonçais en même temps que le hasard me l'avait fait découvrir, sous le titre *Practica Hugonis*, dans le manuscrit 413 du Collège Caïus-et-Gonville de Cambridge. Je croyais en conséquence pouvoir identifier l'auteur avec un *Hugo physicus* (Hugues le médecin) qui avait professé le *quadrivium* à Paris comme maître-ès-arts, et qui mourut en 1199. Curtze admit cette identification, quoiqu'elle présentât, pour la date, une certaine difficulté.

Mais presqu'aussitôt après, un autre hasard me révélait pour un ancien manuscrit d'Erfurt, aujourd'hui perdu, le titre : *Practica venerabilis Hughonis in geometria*. Evidemment, il ne pouvait s'agir que d'Hugues de Saint-Victor, et c'est ainsi que je fus amené à consulter l'ouvrage d'Hauréau et l'édition de Migne, puis à examiner les manuscrits parisiens de la *Practica*.

Je constatai que la tradition attribuant cet opuscule au Victorin remontait au treizième siècle; comme cependant cette tradition ne me semblait pas suffisamment assurée, tout me parut remis en question, même le nom.

La *Bibliotheca mathematica* (I_3, 1900), ayant indiqué l'attribution à *Hugo physicus*, j'exposai mes doutes dans un article de ce recueil (II_3, 1901, p. 41-44). [Plus haut, n° 12]. J'insistais en particulier sur cette circonstance que, dans les écrits authentiques de Hugues de Saint-Victor, le mot de *practica* est exclu-

1. Voir, dans les *Notices et Extraits des Manuscrits*, XXXVI (1900), p. 503-506, mon *Introduction* à *Une correspondance d'Écolâtres du onzième siècle*, p. p. M. Paul Tannery et M. l'abbé Clerval. [Plus haut, n° 10, p. 229.]

sivement réservé à l'action ayant un caractère éthique, que, d'un autre côté, si un trait caractéristique de l'opuscule (la division de la *practica geometriæ* en *altimetria*, *planimetria* et *cosmimetria*) se retrouve dans le *Didascalicon*, c'est avec une signification assez différente.

Bientôt après, un érudit allemand, Dr Ludwig Baur, m'informait que la division de la *geometria* en *theorica* et *practica*, ainsi que la subdivision sus-mentionnée de la *practica* se trouvent chez le philosophe arabe Al-Farabi, dans un ouvrage qui fut vulgarisé en Occident au cours du douzième siècle. Je ne doute pas en effet désormais que ce ne soit d'une source arabe que la subdivision en question soit passée dans le *Didascalicon* et dans la *Practica Hugonis*, mais il y a eu au moins deux intermédiaires distincts, car la *cosmimetria* dans cette dernière garde une signification tout à fait spéciale, étrangère à Al-Farabi, et seule conforme au sens obvie du mot latin.

De nouvelles recherches sont donc nécessaires; j'ajouterai que, d'autre part, si le plus ancien manuscrit de Paris, celui que vous avez bien voulu copier pour moi, présente pour la *Practica* une suite qui fait défaut dans le texte publié par Curtze, comme dans le manuscrit de Cambridge (suite qui contient notamment de curieuses, mais obscures propositions d'optique), il ne m'a pas encore été possible de déterminer si ce manuscrit représente un texte antérieur ou postérieur au prototype des manuscrits de Munich et de Cambridge. Une collation nouvelle du premier de ces manuscrits me paraît indispensable pour résoudre les difficultés que présente cette détermination.

Je m'arrêterai ici sur ce sujet qui ne vous intéressera peut-être pas autant que vous m'avez semblé le croire, mais je ne veux pas terminer ces pages sans vous signaler le volume (Band IV, Heft 2-3) des *Beiträge zur Geschichte der Philosophie des Mit-*

telalters (Münster, Aschendorff, 1903). Ce volume, publié par le Dr Ludwig Baur, contient le texte d'un ouvrage des plus intéressants du douzième siècle, le *De diversione philosophiæ* de Dominicus Gundissalinus (le célèbre archidiacre de Tolède plus généralement connu sous le nom inexact de Gundisalvus), et, de plus, une analyse de cet écrit et de ses sources, tantôt latines, tantôt arabes; enfin une étude approfondie sur la littérature d'*introduction à la philosophie* depuis l'antiquité jusqu'à la fin de la scolastique. Vous y trouverez (p. 358-365) une appréciation très juste et très sympathique de l'œuvre accomplie dans cette direction par Hugues et Richard de Saint-Victor. Il constate la profonde originalité du premier, tout en indiquant les sources exclusivement latines où il a puisé : saint Augustin, Boèce, Cassiodore, Isidore de Séville. La trace arabe que j'ai indiquée plus haut constitue une exception qui n'a évidemment aucune importance.

(Extrait de : *Histoire de l'abbaye royale et de l'ordre des chanoines réguliers de Saint-Victor de Paris*, vol. I, p. v-xi. Savaete, Paris, 1903.)

MAXIMILIAN CURTZE

HISTORIEN DES MATHÉMATIQUES

Maximilian Curtze. *Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance.* In zwei Theilen, 336-292 p., in-8°. — Leipzig, B. G. Teubner, 1902.

I. La mémoire de Maximilian Curtze, décédé subitement le 3 janvier 1903, a droit ici à un hommage d'autant plus sincère que c'est à lui que nous devons la révélation de la plupart des travaux marquants en mathématiques qui ont été accomplis en France pendant le Moyen âge. Avant de parler de sa dernière publication, je ne puis donc m'abstenir de passer rapidement en revue les titres qu'il s'était dès longtemps acquis à notre reconnaissance[1].

Né le 4 août 1837, Curtze a professé les mathématiques pendant près de quarante ans au gymnase de Thorn. Depuis 1896, il avait pris sa retraite, mais continuait avec une étonnante activité ses travaux historiques, en réunissant infatigablement de nouveaux matériaux pour cette *Histoire de la géométrie au Moyen âge* que nous attendions de lui et dont sa mort nous a privés.

1. Une notice de 17 pages, comprenant la liste de ses nombreux écrits, soit historiques, soit purement mathématiques, lui a été consacrée par Siegmund Günther, dans la *Bibliotheca mathematica*, t. IV, p. 65 à 81.

Son premier essai qui ait fait sensation avait cependant été dirigé vers l'arithmétique. L'édition de l'*Algorithmus proportionum de Nicole Oresme* (1868) apprit aux mathématiciens que, trois siècles avant Newton, un Français, en qui ses compatriotes ne voyaient guère qu'un traducteur d'Aristote et, comme tel, un de leurs plus anciens prosateurs, avait conçu l'idée géniale des *exposants fractionnaires*. Cependant Curtze, à l'âge de trente et un ans, était encore loin d'être un philologue consommé; mais les critiques que lui adressa Ch. Thurot à l'occasion de ce travail lui apprirent ce qui lui manquait; il sut en faire son profit et désormais ses publications témoignèrent d'une science de plus en plus sûre et d'efforts de plus en plus heureux pour atteindre la perfection.

Je passe sur les importants travaux qu'il consacra à Copernic, dont il donna le nom à une société scientifique qu'il parvint à fonder à Thorn; je me contente de rappeler la part prépondérante qu'il prit à la réédition que cette société publia en 1873, d'après le manuscrit original, du célèbre ouvrage *De revolutionibus orbium cœlestium*.

Parmi les anciennes versions d'ouvrages arabes qu'il a éditées, je ne mentionnerai que le *Liber trium fratrum de geometria* (1885), et cet important commentaire d'Anaritius sur Euclide, dont j'ai déjà parlé dans le *Journal des Savants* (mars 1903, p. 153); je passe sous silence la longue série d'extraits de tant de manuscrits divers qu'il a édités et commentés dans le *Zeitschrift für Mathematik und Physik* et dans la *Bibliotheca mathematica*. Je reviens au sujet sur lequel je veux particulièrement insister.

A mes yeux, la principale gloire de Curtze sera d'avoir montré quel a été le véritable caractère de l'enseignement mathématique au Moyen âge. Avant la publication de l'opuscule *Petri Philumeni de Dacia in Algorismum vulgarem Joannis de Sacrobosco commentarius* (Copenhague, 1897), on ne pouvait guère soupçonner, en

effet, ce que les maîtres ès arts enseignaient en réalité sous le nom d'arithmétique. On pensait naturellement à l'écrit théorique de Boèce sur la matière. Mais si le nom du dernier auteur latin qui eût conservé la tradition grecque resta en honneur jusqu'en plein seizième siècle, si son *Institution arithmétique* a certainement toujours figuré parmi les livres de lecture des écoles du Moyen âge, on ne voyait guère le fruit réel que les étudiants pouvaient retirer de l'étude de cette imitation du médiocre Nicomaque, on ne percevait pas davantage l'influence d'un tel ouvrage. On arrivait ainsi à conclure que les cours d'arithmétique devaient être très peu fréquentés et les résultats de l'enseignement à peu près nuls.

L'erreur consistait à supposer le niveau de cet enseignement beaucoup plus élevé qu'il ne l'était en réalité. Il correspondait effectivement au degré primaire, et il était d'ailleurs essentiellement orienté vers la pratique. Dans les deux branches du *quadrivium* pour lesquelles on possédait des ouvrages authentiques de Boèce, ils ne servaient que pour la montre, alimentant tout au plus quelques curiosités exceptionnelles. Mais ce que l'on apprenait était incontestablement utile, sans être, en quoi que ce soit, emprunté à la science antique; c'était le calcul avec les chiffres arabes, c'était le chant, d'après les méthodes alors les plus modernes.

C'était bien pour les étudiants des universités qu'étaient écrits ces maigres traités d'*algorisme* qui nous paraissent aujourd'hui si vides dans leur fond, si peu intelligibles dans leur forme. Mais ils ne servaient que comme formulaires à fixer dans la mémoire ou à consulter en cas d'oubli. Le maître commentait ce formulaire, lui donnait un sens par des applications à des exemples numériques, parvenait ainsi à former réellement les élèves à calculer la plume ou le crayon à la main, tandis que tous ceux

qui n'avaient pas reçu cette instruction ne pouvaient opérer qu'avec des jetons.

Pour l'astronomie, on connaissait depuis longtemps l'importance exceptionnelle qu'avait prise dans l'enseignement, à partir du treizième siècle, la *Sphaera* de Jean de Sacrobosco, et l'on pouvait, par suite, se rendre compte du caractère élémentaire des leçons professées. Pour la géométrie, au contraire, on était porté à croire que la traduction d'Euclide par Adelhard de Bath dès le douzième siècle, plus tard celle que donna Campanus de Novare, avaient dû servir de livres de texte, à l'exclusion de tout autre, et aux indices qui montraient que les leçons sur Euclide n'étaient ni bien régulières, ni guère fréquentées, même dans les universités les plus florissantes, on croyait reconnaître que l'enseignement de la géométrie était singulièrement négligé.

Or cela était vrai pour la géométrie théorique, mais non pour la géométrie pratique, l'arpentage et le jaugeage. C'est ce que Curtze a montré, en signalant trois ouvrages qui ont été successivement rédigés en France au douzième, au treizième et au quatorzième siècle, pour les étudiants des universités, et qui ont joué un rôle historique plus ou moins justifié par leur valeur propre.

II. Je rappelle[1] qu'au début du onzième siècle, malgré les efforts de Gerbert, l'enseignement de la géométrie, même pour les notions les plus élémentaires, n'était nullement constitué; mais dans la seconde moitié du même siècle parurent successivement deux compilations : l'une, la *Geometria Gerberti*, l'autre, l'*Ars geometriæ* du Ps.-Boèce, qui renfermaient les débris des

1. Voir dans les *Notices et extraits des manuscrits*, t. XXXVI, 1900 : *Une correspondance d'écolâtres du* XI*e siècle*, publiée par M. Paul Tannery et M. l'abbé Clerval. [Plus haut, n° 10].

connaissances possédées par les Romains (à savoir les règles de calcul transmises par les agrimenseurs[1] et les énoncés des quatre premiers livres d'Euclide). et de plus un groupe de procédés d'arpentage sur le terrain, dont quelques-uns au moins supposent l'emploi de l'astrolabe, et par suite doivent avoir été empruntés aux Arabes d'Espagne.

En 1897, dans les *Monatshefte für Mathematik*, Curtze publia, d'après un manuscrit de Munich du douzième siècle, une *Practica geometriæ* anonyme, dont l'auteur a essayé de coordonner les procédés d'arpentage en question, et d'en rendre raison d'après le principe de la similitude des triangles. Si ses démonstrations ne sont pas conçues suivant la forme classique, elles n'en sont pas moins sérieuses, et il fait preuve, dans tout l'ensemble de cet opuscule, d'une originalité incontestable et d'un esprit vraiment scientifique. Curtze a donc eu raison de mettre en relief cette *Practica* comme représentant le développement naturel des idées géométriques dans l'Occident latin à peine ressorti de la barbarie, et avant l'introduction effective de la science gréco-arabe.

Cependant l'auteur de la *Practica* semble avoir subi au moins une influence arabe différente de celle qui provenait pour lui de la connaissance de l'astrolabe. On voit apparaître, en effet, dans son écrit la distinction de la géométrie théorique et de la géométrie pratique, et de plus une curieuse tripartition de cette dernière en *altimetria*, *planimetria* et *cosmimetria*, qui se retrouve d'ailleurs à la même époque, mais avec un sens un peu différent, dans le *Didascalicon* de Hugues de Saint-Victor et dans Gundissa-

1. Cf. dans les *Notices et extraits des manuscrits*, t. XXXV, 1896 : *Un nouveau texte des traités d'arpentage et de géométrie d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus*, par M. Victor Mortet, avec une *Introduction* par M. Paul Tannery. Ce travail complétait une publication de Curtze. [Cf. plus haut, n° 4].

linus *de divisione philosophiæ*. Or ce dernier l'a empruntée à Al-Farabi[1].

Cependant, tandis que, pour l'archidiacre de Tolède, cette tripartition distingue simplement la mesure des lignes (droites), des surfaces (planes) et des volumes[2], l'auteur de la *Practica* l'entend tout autrement; pour lui l'*altimetria* est la mesure des hauteurs ou profondeurs verticales, la *planimetria* celle des dimensions horizontales, la *cosmimetria* a pour objet la mesure des dimensions du monde, et il s'en prend là-dessus à Ératosthène et à Macrobe.

Quel est cet auteur? En décembre 1898, en recherchant à Cambridge, d'après une indication de Steinschneider, une *Practica geometriæ Hugonis*, qu'il supposait d'un *Hugo Sancceltiensis*(?), traducteur, entre 1120 et 1150, d'écrits arabes divinatoires, je reconnus le texte publié par Curtze. Bientôt après je constatai qu'il n'est autre que celui d'une *Practica* qui existe dans plusieurs manuscrits de Paris, en liaison avec des œuvres de Hugues de Saint-Victor, et que Hauréau lui a attribuée.

J'ai exposé ailleurs[3] les raisons que j'ai actuellement de douter de cette attribution et même de la valeur de la rubrique du manuscrit de Cambridge (Caio-Gonvilensis 413). Des recherches plus approfondies me paraissent indispensables pour résoudre les divers problèmes que soulève la *Practica* en question : en tout cas, son auteur semble bien être un Français ou avoir écrit

1. Ainsi que probablement la distinction de la géométrie en théorique et pratique. C'est la conclusion de Ludwig Baur, qui a édité l'ouvrage de Gundissalinus dans les *Beiträge zur Geschichte der Philosophie des Mittelalters*, édités par Cl. Baümker et Georg von Hertling, Band IV, Heft 2-3, pages 251-253 (Münster, Aschendorff, 1903).

2. Le texte d'Alpharabius de l'édition de Camerarius, p. 16, porte d'ailleurs *profundimetria* au lieu de *cosmimetria*.

3. *Bibliotheca mathematica*, II (1901), p. 41-44. [Plus haut, n° 12].

en France; c'était un maître du *quadrivium*, connaissant réellement la pratique en même temps que lettré.

Comme les manuscrits de Paris présentent une longue continuation du texte publié, une réédition n'est pas sans intérêt, mais le mérite de Curtze restera entier.

III. En 1899, Curtze publiait : *Der Tractatus Quadrantis des Robertus Anglicus in deutscher Uebersetzung aus dem Jahre 1477* dans le *Cantor-Festschrift* (*Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*, Heft 9, Leipzig, Teubner). Mais ce n'était que par abnégation qu'il m'avait laissé prendre les devants pour la publication du texte latin[1], qu'il connaissait dès longtemps et dont il avait reconnu toute l'importance, car il a été un des traités les plus répandus dans les Universités, à partir de l'époque de sa rédaction (vers le troisième quart du treizième siècle) pour l'enseignement de la géométrie pratique.

Je ne puis trop insister sur la courtoisie dont il fit preuve à mon égard à cette occasion, car elle est un des traits de son caractère.

Je préparais alors, en fait, ma première incursion sérieuse dans l'histoire de la géométrie du Moyen âge. Avant de mettre la dernière main à mon introduction, sur l'avis de M. Cantor, je m'adressai à Max. Curtze, avec lequel je n'avais eu jusqu'alors aucune relation; il me communiqua gracieusement les renseignements qu'il possédait sur divers manuscrits que je ne connaissais pas, et ce n'est qu'après ma publication qu'il m'avoua avoir eu déjà en main une copie du texte latin et de la version allemande qu'il comptait éditer lui-même conjointement. J'avais

1. *Le traité du Quadrant de Maître Robert Anglès* (Montpellier, XIIIe siècle), texte latin et ancienne traduction grecque, publiés par M. Paul Tannery : *Notices et extraits des manuscrits*, XXXV, 1897. [Voir plus haut, n° 8.]

ainsi contracté une dette envers lui, et je crus, pour m'en acquitter, répondre à un secret désir de sa part en lui offrant de s'unir à moi pour publier, dans les *Notices et extraits*, le *Liber embadorum* de Savasorda, qui me paraissait le document le plus important à mettre au jour pour éclaircir la question de l'introduction en Occident de la science géométrique des Arabes. Il me répondit qu'il préférait publier seul cet ouvrage, ce qu'il a fait dans les *Urkunden* dont je vais parler, mais en revanche il m'envoya le manuscrit qu'il avait préparé pour éditer la *Practica geometriae* de *Dominicus de Clavasio*, composée à Paris en 1346.

Dans une note, très courte, mais de la plus haute importance, insérée en 1895 dans la *Bibliotheca mathematica*, Curtze avait fait connaître comment la citation d'un *Dominicus Parisiensis* dans la *Geometria Culmensis* (ouvrage de la fin du quatorzième siècle, édité en 1886 par Mendthal, Leipzig) l'avait conduit à rechercher les exemplaires manuscrits du traité utilisé par l'anonyme de Culm. Il en avait découvert *sept*, dont les rubriques, rapprochées des renseignements fournis par le Cartulaire de l'Université de Paris, lui avaient fait connaître que l'auteur était un *Dominicus de Martinacio* de Chivasso, clerc du diocèse d'Yvrée, d'abord boursier, puis premier du collège de Constantinople à Paris. Pourvu d'un bénéfice en 1349 (canonicat de Saint-Jean, à Liège), il professait encore comme maître-ès-arts en 1350. En 1356 il était docteur de la Faculté de médecine; entre temps, il aurait été astrologue du roi.

J'avais fait connaître à Max. Curtze que la Bibliothèque nationale de Paris renfermait un exemplaire de la *Practica* de ce Dominique[1]. Il témoigna le désir que j'en prisse le texte pour

[1. Cf. *Académie des Inscriptions et Belles-Lettres* (comptes rendus), 1900, t. I, p. 352. Voir plus loin *Additions* et *Notes*. — Cf. *Revue de Synthèse historique*, 1901, t. II, p. 298 et plus haut, p. 308 note.]

base de l'édition au lieu du manuscrit plus récent sur lequel il avait établi sa copie, et que d'un autre côté, en utilisant les nouveaux renseignements que je pourrais recueillir, je remaniasse l'introduction qu'il avait préparée. La mort l'a frappé avant que j'aie pu accomplir ma tâche d'une façon digne de lui, et c'est ainsi que je suis devenu l'héritier de l'un de ses plus importants travaux, qui ne pourra être publié que comme œuvre posthume [1].

La *Practica* de Dominique de Chivasso est particulièrement remarquable en ce qu'il s'est imposé la tâche de démontrer l'exactitude théorique, soit des procédés sur le terrain, soit des formules métriques de la géométrie pratique, et qu'il a accompli cette tâche tout à fait à son honneur. Si l'on fait abstraction des écrits de Léonard de Pise, qui n'étaient pas connus dans les Universités, Dominique paraît être le premier en Occident qui ait tenté avec succès d'unir l'enseignement théorique à l'enseignement pratique, et si son exemple n'a pas été suivi, son ouvrage, rapidement répandu, n'en a pas moins exercé une notable influence, ignorée jusqu'à la découverte de Curtze, sur le progrès de l'esprit mathématique.

Ainsi, pour le douzième, le treizième et le quatorzième siècle respectivement, nous connaissons maintenant, comme je l'ai dit, trois ouvrages importants pour l'histoire de la géométrie pratique, la *Practica Hugonis*, et les traités de Robert Anglès et de Dominique de Chivasso. Pour le quinzième siècle, nous allons rencontrer dans les *Urkunden* un traité d'un Italien, Léonard de Crémone, mais il ne paraît pas avoir joué un rôle historique aussi marqué, au moins pour l'enseignement dans les Universités.

[1. La mort a surpris également Tannery avant qu'il puisse terminer ce travail.]

IV. Dans la liste des nombreux articles publiés par Curtze, je pourrais en signaler encore d'autres qui touchent l'histoire de la mathématique dans la France du Moyen âge, sur Gerbert, Johannes de Muris, Johannes de Linieris, Lévi ben Gerson (Leo de Balneolis). Mais il est temps désormais d'aborder les deux volumes qui représentent la dernière œuvre de l'illustre professeur de Thorn, et qui ont paru comme fascicules 12 et 13 des *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften und ihrer Anwendungen, begründet von Moritz Cantor.*

Le premier de ces deux volumes comprend :

1° Le texte latin et une traduction allemande (faite par Curtze) du *Liber embadorum* de Savasorda, d'après la version faite sur l'hébreu par Platon de Tivoli, l'an 510 de l'hégire (1116) ;

2° La correspondance de Regiomontanus avec Giovanni Bianchini, Jacob de Spire et Christian Roder.

Dans le second volume, on trouve :

3° L'*Artis metricae practicae compilatio* de Léonard de Crémone (quinzième siècle) ;

4° Un curieux traité d'algèbre, mi-latin, mi-allemand, sous le titre : *Initius Algebras Arabs ad Ylem geometram praeceptorem suum.*

J'ai déjà indiqué l'importance du premier de ces quatre documents. C'est, je crois, Libri qui l'a le premier signalée dans son *Histoire des sciences mathématiques en Italie.* On n'en connaît que cinq manuscrits, dont deux à Paris qui ont servi à Curtze, à savoir B. N. latin 11246 (du treizième siècle) et latin 7224, copie du précédent faite au quinzième siècle. L'auteur du texte hébreu, Abraham Bar-Hayya ha-Nasi, était un savant juif de Barcelone qui a laissé une dizaine de traités et paraît avoir aidé Platon

de Tivoli dans ses traductions de l'arabe[1]. Son ouvrage sur la géométrie doit être un de ses premiers travaux; d'après le prologue que Platon n'a pas traduit, il était adressé aux juifs de Provence pour amener la réforme de leurs pratiques géométriques. Il doit avoir eu plus de succès parmi eux que n'en eut probablement la version de Platon pour l'enseignement de la géométrie en France.

En revanche, le grand intérêt historique que présente cette version, c'est que Léonard de Pise devait l'utiliser pour sa *Practica Geometriae* et même composer celle-ci sur le plan de l'ouvrage de Savasorda. De fait, la traduction de Platon, qui se trouve antérieure à celle d'Adelhard de Bath et de Gérard de Crémone, n'en est pas moins très intelligible et très satisfaisante.

Savasorda a divisé son livre en quatre chapitres : le premier contient « les propositions universelles de géométrie et d'arithmétique », c'est-à-dire les définitions, postulats et axiomes du premier livre d'Euclide et les définitions des livres arithmétiques (VII à IX), les énoncés de l'algèbre géométrique des Grecs, avec exemples numériques, et ceux des théorèmes élémentaires sur l'égalité des figures planes.

Le second chapitre comprend cinq parties : 1° carrés et rectangles; 2° triangles; 3° parallélogrammes, trapèzes et autres quadrilatères; 4° cercles et parties de cercle; 5° polygones : mesure sur le terrain des surfaces en pente.

On remarque dans ce livre la solution des équations du second

1. C'est Steinschneider qui a identifié cet auteur avec Savasorda, en comparant la version de Platon de Tivoli avec l'original hébreu. Le surnom de Savasorda équivaudrait à *Sahib-as-schorta* (littéralement : le chef de l'escorte), et indiquerait qu'Abraham Bar-Hayya occupait une position administrative assez élevée. La date du *Liber embadorum* a été suspectée à tort, autant qu'il me semble.

degré, enseignée à la façon d'Alkhovaresmi (ainsi avant la traduction de l'Algèbre de ce dernier) et, sans démonstration, la formule dite héronienne pour le calcul de l'aire d'un triangle dont on connaît les trois côtés; enfin la plus ancienne table de cordes d'arc connue en langue latine.

Le troisième chapitre traite des problèmes de division de surfaces en parties égales. Ces problèmes ont eu chez les Arabes une certaine importance, en raison des règles juridiques concernant les héritages; aussi leurs arpenteurs sont souvent qualifiés de « diviseurs de terre ». Mais on peut comparer le grec γεωδαίτης, rappeler qu'un ouvrage d'Euclide était consacré au même sujet, et que, dans les Μετρικά de Héron d'Alexandrie, nous voyons les mêmes problèmes traités à la place que leur assigne Savasorda.

Enfin le quatrième chapitre est consacré à des mesures de solides, puis à des instructions concernant la conduite des opérations sur le terrain. Cependant l'auteur n'enseigne nullement l'usage abusif de l'astrolabe, qui se répandait déjà dans l'Occident latin; il suppose que la pratique instrumentale est connue, mais qu'elle n'a recours qu'aux moyens les plus simples.

Tel est cet ouvrage, qui mérite incontestablement une étude attentive de la part de quiconque veut approfondir l'histoire de la géométrie au Moyen âge. Suivant son habitude, Curtze a reproduit *diplomatiquement* le texte des manuscrits : il a donc laissé subsister un certain nombre de fautes matérielles, qu'il est d'ailleurs aisé de corriger. Ainsi (p. 10), dans la définition de la ligne droite : *Recta vero linea est, quae ponitur super quorum libet* pensatam *oppositionem ad invicem*, il est clair qu'au lieu de *pensatam*, il faut lire *punctorum*.

V. Je ne m'arrêterai pas longuement sur la Correspondance latine de Regiomontanus, qui a déjà été éditée en 1786 par

Christoph-Theophil von Murr dans les *Memorabilia Bibliothecarum publicarum Norimbergensium et Universitatis Altorfinae*. Ces lettres, qui vont de 1463 à 1471, ont donc été déjà utilisées, et en particulier M. Cantor en a fait ressortir, dans ses *Vorlesungen*, l'intérêt majeur au point de vue de l'histoire de l'analyse indéterminée. Elles ne sont pas moins importantes pour l'histoire de la trigonométrie et de l'astronomie, et à vrai dire, c'est des quatre parties des *Urkunden* la seule qui puisse présenter quelque intérêt *actuel* au point de vue mathématique.

L'incorrection de l'édition de 1786, l'omission des calculs originaux de Regiomontanus, rendaient incontestablement très utile une réédition de cette correspondance. On peut noter que Regiomontanus, dans ses lettres de 1463 et 1465, écrites en Italie à Bianchini, astronome du duc de Ferrare, et à Jacob de Spire, astronome du comte d'Urbin, se nomme lui-même *Joannes Germanus*. Dans sa seule lettre à Christian Roder, alors recteur de l'Université d'Erfurt, lettre datée de Nuremberg, 4 juillet 1471, il prend au contraire le nom de *Joannes de Regiomonte*.

Je ne puis m'empêcher de traduire ici un passage de sa lettre à Bianchini, écrite de Venise au printemps de 1464 :

« De telles questions astronomiques me tourmentent souvent, et je suis obligé de déplorer la paresse et l'indifférence de notre temps. Certes la matière ne manque pas pour ceux qui aujourd'hui voudraient philosopher. Nous avons devant les yeux les traces de nos précurseurs, nous pouvons donc marcher plus sûrement, pourvu que nous accommodions notre esprit à la chose. Si j'avais une situation qui me permît de passer ma vie auprès de vous, j'espérerais bien y trouver mille consolations et mille avantages pour mes travaux. Mais mon très révéré maître (le cardinal Bessarion) va partir pour la Grèce pour affaire de religion, et je dois rester en Italie à sa disposition. Qu'ils aillent détruire les Turcs ; pour moi, avec votre

aide et celle de nos autres amis, j'essaierai de réparer les cieux. Qu'ils mettent la paix dans les affaires terrestres, nous nous occuperons de dérouiller les orbites célestes et d'en faire des routes de roi ; bannissant toute autre crainte, il nous sera donné de passer notre vie dans le loisir philosophique, et de nous assurer une gloire immortelle... »

VI. L'ouvrage de Léonard de Crémone a été édité par Curtze dans un texte italien portant la date du 1er avril 1488, et auquel il a joint une traduction allemande. Il s'est servi d'un manuscrit de Gœttingue (Bibliothèque de l'Université, Philos. 46), mais en a rapproché deux manuscrits contenant un texte latin antérieur à la rédaction italienne. De ces deux manuscrits, qui ont appartenu au prince Boncompagni (302 et 303 du second catalogue de Narducci), le second fournit un nom complet (Leonardi Maynardi). Mais j'estime que *Mainardi* est erroné.

En effet, le manuscrit de la Bibliothèque nationale, latin 7192 (olim Mazarinaeus), contient, folios 29 à 54, une belle copie du texte latin de l'ouvrage édité par Curtze, et à la fin la souscription :

Hec est summa diuidens materiam singulorum librorum totius Geometrie Euclidis, edita per Magistrum Leonardum de Antoniis de Cremona, ordinis Fratrum Minorum, magistrum peritissimum in Theologia et omnibus mathematicis disciplinis. Expletum per me Bernardinum Aliherium de anno 1505.

Le même manuscrit contient divers autres opuscules de *Leonardus Cremonensis*, copiés par le même Bernardino Aliheri :

A. Fol. 1 à 21. Une *Pratica minutiarum* (copie de 1506).
B. Fol. 25 à 28. Un *Algorismus minutiarum* (copie de 1506).
C. Fol. 54 à 58. La double *Tabula Sinuum* du manuscrit de Gœttingue.
D. Fol. 56. « Copia cujusdam demonstrationis ph<ilosophi> R<e-

verendi> M<agistri> Leonardi Cremonensis reperte supra uno folio papiri scripte et figurate ejus manu propria » (copie de 1506).

E. Fol. 71. *De equatione dierum* secundum Excellentissimum D<ominum> Magistrum Leonardum de Antoniis Cremonensem (copié le 13 juillet 1510).

F. Fol. 72 à 81. Leonardus Cremonensis sic persequitur *descriptionem Cosmographie in plano* (copie de 1506).

G. Fol. 83 à 96. *Ars instrumenti horologici* pro tempore sereno, edita per R<everendum> M<agistrum> Leonardum Cremonensem (copie du 29 mai 1507). — Suit une *Tabula varietatis auges solis et dierum* (qui semble se retrouver aussi dans le manuscrit de Gœttingue).

Enfin Bernardino Aliheri a copié, toujours dans le même manuscrit :

1° (Fol. 57-64). Cinq lettres italiennes échangées de 1506 à 1508 entre deux *Magistri*, l'un de Pavie, Paolo da Frezo (Paulus Frisius), l'autre de Crémone, Georgius Fondulus, « Artium et Medicine Doctor », et une longue lettre mathématique en latin du second au premier (21 mars 1507). Cette correspondance a pour objet d'expliquer et de compléter sur divers points l'*Ars metrica* de Léonard de Crémone.

2° (Fol. 65-70). Une longue série de notes sur Euclide (version de Campanus); à la fin, au-dessus d'une demi-page de texte, la rubrique :

« Hec est divisio dividens materiam singulorum librorum totius Geometrie Euclidis. Factum ad procurationem Eximii Artium et Medicine Doctoris D<omini> M<agistri> Petri de Curte de Padua. »

Et plus bas la souscription :

« Expletum per me Bernardinum Aliherium ab exemplari toto corrupto de anno 1506. »

Ainsi le manuscrit de Paris semble bien nous fournir le véritable nom de l'auteur « Leonardo degli Antonij » et nous autoriser à reporter la date de sa *Compilatio* vers le commencement du quinzième siècle[1].

Ce manuscrit nous apprend en outre qu'il était franciscain et enfin nous a conservé divers autres écrits dont le dernier (description d'un cadran solaire portatif) m'a au reste semblé le plus intéressant, mais qui tous paraissent mériter, au moins, un examen approfondi.

L'*Artis metricae practicae compilatio*, éditée par Curtze, mérite d'être comparée aux Traités antérieurs sur le même sujet. Mais elle vaut surtout comme document sur l'état de l'enseignement au début du quinzième siècle, et malgré les progrès qu'elle atteste, elle ne nous révèle certainement pas un mathématicien de très haute valeur. Cependant, ce qui a surtout manqué au Crémonais, c'est d'avoir connu les écrits de Léonard de Pise; autrement il fait encore assez bonne figure pour son temps, et ce fut sans doute l'un des précurseurs ignorés dont les mathématiciens italiens de la Renaissance utilisèrent les travaux sans citer leur nom.

1. D'après quelques données historiques contenues dans les préambules des écrits inédits. Au reste, l'exactitude de la date assignée par Curtze à la *Compilatio* de Léonard de Crémone a déjà été mise en question par G. Eneström, et défendue par A. Favaro, dans la *Bibliotheca mathematica* de 1903. Puis ce dernier, dans une communication du 31 janvier 1904 au Real Istituto Veneto (communication dont je n'ai eu connaissance qu'après la rédaction de cet article), a constaté, d'après des manuscrits d'Italie, l'existence d'un *Leonardus de Antoniis Cremonensis* ayant composé, en 1404 et 1405, des Notes sur Campanus pour le docteur padouan Pietro da Corte. Il a donc laissé l'attribution indécise entre ce *Leonardus de Antoniis* et *Leonardus Maynardus*, qui, d'après les renseignements qu'il a réunis, semblerait plutôt un médecin, et aurait vécu dans la seconde moitié du quinzième siècle. Le manuscrit de Paris, que ne connaissait pas l'illustre savant italien, tranche évidemment la question.

VII. Il ne me reste plus qu'à parler de la dernière partie des *Urkunden*. Ici nous sommes en plein seizième siècle, en Allemagne, et immédiatement avant Michael Stifel.

De ce traité d'algèbre on connaît quatre manuscrits, dont le plus ancien est daté de 1545. Il a la forme d'un commentaire allemand (dialecte du Sud) sur un texte latin mis sous le nom d'un *Algebras Arabs*. Deux fois (p. 450 et 499), dans les rubriques, on lit : *Initii Algebrae Arabis viri clarissimi ad summum mathematicum eo tempore Ylem geometram prologus* (ou *secundus liber*) *feliciter incipit*. Mais la seconde fois *Initii* n'est donné que par le plus ancien manuscrit, qui n'est certainement pas exempt de fautes; les autres donnent *Initium*. Et quoique l'Arabe *Algebras* revienne constamment dans le texte comme une personne, jamais le prénom d'*Initius* ne lui est donné. Dans ces conditions, j'ai beaucoup de scrupules à accepter ce prénom, comme l'a fait Curtze.

En tout cas, après le titre général : *Algebrae Arabis viri clarissimi liber ad Ylem Geometram praeceptorem suum*, titre qui paraît faux quant aux derniers mots, le commentateur entre immédiatement en matière en nous racontant une merveilleuse histoire.

L'Arabe Algebras, qui est l'auteur du livre *Gebra und Almuchabala*, vivait au temps d'Alexandre le Grand et de Nectanébos; il adressa son livre à Yles, le grand géomètre égyptien, qui fut le maître d'Euclide, prince de Mégare. Ledit livre d'Algebras fut traduit de l'arabe en grec par Archimède, puis du grec en latin par Apulée; c'est maintenant chez les Italiens le livre de la *Cosa*. D'un autre côté, dès le temps d'Alexandre, il fut traduit en langue hindoue par *Aliabras* et les Hindous le nomment *Aliabra und Aluoreth*.

Depuis que ce roman a été signalé par Kæstner, on a vaine-

ment cherché s'il reposait sur quelque tradition antérieure; ce n'est qu'une pure fantaisie, mais peut-être n'est-elle pas, pour l'époque, aussi absurde qu'elle paraît l'être au premier abord, et c'est moins le bon sens et même une certaine érudition qui ont manqué à notre commentateur que l'imagination, car il n'a pas su forger pour son mathématicien arabe un autre nom que celui de l'algèbre, et pour son Hindou, il n'a su en faire qu'un simple doublet de l'Arabe.

L'idée dont il est parti et qu'il a développée dans une lettre supposée d'Algebras à Yles, est parfaitement juste : c'est que le second livre des Éléments d'Euclide est le principe de l'algèbre, qu'il donne la forme géométrique sous laquelle les Grecs conçurent d'abord la solution des problèmes du second degré. Il pressentait donc la vérité, que Zeuthen a surabondamment démontrée.

D'un autre côté, il ne peut voir dans Euclide de Mégare qu'un philosophe, et non pas un géomètre capable de créer une œuvre telle que les *Éléments*. Il se rend même peut-être compte qu'une telle œuvre suppose un travail antérieur. Sa fantaisie est de refuser ce travail aux Grecs, auxquels il n'attribue qu'une tradition arithmétique, de Pythagore à Platon et à Aristote ; la géométrie, suivant la légende, est une science égyptienne, et il la condense dans son Yles. Que maintenant il dise que Mahomet, dans son Alcoran, parle de la *Gebra und Almuchabala*, c'est, je crois du moins pour ma part, plutôt un trait de verve qu'une confusion réelle entre le prophète et Mohammed-ibn-Mouça (Alkhovaresmi).

La lourdeur de l'imagination de notre commentateur se montre encore mieux dans les historiettes qu'il raconte pour poser des problèmes algébriques à propos de chacune des six propositions du troisième livre d'Yles (c'est-à-dire les six premières proposi-

tions du livre II d'Euclide). Là, les anachronismes et les invraisemblances les plus inutiles se multiplient. Ce sont les philosophes Pythagore, Platon, Aristote et Euclide, qui, faisant collation avec Algebras, lui font deviner leur âge; c'est Lameno, le grand « arismetiste[1] », qui lui fait calculer combien Alexandre rémunère les trois premiers de ces philosophes pour leurs chaires à la « Hochschule » d'Athènes. C'est Hippocrate qui charge Galien de lui acheter du bois d'aloès à Athènes; Ésope qui est envoyé par Salomon à Damas, pour acheter du samit et de l'écarlate, ou par le philosophe Algus, à Paris, pour acheter du safran; Nicomaque qui vend des livres de mathématiques à Aristée et à Apollonius, et Boèce qui intervient.

On se lasse vite à de pareils jeux; notre auteur ne va pas plus loin pour ses historiettes insipides; même il lui arrivera d'oublier qu'il doit toujours, dans sa fiction, substituer au nom d'Euclide celui d'Yles. Mais comme *cossiste* il est plus sérieux que comme conteur, et son traité n'est point négligeable. Tout au contraire, on peut certainement y relever des connaissances qui, pour l'époque, ne sont nullement communes, et il est inutile d'ajouter que ses notations et sa terminologie peuvent donner matière à d'intéressantes remarques.

Sa fiction n'est pas au reste sans offrir quelques énigmes plus irritantes que l'étymologie du nom d'Yles ou de quelques-uns des personnages accessoires qu'il met en jeu. Ainsi, il revient plusieurs fois sur les progrès accomplis par l'Hindou Aliabras, et il cite en particulier son livre des *Data* pour donner la solution en nombres entiers d'un problème qui se ramène à une équation indéterminée du premier degré à deux inconnues. De fait, les

1. Ce nom est-il purement fantaisiste ou désigne-t-il l'invention du signe *moins* (*meno* en italien)?

Hindous avaient résolu ce problème en général, sans que l'on connaisse aucun ouvrage arabe qui l'ait traité, et ce n'est qu'en 1817 que Colebrooke nous a révélé la méthode de Brahmagupta. Celle de notre auteur n'est indiquée qu'assez vaguement, mais dans le cas particulier qu'elle traite, elle se rapproche peut-être un peu plus de celle des Hindous que de celle de Bachet. Est-ce un singulier hasard, ou faut-il croire que le problème et la solution avaient été déjà rapportés des Indes par quelque marchand portugais curieux d'arithmétique ?

Plus on entre dans le détail de l'histoire des sciences, plus on rencontre des petits faits en désaccord avec les opinions qui paraissaient les mieux fondées, et plus on soulève de questions momentanément insolubles. Ç'a été, dans bien des cas, le sort de Maximilien Curtze, mais il a, en revanche, définitivement éclairci nombre de points essentiels, et nous a ouvert la voie pour en éclaircir bien d'autres[*].

[* Cf. *Bulletin des sciences mathématiques*, 1897, XXI, pp. 277-279 : Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius una cum algorismo ipso (Copenhague, 1897). Voir plus loin, vol. des *Recensions*.

— *Bulletin des sciences mathématiques*, 1899, XXIII, pp. 140-145 : *Practica Geometriæ* (Monatshefte für Mathematik und Physik, 1897). Plus haut n° 8 *ter*.

— *Bulletin des sciences mathématiques*, 1899, XXIII, pp. 145-150 : Maître Robert Anglès, Le Traité du quadrant (Montpellier, treizième siècle). Plus haut n° 8 *bis*.

— *Bulletin des sciences mathématiques*, 1899, XXIII, pp. 169-172 : Euclidis opera omnia supplementum. Anaritii in decem priores libros elementorum Euclidis commentarii (Leipzig, Teubner, 1899). V. vol. *Recensions*.

— *Annales internationales d'histoire*. Congrès international d'histoire

comparée, Paris, 1900. Procès-verbaux : Sur l'histoire de la géométrie au Moyen âge d'après les travaux de Maximilian Curtze.

— *Bibliotheca mathematica*, 1901, t. II, pp. 40-44 ; Sur la *Practica Hugonis*. Plus haut, n° 12.

— *Bulletin des sciences mathématiques*, 1904, XXVIII, pp. 164-172 : Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance (Leipzig, Teubner, 1902). V. vol. *Recensions*.]

(Extrait du *Journal des savants*, 1904, août, pp. 457-470.)

RÉPONSE A LA QUESTION 119

SUR L'AUTEUR D'UN TEXTE ALGORITHMIQUE DU DOUZIÈME SIÈCLE PUBLIÉ PAR CURTZE

Comme l'a soupçonné M. Eneström d'après une citation de Libri, le texte algorithmique publié par Curtze dans les *Abhandl. zur Gesch. der Mathem.* **8**, 1898, p. 17-37, se retrouve bien dans le ms. de la bibliothèque de Paris (autrefois fonds Sorbonne 980, aujourd'hui latin 16208, fol. 67-69) au début d'un cahier et sous la rubrique : *Incipit liber ysagogarum alchorismi in artem astronomicam a Magistro A. conpositus.* Ce ms. est un corpus astrologique et peut être considéré comme à peu près contemporain du plus ancien ms. de Munich utilisé par Curtze (seconde moitié du douzième siècle). Mais, d'après le regretté professeur, l'ouvrage comprend huit livres, dont il n'a donné que les trois premiers; les deux suivants, sur lesquels il a fourni quelques détails, se retrouvent bien à Paris : *Incipit quartus liber de musicis ac geometricis rationibus* (fol. 69 r°, col. 2), et : *Incipit V liber de temporibus et motibus* (fol. 70 r°, col. 2). Mais, tandis que dans le ms. de Munich il y aurait encore trois autres livres traitant de l'astronomie, dans celui de Paris, après les derniers mots du

livre V : « Motus itaque decimi in spatio 24 horarum mira celeritate finitur, ut patet », fol. 71 r°, au milieu de la première colonne, intervient immédiatement la rubrique : *Liber I electionum explicit. Incipit liber II de electionibus particularibus.* C'est la seconde partie du traité astrologique d'Ali ben Ahmed el-Imrâni, et elle se poursuit jusqu'à la fin du cahier (f° 75 v°), occupant ainsi plus de place que le traité du « Magister A. ». Elle se termine d'ailleurs par un long « Explicit » donnant le nom de son auteur et semblable à ceux des Amploniani d'Erfurt, dans lesquels Steinschneider (cf. *Biblioth. Mathem.* 5_2, 1891, p. 43) a relevé la mention : *Abraam Iudeo ispano qui dicitur Sauacorda existente interprete.*

Il serait d'autant plus important de vérifier si les trois derniers livres du ms. de Munich latin 13021 appartiennent bien aux Isagoges de Maître A, que sa personnalité ne me semble pas pouvoir être déterminée autrement que par un examen minutieux de son œuvre. Je dirai seulement que, pour la rédaction de cet ouvrage, je n'ai pas rencontré de *terminus post quem* après 1115 (d'après un tableau de concordances d'ères dans le livre V), que ce livre est évidemment emprunté à des sources arabes et hébraïques concernant l'astronomie et la chronologie. Tout au contraire le livre IV (rapports arithmétiques et géométrie) dépend de la tradition latine (par exemple, le mot *podismus* est pris comme synonyme de celui d'*hypotenusa*). Il n'y a qu'un emprunt à la science arabe, l'approximation $\pi = \sqrt{10}$ (regardée comme meilleure que $\frac{22}{7}$). L'auteur s'est, à vrai dire, assez bien assimilé les énoncés d'Euclide, mais il ne semble guère qu'il ait profité d'une traduction des *Éléments*. En résumé, son travail semble tel qu'Adelard de Bath aurait pu le faire, après avoir étudié le Khovarizmi, mais sans avoir encore abordé le texte

arabe d'EUCLIDE. Je ne dis ceci, je le répète, que comme simple remarque; une conjecture formelle serait prématurée[1].

1. L'auteur n'a pu revoir lui-même l'épreuve de cette petite note; il est tombé malade quelques jours après l'avoir rédigée, et il est mort le 27 novembre 1904. Probablement la question dont il s'agit est la dernière recherche scientifique dont il s'est occupé. G. ENESTRÖM.

[Paul Tannery ne considérait pas cette note comme terminée; au dernier moment il m'avait priée d'en différer l'envoi.]

M. T.

(Extrait de *Bibliotheca Mathematica*, 3. Folge, t. V, 1904, p. 416.)

SUR LA DIVISION DU TEMPS EN INSTANTS AU MOYEN AGE

Le traité d'algorithme, publié par Curtze dans les *Abhandl. zur Gesch. der Mathem.* 8, 1897, p. 17 suiv., indique au début du premier livre une singulière subdivision de l'heure. « Instans pars temporis est cujus pars nulla est. Momentum vero pars temporis est constans ex DLXXIIII instantibus. » Le *momentum* est au reste $\frac{1}{40}$ de l'heure ; mais le nombre 574 est erroné. Il faut certainement lire 564 (DLXIIII), comme le prouvent les textes bien concordants que Lasswitz a réunis dans sa *Geschichte der Atomistik* (Hamburg, 1890, p. 34, 35). L'heure était ainsi considérée comme composée de 22560 *instantia* ou *atomi*. Je ne crois pas que l'explication du choix de ce nombre 564 ait encore été donnée ni même tentée. La voici :

$564 = 12 \times 47$. D'autre part $235 = 5 \times 47$, et 235 est le nombre des mois du cycle de Méton. On a donc cherché à établir une commune mesure entre l'année julienne et le mois lunaire de façon à pouvoir les exprimer l'une et l'autre par des nombres entiers et faciliter ainsi le calcul des jours de la lune. Il fallait pour cela introduire dans la subdivision de l'heure le facteur 47. On l'a fait d'ailleurs en le multipliant suffisamment par les facteurs simples pour arriver à un intervalle assez petit

(au-dessous d'un sixième de nos secondes) pour pouvoir être regardé comme indivisible.

L'opinion que le temps est composé d'éléments indivisibles semble avoir été transmise au Moyen âge par MARTIANUS CAPELLA (IX, § 97); elle est expressément professée par ISIDORE DE SÉVILLE, puis par BÈDE LE VÉNÉRABLE, auquel seulement paraît remonter la détermination précise du nombre des atomes de l'heure. Après lui elle est relativement fréquente, et le mot d'atome est resté en italien, sous la forme *attimo*, pour désigner un instant.

(Extrait de *Bibliotheca Mathematica*, 3. Folge, t. VI, 1905, p. 111).

ARTICLES DE LA GRANDE ENCYCLOPÉDIE

(Ladmirault et Cie.)

LES ÉCRITS MATHÉMATIQUES DE BOÈCE AU MOYEN AGE

On a sous le nom de Boèce trois écrits mathématiques distincts dont la meilleure édition est due à G. Friedlein (Leipzig, 1867). Aucun doute ne s'élève sur l'authenticité des deux premiers, *De institutione arithmetica libri duo*, *De institutione musica libri quinque*.

L'arithmétique de Boèce a joué un rôle capital dans l'enseignement au Moyen âge; elle n'est d'ailleurs qu'une traduction libre de l'*Introduction arithmétique de Nicomaque*. Sa musique, empruntée de même aux sources grecques et rédigée d'après les principes de l'école mathématique, est relativement plus précieuse pour nous, parce qu'elle nous a conservé divers documents que l'on ne retrouve pas ailleurs. Il entrait certainement dans le plan de Boèce de traiter de la même façon des deux autres sciences du *Quadrivium*, c'est-à-dire de la géométrie et de l'astronomie. Il paraît dans ce but, d'après le témoignage de Cassiodore, avoir fait une traduction latine d'Euclide, et, suivant une lettre du roi Théodoric, il se serait même attaqué à Archimède.

[Suite ajoutée à l'article de M. de la Ville de Mirmont.]

En tout cas, le Moyen âge lui a attribué un *Ars geometriae* dont l'authenticité a soulevé, dans notre siècle, les plus vives controverses. Après quelques mots d'introduction, cet écrit donne la traduction des définitions, postulats, axiomes des quatre premiers livres d'Euclide; des énoncés des propositions des mêmes livres, avec toutefois de nombreuses omissions à partir du second livre; des trois premières propositions d'Euclide. Suivent des extraits de *Balbus Mensor* et un fragment sur le calcul de l'abacus, fragment qui fait l'intérêt majeur de la controverse sur l'authenticité parce qu'on y trouve, attribués aux pythagoriciens, des *Apices*, qui sont les prototypes de nos chiffres. Un second livre est constitué par une compilation dont presque tous les éléments se retrouvent dans les écrits des agrimenseurs romains, Hyginus, Frontinus, Épaphroditus, Nipsus; il se termine par la proposition d'une notation spéciale pour le calcul des fractions gréco-romaines de l'once et par un renvoi exprès à Frontinus et à Urbicus Aggenus de ceux qui veulent en savoir davantage. — Quoique on ne puisse estimer très haut la valeur de Boèce comme mathématicien, une compilation aussi confuse que l'*Ars geometriae* est certainement indigne de lui. Ce n'est ni son style ni ses procédés de composition littéraire; une étude minutieuse ne peut que confirmer la première impression. On se trouve en présence de l'œuvre d'un faussaire ignorant et maladroit, qui était probablement un arpenteur de profession, vivant au plus tôt dans le neuvième ou le dixième siècle. Les plus anciens manuscrits ne paraissent pas remonter au delà du onzième siècle. — L'authenticité de l'*Ars geometriae* n'en a pas moins été sérieusement soutenue, notamment par Moritz Cantor; on a aussi émis l'opinion que cet écrit avait réellement pour base la traduction d'Euclide, faite par Boèce, mais qu'il avait été défiguré par diverses interpolations, entre autres celles du frag-

ment sur l'Abacus. Cette opinion moyenne ne paraît pas pouvoir tenir contre les discussions de détail.

(Extrait de la *Grande Encyclopédie*, t. VII, p. 28.)

[Cf. plus haut 8 *ter* et 9.]

RAGIMBOLD DE COLOGNE

Ragimbold de Cologne, écolâtre du onzième siècle, mort après 1033. Il paraît avoir étudié à Liège, sous Vazzon, avant d'aller diriger les écoles de Cologne. Sa réputation comme maître est attestée par son condisciple Adelman de Liège. Il subsiste de lui quatre lettres échangées contre autant d'autres de *Radolf de Liège* sur des mathématiques. Ces lettres publiées dans les *Notices et extraits*, XXXVI, 1899 [*], sont un curieux témoignage de la complète ignorance de la géométrie à cette époque du Moyen âge, tandis que, sous le rapport de l'arithmétique et du calcul, les connaissances étaient relativement développées. Ragimbold a proposé à Radolf, comme question à résoudre, l'explication du sens des termes : *angles intérieurs* et *angles extérieurs d'un triangle*. Il soutint, quant à lui, qu'*intérieur* est synonyme d'*aigu*, et *extérieur* synonyme d'*obtus;* et à ce sujet interprète les énoncés d'Euclide de la plus singulière façon. — Cette correspondance eut un assez grand retentissement en Lotharingie, et la fausse synonymie, inventée par Ragimbold, fut admise dans la première partie de la *Géométrie* attribuée à Gerbert, dont la postériorité se trouve ainsi démontrée.

(Extrait de la *Grande Encyclopédie*, t. XXVIII, p. 90.)

[* V. plus haut, n° 10.]

L'INTERMÉDIAIRE DES MATHÉMATICIENS

(Gauthier-Villars.)

On ne peut demander, ainsi que le fait l'auteur de la question, qu'une explication *probable*, puisque l'ouvrage n'est connu que par son titre et que l'interprétation des mots arabes est assez douteuse. La traduction de Casiri : *De numeris per lineas et grana hordacea multiplicandis liber unus*, diffère en effet sensiblement de celle de Suter, reproduite par M. Cantor : *Ueber die Linien und das Multiplicieren mit der Zahl der Gerstenkörner*. En ce qui me concerne, j'ai toujours pensé qu'il s'agissait d'une question bien connue dans la littérature mathématique arabe, celle du nombre de grains obtenus en doublant successivement à partir de l'unité autant de fois qu'il y a de cases dans un échiquier. Je crois inutile de rappeler la légende orientale à ce sujet.

Mais, en revanche, je pense aussi que même l'absence de tout texte arabe relatif à l'abaque, quand elle serait définitivement constatée, ne nous autoriserait nullement à nier que les Arabes se soient jamais servis de cet instrument (au moins avec les jetons unités). Sur des textes d'un historien grec qui permettent une induction contraire, voir *Revue archéologique*, 1894, mon article : *Sur l'étymologie du mot chiffre* [*].

(Extrait de l'*Intermédiaire des Mathématiciens*, t. VII, 1900, pp. 31-32, réponse à la question 1482, de G. Eneström, *ib.*, t. VI, 1899, p. 76.)

[* Plus haut, n° 3.]

La question suppose qu'au commencement du onzième siècle quelqu'un, dans l'Occident latin, était capable de faire un *raisonnement* géométrique. Je crois avoir péremptoirement établi le contraire (*voir* une *Correspondance d'écolâtres du onzième siècle*, Not. et Extr. des Mss., t. XXXVI, 1900) [plus haut n° 10]; à cette date, nos pères n'avaient aucun modèle pour une démonstration géométrique, ne se doutaient pas de ce qu'elle pouvait être et étaient certainement moins avancés que les Grecs avant Pythagore. Ils considéraient et ne pouvaient considérer que comme *empiriques* les règles de calcul pratique transmises par les écrits des arpenteurs romains.

Celle qu'applique Adalbold d'Utrecht, dans sa Lettre à Gerbert : calculer le volume d'une sphère de diamètre D en prenant $\frac{11}{21}D^3$, se retrouve effectivement dans ces écrits (voir *Un nouveau texte des Traités d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus*, Not. et Extr. des Mss., XXXV_2, 1896 [plus haut, n° 4]. Elle a été recueillie dans la *Géométrie* attribuée à Gerbert (éd. Olleris, 82 : *circulum incrassare si vis*, etc.), bien que l'auteur de la question ne l'y ait pas retrouvée. Quoique cette *Géométrie* ne soit pas en fait de Gerbert, il n'est donc pas douteux qu'Adalbold n'ait appris cette règle par une tradition écrite.

Il ne *démontre* nullement et ne cherche nullement à *démontrer* que le volume de la sphère représente les deux tiers du volume du cylindre circonscrit; mais après avoir posé la règle $V = \frac{11}{21}D^3$, il fait la remarque qu'il en est ainsi, et c'est en cela seulement que consiste l'originalité de sa Lettre; cela prouve uniquement ce que j'ai essayé de faire ressortir dans ma publication précitée, à savoir qu'à cette époque les connaissances en Calcul étaient

relativement beaucoup plus développées que les connaissances en Géométrie.

Comment d'ailleurs Adalbold est-il conduit à cette remarque?

De la façon la plus simple : il a exposé que, pour le cercle, la surface est $\frac{11}{14} D^2$; ce qu'il faut retrancher du carré pour avoir le cercle est donc proportionnellement beaucoup moins que ce qu'il faut retrancher du cube pour avoir la sphère (presque la moitié). C'est ce qu'il veut chercher à expliquer; s'il retranche du cube les $\frac{3}{14}$, il voit très bien intuitivement qu'il reste beaucoup plus que la sphère, à savoir ce que nous appelons le *cylindre circonscrit;* n'ayant pas ce mot, il emploie celui de *forma midii* (figure de boisseau). Puis, partant du volume de ce boisseau, il constate qu'il faut en retrancher le tiers pour avoir le volume de la sphère donné par la règle qu'il applique.

De la phrase citée par l'auteur de la question, on peut tout au plus conclure qu'Adalbold se rendait compte (de façon ou d'autre) que la construction de la moitié du volume du boisseau eût donné un résultat trop faible, mais il ne faut pas y chercher un indice pouvant faire croire qu'il se proposât de montrer qu'il fallait nécessairement en retrancher précisément le tiers, ni plus ni moins. A cet égard il n'a aucun *motif,* autre que la règle pratique qu'il connaît.

Je ne suis au reste nullement convaincu qu'Adalbold eût même été capable de prouver réellement que la sphère est supérieure en volume à la moitié du cylindre circonscrit, car précisément son langage me ferait supposer une erreur intuitive. Mais ceci n'a pas d'importance historique.

(Extrait de l'*Intermédiaire des Mathématiciens*, t. XI, 1904, pp. 254-255, réponse à la question 2794, de A.-P. Ericsson, *ib.*, t. XI, p. 139.)

ADDITIONS

SUR UN OPUSCULE LATIN ÉCRIT A MONTPELLIER AU TREIZIÈME SIÈCLE

Paul Tannery fait une communication sur *un opuscule latin écrit à Montpellier au treizième siècle et traduit plus tard en grec.* Il s'agit de la description d'un cadran solaire rotatif ayant la forme d'un quart de cercle plein et qui paraît être le plus ancien modèle du même genre, celui qui le premier a été nommé cadran à cause de la figure (*quadrans* signifiant « quart ») et dont le nom est passé aux autres de forme différente.

Un manuscrit grec de la Bibliothèque nationale contient une traduction de cet opuscule, sans nom d'auteur; l'original latin, resté inédit (?), dans de nombreux manuscrits remontant au treizième siècle et qui sont, les uns anonymes, les autres sous les noms de *Magister Johannes in Montepessulano, Magister Johannes Anglicus, Magister Robertus Anglicus.*

Tannery montre que le nom le plus probable est le dernier, maître Robert Anglès, professeur à Montpellier en 1271. Il descendait peut-être d'un Guillaume Anglès venu d'Angleterre à Marseille, qui le premier, vers 1231, trouva le principe de l'adaptation aux usages latins des instruments arabes analogues au cadran de Robert Anglès. Ce Guillaume était d'ailleurs médecin de profession et adonné aux doctrines astrologiques.

(Extrait des *Comptes rendus* de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, 1896, t. XXIV, p. 180.)

[Cp. plus haut, nos 7 et 8.]

LA GÉOMANCIE (HUGO SANCTELLIENSIS)

Paul Tannery fait une communication sur la Géomancie. Le nom grec de ce mode spécial de divination avait dans l'antiquité une signification générale; il a été donné au Moyen âge, dans l'Occident latin, à une pratique arabe par un traducteur, Hugo Sanctelliensis (?), qui vivait en Aragon dans la première moitié du onzième siècle. Les Grecs de Byzance ont donné à la même pratique un nom tout différent tiré de l'arabe *Raml*, qui signifie Sable.

(Extrait des *Comptes rendus* de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, 1897, t. XXV, p. 529.)

[Voir, plus haut, t. IV, n° 14. — Voir aussi *Revue des Études grecques*, 1900, t. XIII, p. 198, et, plus loin, *Recensions*.]

OUVRAGE MATHÉMATIQUE DE DOMINICUS DE CLAVASIO

Tannery fait une communication, partie en son nom personnel, partie au nom de M. Curtze, professeur à l'Université de Thorn. Il rappelle tout d'abord les services rendus par Curtze à l'histoire des sciences pendant le Moyen âge et particulièrement à cette histoire pour la France. C'est lui qui, dès 1868 et 1870, mettait en lumière la haute valeur comme mathématicien de Nicolas Oresme, dont les médiévistes français ne connaissaient guère que les traductions d'Aristote. Aujourd'hui, à la suite de patientes recherches provoquées par la mention d'un *Dominicus Parisiensis* dans une Géométrie pratique composée à Culm vers 1400, il a retrouvé de nombreux manuscrits d'un ouvrage mathématique d'un intérêt considérable, écrit en 1347 par un maître ès arts de l'Université de Paris, *Dominicus de Clavasio* (Chivasso), qui fut ensuite docteur-médecin et astronome ou astrologue d'un roi de France, probablement Jean le Bon, car il paraît être mort entre 1357 et 1362. M. Curtze a établi le texte sur un manuscrit de Munich du quinzième siècle ; M. Tannery annonce qu'il en commence la collation, en vue de la publication sur un manuscrit de Paris, daté de 1369.

[Cp. *Correspondance scientifique* et plus haut n° 14, p. 329 et suiv.)

Tannery rappelle ensuite qu'en 1897 Curtze a également publié comme anonyme un court opuscule, *Practica Geometriæ*, composé vers le milieu du douzième siècle et particulièrement intéressant en ce qu'il fait toucher du doigt le développement mathématique dans l'Occident latin au moment précis où l'influence des traductions faites sur l'arabe va commencer.

Or, cet opuscule soulève une question d'attribution intéressante parce qu'il a été rangé parmi les œuvres de Hugues de Saint-Victor et que M. Hauréau en a admis l'authenticité. Tannery remarque que dans les manuscrits de Paris l'opuscule présente une suite (sur la cosmimétrie) qui mérite d'être publiée; il discute la question d'attribution et conclut contre la tradition qui donne l'ouvrage à Hugues de Saint-Victor. Cependant l'auteur a dû s'appeler Hugues; on peut proposer de l'identifier avec un maître ès arts de l'Université de Paris, lequel portait ce nom et mourut en 1199 après avoir exercé la médecine.

(Extrait des *Comptes rendus de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, 1900, t. I, pp. 352-353.)

[Cp. plus haut n°s 12 et 13.]

APPENDICE

PRACTICA GEOMETRIAE

La *Practica Geometriae* a été publiée pour la première fois par *M. Curtze* (Monatshefte fuer Mathematik und Physik, VIII, pp. 193-224, Wien, 1897), d'après le ms. de Munich Clm. 13021 du XIIe siècle. Paul Tannery, qui s'était occupé beaucoup de cet ouvrage (voir plus haut les n°s 8 *ter*, 12, 13, 14), avait découvert que le ms. de Munich est incomplet et que quelques mss. de Paris contenaient un morceau de plus, et il préparait une édition avec le concours de M. Fourier-Bonnard, qui avait copié pour lui le ms. de la Mazarine et collationné celui de Cambridge. Ces matériaux ne suffisent pas à donner une édition définitive; mais afin que le travail fait ne soit pas entièrement perdu, nous donnons ici le texte de la partie inédite basé sur les mss. de Paris, à savoir :

A — Mazarin. 717, parchemin, XIIIe siècle, f. 41^r-50^r;

B — Bibl. Nation. 7185, parchemin, XIVe siècle, f. 80^v-101^r; il y a quelques corrections d'une main postérieure (B^2);

C — Bibl. Nation. 14506, parchemin, XIIIe siècle, f. 246^v-259;

D — Bibl. Nation. 15362, parchemin, XIVe siècle, f. 201-209; il y a des corrections et des gloses interlinéaires postérieures (D^2).

Les figures, qui sont mentionnées dans le texte, manquent pour cette partie dans tous les mss.

Le ms. de Cambridge, Caius-et-Gonville College 413, du XIIe ou XIIIe siècle, est encore moins complet que celui de Munich; il s'arrête (f. 9) à p. 219 l. 32 de l'édition de Curtze (*imparibus quidem. Explicit hic practica Hugonis. Deo gracias*).

Au f. 1^v on trouve une miniature intéressante, que nous reproduisons ci-contre : sous un diagramme astronomique deux femmes couronnées, dont l'une (sans doute l'astronomie) tient de la main gauche un planisphère, et de la main droite montre le ciel; l'autre (la géométrie) tend un long rouleau (un livre de forme antique) à un moine (le professeur, l'auteur) assis dans un fauteuil devant un pupitre; ce moine le coupe avec un couteau et en passe une partie à un autre homme (un étudiant) assis plus bas sur un banc.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Quod si basi quater adiciatur id, quo duplus secundi kateti primum superat, in unum hypotenuse concurrent. Sumamus itaque dimidiam solis diametron, id est katetum primum, qui est LXX.DCXV sesquuncia sicilicus quadringentesima tricesima secunda unius integri et semuncie unius et septime partis semuncie unius, et auferamus eum de duplo secundi, quod est integra diametros terre, scilicet de octingentis milibus trecentis triginta tribus et triente; et remanent septingenti decem et octo et triens. Hec itaque differentia quater adicienda est basi, id est solaris circuli diametro, ut sit tota summa adiectionis stadia duo milia octingenta septuaginta tria et triens. Quo spacio umbra terre ultra diametrum eiusdem solaris circuli sese extendit, licet Macrobius usque ad circulum solis tantum eam porrigi testetur. Horum omnium exemplar in figura subter adiecimus, que terre globum cum diametro sua continet et circulum solis extrinsecus cum sua diametro, cui ad caput solis spera affixa est similiter cum sua diametro, et sunt hypotenuse deducte a singulis katetis ita.

1 adiciatur] *corr. ex* adicatur D^2 quo] D^2, quod ABCD secundi] *corr. ex* secondi D^2 katheti D, catheti B 2 hipotenuse A concurrent] BC, concurrerent AD itaque] igitur B 3 kathetum D, cathetum BC DCXV] de CXV D 4 sesquiuncia C, sexcuncia B, sesquintia D 5 semiuncie C et septime... unius] *om.* D semiuncie C 8 remanet D itaque] igitur B 11 diametron B eiusdem] *om.* B solaris] solaris eiusmodi B 13 testatur B 14 *Supra* que *add.* scilicet figura D^2 15 fixa B 16 hipotenuse AC 17 kathetis D, cathetis B *Seq.* p. 364, 14-365, 3 *in* B (B^2)

Igitur in prima figura hypotenusa in primo kateto, id est summitate diametri solis, deducta summitati secundi kateti subtendit, ut hypotenuse a summitate secundi kateti, qui est diametros terre, venienti ad eandem basim concurrat, ubi diametros solaris circuli periferiam suam coniungit. Unde probatur radius solis nequaquam umbram terre in illo loco precidere posse, cum eum altior ipsius terre diametros intercurrens excipiat. Sed ubi adiectio basim protraxerit ad eum locum, in quem solis radius per summitatem diametros terre secundum ductum hypotenuse descendens cadit, ibi umbram terre ex utraque parte a terre diametro in oppositum directa terminari necesse est, et confinium quoddam constitui, ubi finiantur lux et tenebre, ut deinceps lumen consortium tenebrarum in lumine non admittat, sed solum lumen in solis regione regnare incipiat.

De diametro terre et circumferentia ambitus illius, de altitudine solis et diametro circuli eius et circumferentia illius, deinde de diametro ipsius spere solaris ac de altitudine umbre terre, quantum presentis tractatus brevitas paciebatur, explicuimus ; nunc de orizonte circulo ac de his, que intra eius periferiam existentia umbram emittunt, quod natura ferat, videamus. Volo autem prius premittere quedam, quibus lector ad sequentium intelligentiam preparetur.

Si igitur duo circuli fuerint unus circumscriptus et unus circumscribens, et circumscriptus introrsum totus lux sit et totus extra

1 Igitur] Si fuerit igitur B katheto D, catheto B 2 secondi D katheti D, catheti B 3 hipotenuse AC katheti D, cateti B dyametros C terre... 4 diametros] *bis* D 4 venienti] D², venientem BD, veniente AC, D *alt. loc.* eamdem D dyametros C, diametron B 5 periferiam] CD², perinferiam AB 6 terre umbram D 7 diametron B adiectio] *corr. ex* adiecto D² basi³ B protraxit B 8 ad] usque ad B 9 ductum] *corr. ex* dictum D² cadit, ibi] *supra scr.* B² 10 umbram] in (*supra scr.*) eandem umbram B a] *supra scr.* D directa] *corr. ex* directo B² 11 terminari] *alt.* r *e corr.* A finiatur *e corr.* D² 13 admittat] *corr. ex* admittit A 14-p. 365, 3 *hoc quoque loco* B 14 illius] illius ac BB³ 15 *Ante* solis *del.* ut B diametro] de diametro BB² deinde] deinde et BB² 16 ac] BB², *om.* ACD 17 bonitas C 18 hiis CD periferentiam BB² 19 q³B, q³d B² prius] *om.* B 20 intelligentiam] –am e *corr.* D ppae⁼ B² 21 duo] *om.* B² circumscribens] circumscri B, *sed del.*

tenebre, si interioris circumferentia utlibet aperiatur, lux emicans totam partem maioris circumferentie apprehendit, quota parte minoris egreditur, hoc modo.

Si fuerit unus circulus totus intus tenebre et totus extra lux, si aperiatur eius circumferentia utlibet, lux intrans tantam ex opposito eiusdem circumferentie partem apprehendit intrinsecus quantam exterioris eque distantis, sic.

Si fuerint duo circuli circumscribens et circumscriptus, totusque circumscribens intus tenebre fuerit et totus extra lux, si in uno quolibet loco exterior circumferentia aperiatur, lux intrans interiorem circumferentiam extrinsecus apprehendit. Sed cum introrsum eam apprehendit, minorem maioris, cum vero extrinsecus, maiorem minoris portionem contingit equali spacio et intervallo procedens, et qui plus distans, maiorem utrimque contingit portionem, qui vero minus, minorem, sive de intus exiens sive de foris introrsum descendens.

Si idem circulus eidem circulo quantolibet spacio et intervallo circumductus fuerit, qui ab eius circumferentie puncto quolibet ad contactum interioris radii utrimque descenderint, aliquam eiusdem partem apprehendent maiorem sive minorem secundum differentiam circulorum et in maiori maiorem et in minori minorem; et qui a contactu interioris eminus in exteriorem procurrunt,

1 utlibet] u - *e corr.* B apperiatur D 2 *Supra* totam *add.* tantam D², *sed del.* quota] - a *in ras.* D² 4 oppositum huius apparet in radio incidencie solaris *mg.* D² intus] extra B 5 si] *corr. ex* se B² apperiatur D tantam] totam B 6 posito B, posita B² 7 quotam B exterioris] B, exteris ACD, exterius D² 8 circuli] B, *om* ACD 9 fuerint B 10 apperiatur D 11 apparebit B eam introrsum B 13 *Supra* procedens *add.* scilicet lux D² 14 qui (*pr.*)] que *e corr.* D² *supra scr.* lux utrimque] *corr. ex* utrumque D² 15 sive (*pr.*)] *corr. ex* suu B 17 spacio] *bis* C 19 utrinque B eiusdem aliquam B 20 apprehenderit C sive] suu B 21 *post* circulorum *del.* scilicet distantia D *Supra* maiori *add.* scilicet distantia A²CD² 22 qui] quia B a] *supra scr.* B² contactu] *corr. ex* contractu D

eius aliquam partem utrimque apprehendent, et quod apprehendunt altrinsecus singuli eorum, unumquodque maius est eo, quod introrsum apprehendunt utrique; et contactus interioris inter contactum et contactum altrinsecus aliquando par loco est, aliquando impar, et ad illud maius et ad istud minus; communis vero contactus, qui solus utrique semper est par loco, invenitur et eque distans inter contactum et contactum altrinsecus, et illum, qui est in interiori altrinsecus, et illum, qui est in exteriori altrinsecus, hoc modo.

Et pars interioris circumferentie, que est inter contactum et contactum, format diametron orizontis.

Si fuerint multi circuli quantolibet spacio et intervallo ad idem centrum circumducti, semper exterioris contactus inferius fit, et solus interior bis contingitur, solus exterior ter, medii omnes quater, quotquot fuerint, hoc modo.

Si fuerint multi circuli ad idem centrum circumducti, et ab uno quolibet puncto circumferentie, que a centro est secunda, ad eam, que prima est, contingendam radii utrimque procurrant in infinitum educti, eos, qui extrinsecus circumscribuntur, bis secant. Et omnino omnis circulus, a cuius circumferentia linee contingentes exeunt, ter contingi habet, ille, ad quem procurrunt bis, qui medii inter utrumque, quater, qui extrinsecus, bis; qui intrinsecus, intacti sunt, ut intelligas abusive contactum sive sectionem sive terminum excipientem et contingentem.

1 aliquam eius B utrinque B apprehendunt B 2 singuli] *mul. in* singula B^2 quod] *corr. ex* quia B^2 4 et contactum] *supra scr.* D^2 5 illud BC, illum AD istud] illud B 7 interiori] B, inferiori ACD 9 Et] t *post spat.* unius litt. B, *sed del.* inter] BD^2, *om.* ACD *Supra alt.* contactum *scr.* scilicet sectionem D^2 10 dyametron C 12 fit] BD, sit AC 13 solus (*pr.*)] *mul. in* solis B^2 inferior bis contingitur B, *sed del.*. interioribus coniungitur *supra scr.* B^2 14 fuerint] s̄ B 16 puncto] puncto eius B 17 utrinque B, utrumque D 18 qui] B, quod AC, quos D circumscribantur D 19 a cuius] BD^2, acutus ACD 22 contactum] C. contactum sive co(n)tactum BD, contactum sive contactatum A

Si a duobus punctis in eadem circumferentia ex adverso sumptis linee contingentes ad interiorem circumferantiam deducantur utrimque ex adverso concurrentes, quatuor triangulos formant aliquando equales omnes, aliquando II maiores et II minores ex adverso constitutos. Cum autem contactus ad medium concurrit interioris circumferentie, et utrimque duo relinquuntur triangula ex adverso, quibus deinceps in infinitum desuper elevatis contactus deorsum ultra non procurrit nec amplius de interiori circumferentia apprehendere potest, et omni tempore, quod a medio deorsum est, necesse est invisibile permanere, et de quatuor equalibus sic est, de II maioribus et II minoribus sic, de II maximis sic. Et si a punctis duobus, a quibus contingentes exeunt linee, ad centrum alie recte deducantur et ab omni contactu similiter recte ad centrum, formantur inter exteriorem et interiorem circumferentiam octo trianguli et inter interiorem et centrum similiter VIII, aliquando pares, aliquando impares, sicut subscriptum est in forma. Ex his omnibus coniecturam orizontis formemus et comprehensionem circumferentie, quia globus terre propter inmensam circumferentie sue eiecturam ad planum accedit et explicat se visioni amplius ad comprehendendum porrecte. Sit itaque visio quasi emergentis ab imo et statim utrimque se diffundens ad comprehendendam circumferentiam. Omne autem, quod ab aliqua extrinsecus circumferentia emergit, utrimque apprehendit eam lineis ab eius summo ad contactum procurrentibus, et, quod apprehendit, aliquando minus est, aliquando maius, secundum modum elevationis, et, quod a minori apprehenditur, maius est ad illud, et, quod a maiori apprehenditur, minus est ad illud semper; et omnis exterior circumferentia interius et infe-

2 utrinque B 3 adverso] adverso constitutos B *Supra* quatuor *add.* per 16. 3ii geom. D² 4 equales..... 5 constitutos *mg.* B² 4 II] duos B II] duos aliqn̄ B 6 utrinque B 7 super B 11 et] et de D sic (*pr.*)] *corr. ex* si B 14 triangula B 15 pares aliquando B 16 impares aliquando B scriptum B omnibus his B hiis CD 17 coniecturam] *corr. ex* coniuncturam D² 19 accedit] *om.* B 20 imo] uno C 23 utrimque] *corr. ex* utrumque D², utrinque B 24 et] *supra scr.* B² 25 secundum modum] *supra scr.* B², sūmū B a] *supra scr.* B² 27 *ante* interius *del.* superius apprehenditur C inferius] exterius D

rius apprehenditur, et omnis interior circumferentia superius apprehenditur, et tamen id, quod de exteriori circumferentia inferius apprehenditur, et id, quod de interiori superius, in unam visionis directionem concurrit, et hoc verum est semper. Hoc autem longinquitas facit, que porrigens, que subtus est, contrahit respectum in unam lineam, sicut est hoc. Et hinc est, quod Macrobius[1] dicit, procurrentem aspectum ultra centum et octoginta stadia deficere atque in rotunditatem recurrendo curvatum orizontem formare, sicque orizontis circulum non amplius trecentis sexaginta stadiis complecti posse a medio centro in utramque partem centum octoginta stadiorum porrectione eiecta, sive quia humane stature discrepantia neque in maius adicit neque in minus demit, quod computatio attendat, sive quia stadios ac passus differentes pro diversitate stature accipiendos relinquit. Sed si qua alia de orizonte dicenda videbuntur, sequenti libro cum paralellis et coluris aliisque celestibus circulis reservamus.

4 longinq'uias D 5 porrigens] *pr.* r *del.*, *ante* g *una litt. erasa* B subter B 6 hoc] *des.* B 7 respectum D *In fine* Omnia pretereunt preter amare Deum unde peroportunus est amor qui nunquam preterit *litt. minorib. add. A*

1. I, xv, 18.

INDEX DE NOMS PROPRES

SCIENCES AU MOYEN AGE

N. B. — Les chiffres arabes donnent l'indication de la page, — la lettre *n* renvoie aux notes placées au bas des pages.

Les chiffres arabes en caractères gras désignent le numéro des articles consacrés plus particulièrement à un personnage déterminé.

A

Abd-el-Rahman (Aderamen), 306, 307.
Abou-Bekr (Abhabuchri), 306, 307 et n. 1.
Abou-Othman (Séid), 306, 307 et n. 1.
Abraham (ou Ibrahim), **11**, 304-307.
Abraham Bar-Hayya ha-Nasi, savant juif de Barcelone, 331, 332 n. 1.
Adelbold, évêque d'Utrecht, disciple de Gerbert, 91, 94, 96, 100, 104, 105, 106, 108, 109, 233, 235, 239, 245, 247, 253, 254, 257, 298, 352, 353.
Adelhard de Bath, 205, 325, 332, 344.
Adelman, écolâtre, élève de Fulbert de Chartres, 93, 103, 104, 109, 233, 235, 236 et n. 2, 237, 238, 239, 252, 256, 350.
Adeloxanus, lire Adelmanus, 236 n. 2.
Aggenus Urbicus, 349.
Agrimenseurs romains, 29, 87, 94, 96, 99, 107, 211, 245 et n. 1, 249, 252, 253, 326, 349. Cp. Gromatici.
Agrippa, Corn., 114.
Ahmès, rédacteur du papyrus Rhind, 262.
Al-Battani (Albategni), 147.
Albert le Grand, 120.
Albinus (= Alcuin ?), 39, 107, 245, 286.
Alcuin, 39, 107, 245.
Alexandrins, 8, 13, 20.
Alexandre le Grand, 18, 338, 340.
Al-Farabi, philosophe arabe, 320, 327.
Algebras, arabe, 331, 338, 339, 340.
Algus, 340.
Aliabras, 338, 340.
Ali Ben Ahmed el-Imbrâni, 344.
Aliheri, Bern., 335, 336.
Alkindi, 115, 305.

Alkhovaresmi (Mohammed-ibn-Mouça-Alkhovaresmi), 22, 305, 333, 339, 344.
Almansor, le calife abbasside, 26.
Alpharabius, 327 n. 2.
Anaritius, 323.
Anglicus Grimoardi, évêque d'Avignon, 138.
Apollonius de Perge, 102, 123 n. 2, 210, 262, 340.
Aprofoditus, v. Epaphroditus.
Apulée, 338.
Arabes, 18, 20, 23, 24, 26, 27, 101, 117, 125, 144, 148, 149, 210, 240 n. 1, 305, 318, 326, 329, 333, 351.
Archimède, 6, 14 n. 2, 87 n. 1, 102, 208, 210, 244 n. 3, 257 n. 1, 260, 262, 338, 348.
Archytas, 99.
Aristarque de Samos, 209.
Aristée, 340.
Aristide Quintilien, 9.
Aristote, 10, 86, 87, 90, 105, 232 n. 1, 233, 242, 244, 257, 291, 323, 339, 340, 356.
Arsénius de Monembasie, copiste?, 119.
Arzachel, 112, 113, 140, 141, 142, 144, 190-197, 200.
Augustinus, saint, 284, 321.

B

B., le moine, 232, 256, 257, 259, 260, 261, 289.
Babyloniens, 80, 81, 85. Cp. *Chaldéens*.
Bachet de Meziriac, 341.
Bacon, Roger, 316.
Balbus, 70 n. 1, 225, 227, 349.
Bale(us), 113, 115, 138.
Baur, L., 320, 321, 327 n. 1.
Bède le Vénérable, 214, 347.
Bernelinus, 241.
Bernhard, 118, 119, 120.
Berthelot, 120.
Bessarion, le Cardinal, 334.
Betrubus, v. Vitruvius Rufus.
Bianchini, astronome du Duc de Ferrare, 331, 334.
Blume, 211, 212, 214, 217, 219, 249 n. 1.
Boèce, pseudo-Boèce, 16, 17, 18, 29, 30, 84, 85, 86, 87 n. 1, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 97-99, 101, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 149 n. 1, **9**, 211-228, 230, 231, 232 n. 1 (Anicius), 236, 241, 242, 243, 244, 245, 246-250, 251, 252, 253, 254, 255, 257 et n. 1, 259 n. 1, 265 n., 268, 269, 272, 274, 278, 280, 282, 288, 289, 290, 291 et n. 1, 292, 302, 321, 324, 325, 340, **17**, 348-350.
Boncompagni, le Prince, 130, 202, 335.
Bouilliau, Ismaël, 304.
Brahmagupta, 341.
Bredow, 30, 54 n., 55 n.
Bubnow N., 212, 213, 214, 215, 216 n. 2, 301 et n. 1, 302.
Butéon, 3 n. *.
Byzantins, 123 n. 2.

C

Camerarius, 327 n. 2.
Campanus de Novare, 140, 325, 336, 337 n. 1.
Cantor, Moritz, 6, 17, 31 et n. 1, 32, 33, 34, 36, 38 n., 41, 49 n., 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 64,

65, 66, 67, 68, 69, 70, 72, 73, 95 n. 1, 114, 135, 216, 217, 245 n. 1, 298 n. 1, 308 et n. *, 328, 331, 334, 349, 351.
Capella, Martianus Felix, 41, 94, 207, 210, 214, 246, 247, 347.
Casiri, 351.
Cassiodore, 40, 94, 98, 99, 222, 224 n. 1, 226, 246, 321, 348.
Ceriani, l'abbé, 129.
Cetus Faventinus, 37 n. 2.
Chaldéens, 21, 80, 82 n. 1.
Charlemagne, 39, 83, 215.
Chasles, Michel, 17, 237 n. 3.
Chéops, 81.
Chephren, 81.
Choisy, A., 38 n.
Chuquet, Nicolas, **1**, 1-7.
Cicogna, A.-E., 130.
Cleomède, 119.
Clerval, l'abbé, 91 n. 1, 103, 229 n. *, 236 n. 2, 237, 319 n. 1, 325 n. 1.
Colebrooke, 341.
Colocci Angelo, 215.
Columelle, 49 n.
Comte, Auguste, 316.
Copernic, 323.
Coptes (les), 149.
Constantin, l'Africain, 240 n. 1.
Ctesibios, 37.
Çulvasûtras (les), 7.
Curtze, Maximilian, 31 et n. 2, 32, 34, 41 et n., 42, 48. 49. 50, 51, 52, 53, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 110, 111, 113, 126 n. 1, 127 n. 2, 130, 198, 203, 204, 253, 297, 308 et n. *, 309, 318, 320, **14**, 322-342, 343, 346, 356.

D

Dinostrate, 87 n. 1, 257 n. 1.
Dionysius Cato, 119.
Diophante, 15.
Dominicus de Clavasio, 329, 330, 356.
Du Cange, 134.
Dumesnil, G., 16.

E

Egyptiens, 11, 44 n. 1, 80 et n. 1, 81, 82 n. 1, 85, 100 n. 1; 149.
Eisenlohr, August, Papyrus Rhind, 262.
Eneström, G., 3 n. *, 337 n. 1, 343, 345 n. 1, 351.
Epaphroditus, Aprofoditus ou Aprofiditus, **4**, 29, 32, 34, 35, 36, 53, 95 n. 1, 107, 110, 214 n. 1, 245 n. 1, 349, 352.
Erastosthène, 208. 327.
Ericsson, A.-P., 353.
Esope, 340.
Espagne, 25, 117, 125, 148, 205, 240 n. 1, 318, 326.
Estienne de la Roche, 1, 3.
Euclide, 14 n. 2, 80 n. 1, 86, 92, 95, 97, 98, 99, 107, 108, 198, 202, 205, 210, 216, 218 et n., 219, 221, 224 et n. 1, 225, 227, 228, 241 n. 1, 242, 243, 246, 247, 249, 250, 252, 305, 323, 325, 326, 332, 333, 335, 336, 338, 339, 340, 341 n. *, 344, 345, 348, 349, 350.
Engelmann-Preuss, 31 n. 1.

F

Fabricius, 118, 142.
Favaro, Antonio, 129, 337 n. 1.

Flaccus Siculus, 213 n. 1.
Fondulus, Georgius, de Crémone, 336.
Fournier, Marcel, 137 n. 1.
Francon de Liège, 86-90, 92, 93, 94, 95, 101, 108, 109, 110, 229, 230, 231, 232 n. 1-2, 234, 236 et n. 2, 237, 244 n. 3, 248, 250, 251, 252, 253, 254, 255-258, 259, 260.
Friedlein, 97, 110, 216, 218, 247, 248 n. 1, 249, 272, 280, 302, 348.
Frontinus, Julius, 30, 213 et n. 1, 349.
Frontinus Siculus, 213 et n. 1.
Fulbert, évêque de Chartres, 91, 92, 94, 103, 104, 105, 235, 240, 242, 256, 288.

G

Galien, 340.
Gardthausen, 12.
Geminus, 119.
George Scholarius, copiste, 119.
Gérard de Crémone, 306, 332.
Gerbert, 7, 16, 17, 29, 31, 71, 84, 91, 94-96, 99-102, 104, 105, 106, 108, 109, 110, 123 n. 2, 136 n. 1, 143 n. 1, 149 n. 1, 206, 212, 214, 216 n. 2, 217, 220, 229, 230, 233, 236, 237 et n. 1, 240 n. 1, 241, 245, 247, 249 n. 1, 250, 251-255, 257, 297, 298, 301-303, 312, 318, 325, 331, 350, 352.
Gesner, 114.
Goesius, 212.
Grecs, 6, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 21, 26, 27, 28, 44, 72, 74, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 101, 106, 123, 145, 210, 229, 240 n. 1, 241 n, 1, 257, 332, 339, 352, 355.
Grégoire, saint, 284.
Grimoard du Gévaudan, 113, 138.
Gromatici, 30, 42, 45, 48, 222, 223, 225, 226, 227, 245 n. 1, 249 n. 1.
Grosseteste, v. Robert Gr.
Guillelmus Anglicus, médecin, 113, 114, 138, 140, 141 n., 142, 143, 149, 190, 191, 196, 200, 201, 354.
Guillelmus Grisaundus, 142.
Gundisalvus, v. Gundissalinus.
Gundissalinus Dominicus, archidiacre de Tolède, 321, 326, 327 n. 1.
Günther, Siegmund, 3 et n. 1, 4 n. 2, 6 et n. 1, 322 n. 1.

H

Halliwell, 122 n. 3.
Halm, K., 38, 39.
Hase, H., 30, 31 n. 1, 32, 35 n. 1, 54.
Hauréau, 210 n. 1, 309, 310, 314, 319, 327, 357.
Havet, Julien, 235.
Heiberg, J.-L., 14 n. 2, 219, 220, 222, 226, 249.
Heinemann, von, 54.
Heinz, Fr., 38.
Henricpetrus, 30.
Henry, Charles, 17 n. 1.
Hermannus Contractus (le contrefait), 123 n. 2, 136 n. 1, 143 et n. 1, 144 n., 240 n. 1, 241, 301 n. 1.
Hermann II, archevêque de Cologne, 143 n. 1, 232 n. 1.
Héron d'Alexandrie, 36, 57, 333.
Heus (Abou-Bekr), 306.
Hindous, 6, 18, 19, 20, 23, 26, 338, 340, 341.
Hipparque, 20.
Hippocrate, 340.

Horace, 105, 239, 240 n. 2, 271 n., 283 n.
Hugo, Hugues (*Practica Geometriae*), 198, 199, 204, 205, 209, **12**, 308-313, 319, 327, 359 sq.
Hugo Physicus (le médecin), **8** *ter*, 204-210, 308, 309, 310, 311, 313, 319.
Hugo Sanctelliensis, Sanccelliensis, 308, 309, 327, 355.
Hugues de Saint-Victor (*Practica Geometriae?*), 210 n. 1, 222, 309, 310, 311, 312, 313, **13**, 314-321, 326, 327, 357.
Hultsch, Fr., 21 n. 1, 42 n.
Hygin, 41, 349.
Hypsiclès, 20 et n. 1.

I

Iamblique, 19, 257 n. 1.
Ibrahim, 307.
Iob (Iakoub?) ben Soliman, 305 et n. 1, 307.
Isidore de Séville, 94, 98, 225, 246, 321, 347.

J

Jan, L. von, 211 et n. 2, 212.
Jäck, von, 211 et n. 2, 220.
Jacob ben Machir, rabbin juif, 139; v. Profatius.
Jacob de Spire, astronome du Comte d'Urbin, 331, 334.
Jean (Joannes, de Montpellier), erreur pour Robertus (Anglicus), 112, 113, 127 et n. 3, 128, 129, 131, 135, 200 n. 1.
Jo., abréviation de Johannes, 113, 128, 129, 131.
Joannes de Regiomonte, v. Regiomontanus.
Johannes Anglicus = Johannes de Sacrobosco, 318.
Jo(h)annes Brixiensis, 140, 141.
Johannes de Linieris, 331.
Johannes de Muris, 331.
Johannes de Sacrobosco, v. Sacrobosco.
Jordanus Nemorarius, 316.
Joseph Sapiens, 240 n. 1.
Juan de Ortega, dominicain, 4, 5 et n. *, 6.

K

Kaestner, 338.
Kilward(e)by, Robert, dominicain, 116, 128, 130 n. 1, 136.
Krumbacher, K., 23, 24, 25, 26 n. 1, 28.

L

Lachmann, K., 30, 31, 34, 45, 46, 48, 95 n. 1, 212 et n. 1, 213, 217 et n. 1, 218, 219 et n. 1, 223, 225, 245 n. 1, 249 et n. 1.
Lameno (?), *arismetisle*, 340 et n. 1.
Langbaine, Gérard, 115.
Lasswitz, 346.
Leitschuh, 214 n. 2, 216 n. 1.
Leland, 114.
Lemonnier, H., 35 n. 1.
Léonard de Crémone, 330, 331, 335, 336, 337 et n. 1.
Léonard de Pise, 122 n. 2, 143, 330, 332, 337.
Leonardo degli Antonij, 337 et n. 1.
Leonardus Maynardus, 335, 337 n. 1.
Levi ben Gerson (Leo de Balneolis), 331.

Libri, 304, 305, 331.
Littré, 124 n. 1.
Lucien, 10.
Lupitus de Barcelone, 240 n. 1.

M

Mabillon, 234.
Macrobe, 41, 208, 209, 210, 214, 298, 327.
Maffei, 35 n. 1.
Mahomet (*Alcoran*), 339.
Marre, A., 1 n. 1.
Martin, Th.-H., 17.
Martianus Capella, v. Capella.
Maures d'Espagne, 125, 148, 205.
Mentel, Jacques, 20.
Metellus Sequanus, 215.
Méton, 346.
Meyer, W., 38.
Midiates, Georges, copiste, 120.
Migne, 123 n. 2, 143 n. 1, 222 n. 1, 268 n., 269 n.
Modératus de Gades, 9 et n. 1, 10.
Mohammed-ibn-Mouça, v. Alkhovaresmi.
Mommsen, Th., 35 n. 1.
Montfaucon, 129, 130.
Mortet, Victor, 31 et n. 3, 32, 37, 41, 74, 75, 95 n. 1, 110, 245 n. 1, 326 n. 1.
Müller-Strübing, H., 37 n. 2.
Murr, Christoph-Theophil von, 334.

N

Narducci 335.
Nectanébos, 338.
Newton, 323.
Nicomaque, 19, 25, 84, 85, 324, 340, 348.
Nipsus, M. Junius, 29, 30, 31, 33, 36, 57, 107, 211, 212, 213, 214, 245 n. 1, 349.

O

Odolfus, frère de Radolf de Liège, 237 n. 2, 264.
Olleris, 31, 71, 233, 236, 237 n. 1, 251, 253, 297, 302 et n. 1, 352.
Ommiades, 26.
Oresme, Nicole, 323, 356.
Ortega, v. Juan de Ortega.

P

Palamède, 14.
Palladius, 76, 77.
Paolo da Frezo (Paulus Frisius), 336.
Pappus, 210.
Pediasimus, 119.
Peiper, 231 n. 1.
Pell (*équation de*), 3, 4, 5.
Perott, 4 et n. 1, 5.
Petrus de S^to^ Audomaro, 139.
Pez, 123 n. 2, 136 n. 1, 143 et n. 1, 298 n. 1.
Phéniciens, 26 n. 3.
Philesius, 126 n. 1.
Philon de Byzance, 36.
Philumenus (Petrus) de Dacia, 323, 341.
Photius, 25.
Pietro da Corte, 336, 337 n. 1.
Pitz, 113, 138.
Planude, Maxime, 119.
Platon, 56, 87, 236, 256, 258, 284, 289, 339, 340.
Platon de Tivoli, 331, 332 et n. 1.
Pline, 214.

Porphyre, 9.
Profatius (Don Profat Tibbon = Jacob ben Machir), 113, 116, 117, 139, 140.
Psichari, 23.
Ptolémée, 142, 190, 195 et n.
Ptolemée Philadelphe, 13.
Pythagore, 14, 57, 79, 83, 84, 87, 95, 101 et n., 102, 106, 210, 229, 248, 258, 339, 340, 352.
Pythagori(ci)ens, **2**, 8-21, 25, 349.
Triangles pythagoriques, 251.

Q

Quicherat, J., 38 n.
Quintillien, v. Aristide.

R

Rabbins, 7.
Radicke, 4, 5.
Raimbaud de Cologne, Ragimboldus, Regimboldus, 90, 91, 92, 93, 94, 98, 101, **6**, 103-111, 230, 231, 232, 234-237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244 et n. 2, 245, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 258, 259, 264-296, 350.
Raoul de Liège, Radolf, Radolfus, Rodulfus, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 98, 99, **6**, 103-111, 230, 231, 232, 234 et n. 1, 235 et n. 1, 236, 237-240, 241, 243, 244, 245, 248, 252, 255, 256, 258, 259, 264-296, 350.
Razegin (Racechinus, Ratechitius), ami de Raimbaud, 93, 104, 109, 236 n. 1, 239, 256, 286, 287.
Regiomontanus (Joannes Germanus), 331, 333, 334.
Renan, 139 n. 1.
Rhabdas, Nicolas, 14 n. 1.
Richard de Saint-Victor, 321.
Ro., abréviation de Robert, 113, 128, 129, 131, 135.
Robert, Frère (= Kilwardby), 136.
Robert Anglès, maître de Montpellier, **8**, 118-189, 190, 191, **8***bis*, 198-203, 328 n. 1, 330, 341 n. *, 354.
Robertus Anglicus *in Montepessulano*, magister, **7**, 112-117.
Robertus, traducteur de Alkindus *De iudiciis*, 115.
Robertus Anglicus, alchimiste, 114.
Robertus Angligena de Chebile, 116.
Robertus Retinensis, 116.
Robert Grosseteste (Greathead), évêque de Lincoln, 116, 130, 136, 140.
Roder, Chr., 331, 334.
Rodet, Léon, 3 et n. 2.
Romains, 26 n. 3, 38 n., 60, 84.
Rose, Valentin, 37 n. 2.
Rufus, v. Vitruvius.

S

Sacrobosco, Johannes de, 114, 115, 129, 135, 136, 140 et n. 1, 142, 201, 317, 318 (Johannes Anglicus), 323, 325, 341 n. *.
Salomon, 340.
Salomon (Soliman), père de Job ou Isac, 305, 307.
Savasorda (Sahib-as-schorta), 329, 331, 332 et n. 1, 333, 344.
Schott, A., 30, 31 n. 1, 32, 54.
Sédillot, Am., 112, 140 et n. 2 et 3, 141 et n., 144 et n. 1, 190, 191, 192, 200.

Sigi(s)boro, copiste, 309, 318.
Simplicius, 257 n. 1.
Socrate, 225, 284.
Steinschneider, 112, 113, 114, 115, 116, 130, 137 n. 2, 140 n. 2, 142, 143, 308, 327, 332 n. 1, 344.
Stifel, Michaël, 338.
Suter, 307 n. 1, 351.

T

Tanner, 114, 115.
Thabit ben Korah, 147.
Thalès, 209.
Théodoric, roi, 348.
Theologumena, 25.
Théophane, historien Byzantin, 23, 25, 26.
Thomas, G., 38.
Thurot, Ch., 323.
Tosonus, copiste, 128.
Treutlein, 3 n. 1.

U

Urbain V, le pape, 113.
Urbicus, v. Aggenus.

V

Varron, 60.
Victorius, 242.
Vincent, 8, 9, 13 n. 1, 17, 19, 25, 297.
Vincent de Beauvais, 316.
Vitali, Hieron., 123 n. 1.
Vitruvius Rufus, Betrubus Rufus, **4**, 29, 30, 32, 34, 35 et n. 1, 36, 37 et n. 2, 38 n., 57, 95 n. 1, 96, 107, 110, 149 n. 1, 214 n. 1, 245 n. 1, 253, 352.
Vossius, 140 n. 1.

W

Waldseemüller, 126 n. 1, 203.
Walid, le calife, 26.
Wazzon, de Liège, 93, 104, 105, 109, 235 et n. 1, 236, 238, 252, 256, 286, 287, 350.
Weissenborn, H., 16 n. 2, 110, 237 n. 1, 248 n. 1.
Werenboldus (?), 236 n. 2.
Werner, 237.
Winterberg, 86 n. 1, 229 n. 1, 232 n. 1 et 2, 236 n. 2.
Wölfflin, 71.

Y

Ylacomilus Martinus, v. Waldseemüller, 126 n. 1.
Yles, 331, 338, 339, 340.
Ysaac Arzachelis, 141.

Z

Zarkali, al-Zarkali, 140 n. 2, 194 n.
Zeuthen, H. G., 339.

ERRATA

Page 3, ligne	1, *au lieu de :* Pelt	*lire :*	Pell
	19, renvoi et note, *effacer* *.....	—	3.
4,	5	*ajouter :*	Voir *Mémoires scientifiques*, t. II, pp. 137-178.
5,	10, renvoi et note, *effacer* *.....	*lire :*	1.
6,	13 et 24, renvoi et note, *effacer* *...	—	1 *et* 2.
27,	1 d'en bas, *effacer :* 2.	*ajouter :*	Réponse de Tannery à une question proposée par G. Enestroem, voir plus loin, p. 351.
103,	1 d'en bas	*effacer*	*
112,	1 et 3 d'en bas.....	—	*
136,	13, *au lieu de :* Grosthead	*lire :*	Greathead
190,	9 d'en bas, *au lieu de :* 564, 588.....	—	124, 144
211,	11 d'en bas, *effacer* *	*ajouter :*	Après la *Grande Encyclopédie*, Tome III, p. 115.
218,	3 d'en bas, *au lieu de :* Geometriea..	*lire :*	Geometrica
234,	5 d'en bas	*effacer*	*
301,	3	*ajouter :*	Voir *Bibliotheca Mathematica*, 1900, 3e s., I, pp. 286-287, et *Revue de Philologie*, 1900, t. XXIV, pp. 85-87, et plus loin, *Recensions*.
308,	4 d'en bas	*effacer*	*
	Au lieu de : Ici.....	*lire :*	ici
		ajouter :	Voir plus loin, p. 330.

Page 337,	ligne 10 d'en bas, *au lieu de :* Real	*lire :*	Reale
341,	14 d'en bas	*effacer*	*
348,	1 —	*ajouter :*	Dans la *Grande Encyclopédie*, il précède l'article de Tannery.
350,	1 d'en bas	*effacer*	*
351,	1 —	—	*

CORRECTIONS COMMUNIQUÉES PAR LE COLONEL H. BROCARD

POUR LE TOME IV

Page 15,	note 1,	ligne 2, après *Jean*.....	*effacer*	,
119,	au titre,	2.....	*lire :*	Tzavoukhe
137,		5.....	—	Apôtres
279,		3.....	—	emprunté
290,		2.....	—	généthliaque
		11.....	—	Kepler
299,	note 1,	8.....	—	citée

INDEX

Page 436.	H,	ligne 3.....	*ajouter :*	Halma, p. 244.
437.	M	4.....	—	Macrobe, p. 93.
		17.....	*lire :*	Kepler
438.	P	17 (Péonius) *au lieu de :* 2.	—	243.

Toulouse. — Impr. et Libr. Édouard Privat. — 2958

44006

Q
125 *
.T18
IMS

Tannery, Paul, 1843-1904.
Sciences exactes au Moyen
âge, 1887-1921. --